

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
функционального анализа и  
операторных уравнений



Каменский М.И.  
11.04.2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.11 Геометрическое моделирование динамических процессов**

**1. Код и наименование направления подготовки:**

02.04.01 Математика и компьютерные науки

**2. Профиль подготовки:** Математическое и компьютерное моделирование

**3. Квалификация выпускника:** магистр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра функционального анализа и операторных уравнений

**6. Составители программы:** Кунаковская Ольга Вениаминовна, к. ф.-м. н., -  
(ФИО, ученая степень, ученое звание)

**7. Рекомендована:**

НМС математического факультета, протокол №0500-03 от 28.03.2024 г.

---

*(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола,*

---

*отметки о продлении вносятся вручную)*

**8. Учебный год:** 2024 / 2025

**Семестр:** 2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

*Целью освоения учебной дисциплины является:*

- формирование теоретических знаний в области исследования динамических систем.

*Задачи учебной дисциплины:*

- знакомство с основными принципами моделирования;  
- знакомство с методами качественной теории динамических систем на многообразиях.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Блок 1; обязательная часть.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3.1;	Обладает фундаментальными знаниями в области прикладного программирования и информационных технологий			Знать: Уметь: Владеть:
ОПК-3.2;	Умеет использовать их в профессиональной деятельности			Знать: Уметь: Владеть:
ОПК-3.3	Имеет практический опыт применения программных средств, используемых при построении математических моделей в естественных науках			Знать: Уметь: Владеть:

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.

4 / 144.

**Форма промежуточной аттестации:** экзамен

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			№ семестра 2	№ семестра	...
Аудиторные занятия		42	42		
в том числе:	лекции	28	28		
	практические	14	14		
	лабораторные				
Контрольные работы		36	36		
Самостоятельная работа		66	66		
в том числе: курсовая работа (проект)					
Форма промежуточной аттестации		Экзамен 2 часа	Экзамен 2 часа		
Итого:		144	144		

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1			
1.2			
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1			
2.2			

#### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Гладкие многообразия	10	4		30	44
2	Векторные поля	8	4		60	72
3	Динамические системы с непрерывным временем	10	6		12	28
	Итого:	28	14		102	144

Основные понятия и темы: гладкие многообразия (с краем и без края), гладкие отображения многообразий, касательное многообразие, касательное отображение, векторные поля, градиентные векторные поля, динамические системы с непрерывным временем (потoki),  $\omega$ -предельное множество, теорема Пуанкаре-Бендиксона, особые точки векторных полей, топологический индекс, трансверсальность, топологическая эквивалентность векторных полей, структурная устойчивость (грубость) векторного поля, теорема о трубке тока, локальная грубость векторного поля, теорема Хартмана-Гробмана, локальная классификация векторных полей с гиперболическими особыми точками, эквивариантные векторные поля, динамические системы с симметрией.

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции и лабораторные занятия, которые предполагают самостоятельную работу студентов по данной дисциплине. Обучающимся предлагается ряд индивидуальных заданий, которые необходимо выполнять в течение семестров для закрепления пройденного материала и успешного освоения дисциплины. Предусмотрены домашние задания, а также дополнительные задания для сильных студентов.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Палис Ж., В. ди Мелу. Геометрическая теория динамических систем: Введение. - М.: Мир, 1986. - 301 с.
2	Кунаковская О.В. Многообразия. Динамические системы. Учеб.-метод. пособие для вузов // О.В. Кунаковская. – Воронежский государственный университет. – Воронеж, ООО ИПЦ «Научная книга», 2014. – 22 с.
3	Кунаковская О.В. Анализ и геометрия векторных полей и дифференциальных форм. Учебное пособие. Часть 1. // О.В. Кунаковская, А.Я. Ливчак. – Воронеж, Научная книга, 2019. – 46 с.
4	Кунаковская О.В. Элементы эквивариантной топологии. Учебное пособие. Часть 1 // О.В. Кунаковская. – Воронеж, Научная книга, 2019. – 24 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Коддингтон Е., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений.
2	Малинецкий Г.Г. Математические основы синергетики. Хаос, структуры, вычислительный эксперимент. Изд. 5-е. - М., Изд-во ЛКИ, 2007. - 312 с.
3	Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности. - М.: Мир, 1991. - 368 с.
4	Арнольд В.И. Математические методы классической механики. - М.: Наука, 1974. - 431 с.
5	Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. - М.:
6	Брюно А.Д. Локальный метод нелинейного анализа дифференциальных уравнений. - М.: Наука, 1979. - 253 с.
7	Плисс В.А. Интегральные множества периодических систем дифференциальных уравнений. - М.: Наука, 1977. - 303 с.
8	Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1975. - 239 с.
9	Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Наука, 1978. - 304 с.
10	Кунаковская О.В. Топологические индексы пары полей / О.В. Кунаковская. -- Воронеж: Издательско-полиграфический центр Научная книга, 2020. -- 88 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
-------	--------

1.	
2.	
3.	

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ».

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Лекционная аудитория, аудитории для практических занятий, компьютер, мультимедийный проектор, доска (мел, маркеры).

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Гладкие многообразия	ОПК-1	ОПК-1.1	
2.	Векторные поля	ПКВо-2 ПКВ- 1	ПКВо-2.1 ПКВ – 1.2	
3	Динамические системы с непрерывным временем			
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				<i>Перечень вопросов Практическое задание</i>

**20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

**20.1 Текущий контроль успеваемости**

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

а) Домашние задания

б) Рефераты

Описание технологии проведения

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Примеры тем рефератов:

### 1. Бифуркации решений.

Малинецкий Г.Г. Математические основы синергетики: Хаос, структуры, вычислительный эксперимент. Изд. 5. - М.: Издательство ЛКИ, 2007.  
Работать со страницами 105-113 (глава 5).

### 2. Предельные множества векторных полей.

Палис Ж., ди Мелу В. Геометрическая теория динамических систем. Введение. - М., Мир, 1986.  
Работать со страницами 24-27, 28-29.

Начало на стр. 24 — середина страницы: Пусть  $X...$  .

Конец на стр. 27 — середина страницы: ... оно должно содержать бесконечно много точек.

Начало на стр. 28 — внизу страницы: Теперь мы обсудим... .

*Конец на стр. 29 — внизу страницы: ...  $w$ -предельное множество несвязно.*

Описание технологии проведения

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания