МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Теории функций и геометрии

___________ *Семёнов Е.М.*
подпись, расшифровка подписи
25.05.2023г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.14 Банаховы пространства

1. Код и наименование специальности:

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

2. Специализация: Современные методы теории функций в математике и механике

3. Квалификация (степень) выпускника: Математик. Механик. Преподаватель

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

0503 теории функций и геометрии

6. Составители программы: Семенов Евгений Михайлович, д. ф.-м. н., профессор

7. Рекомендована: НМС математического факультета ВГУ,
протокол № 0500-06 от 25.05.2023 г.

8. Учебный год: 2027/2028 уч. год **Семестр(ы):** 9-10

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- формировать глубокие знания о методах, задачах и теоремах теории Банаховых пространств;

Задачи учебной дисциплины:

- научить студентов владеть теоретическим материалом;
- научить студентов решать задачи, использовать современные методы и подходы функционального анализа при решении прикладных задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Учебная дисциплина Банаховы пространства относится к части формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Является продолжением общих математических курсов. Для освоения дисциплины необходимы знания дискретной математики, алгебры. Освоение дисциплины позволит в дальнейшем изучать специальные курсы в соответствии со специализацией.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-2	Способен проводить исследования по обработке и анализу научной информации и результатов исследований методами теории функций.	ПК-2.1.	Знает современные методы разработки и реализации моделей, используя теорию функций.	Знать: - современные методы разработки и реализации моделей, используя теорию функций. Уметь: - разрабатывать математические модели в области естествознания, эко - номики и управления, а также реализовывать алгоритмы математических моделей на базе пакетов прикладных программ моделирования. Владеть навыками: проведения научно-исследо-вательской деятельности в области решения задач аналитического характера.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час
— 5/180.

Форма промежуточной аттестации - зачет с оценкой

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			9 семестр	10 семестр	…
Аудиторные занятия			32	36	
в том числе:	лекции		16	18	
	практические		16	18	
	лабораторные				

Самостоятельная работа		76	36	
Форма промежуточной аттестации *(зачет с оценкой.)*				
Итого:	180	108	72	

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1. Лекции			
1	Сепарабельные пространства.	Вводится понятие. Доказываются основные свойства сепарабельных пространств. Приводятся примеры.	
2	Полные пространства.	Приводятся примеры полных и неполных пространств. Плотные подмножества.	
3	Теорема Бера о категориях.	Доказывается теорема Бера и приводятся следствия из нее.	
4	Компактные множества.	Доказываются основные свойства компактных множеств. Приводятся примеры.	
5	Теорема Арцела.	Доказывается теорема Арцела. Вводится понятие модуля непрерывности функции.	
6	Компактные множества в пространствах l_p	Доказывается теорема о критерии компактности множества в пространствах l_p	
7	Компактные множества в пространствах L_p	Доказывается теорема о критерии компактности множества в пространствах L_p	
8	Неподвижные точки.	Доказываются основные теоремы о нерастягивающих отображениях.	
9	Теорема Банаха-Штейнгауза.	Доказывается теорема Банаха-Штейнгауза.	
10	Приложения теоремы Банаха-Штейнгауза.	Доказывается теорема о существовании непрерывной функции с расходящимся рядом Фурье.	
2. Практические занятия			
1	Сепарабельные пространства.	Примеры. Решение задач	
2	Полные пространства.	Примеры. Решение задач	
3	Теорема Бера о категориях.	Применение следствий теоремы Бера	
4	Компактные множества.	Примеры, контрпримеры. Решение задач	
5	Теорема Арцела.	Примеры различных формулировок модуля непрерывности	
6	Компактные множества в пространствах l_p	Решение задач	
7	Компактные множества в пространствах L_p	Решение задач	
8	Неподвижные точки.	Примеры. Решение задач	
9	Теорема Банаха-Штейнгауза.	Примеры использования теоремы Банаха-Штейнгауза	
10	Приложения теоремы Банаха-Штейнгауза.	Примеры.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего

1	Сепарабельные пространства.	4	4		16	24
2	Полные пространства.	4	4		8	16
3	Теорема Бера о категориях.	6	6		16	28
4	Компактные множества.	2	2		8	12
5	Теорема Арцела.	4	4		8	16
6	Компактные множества в пространствах l_p	2	2		8	12
7	Компактные множества в пространствах L_p	2	2		8	12
8	Неподвижные точки.	4	4		16	24
9	Теорема Банаха-Штейнгауза.	4	4		12	20
10	Приложения теоремы Банаха-Штейнгауза.	2	2		12	16
		34	34		112	180

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются задачи по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекций обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, для самостоятельной работы, возникнут вопросы, обязательно задать их на следующем практическом занятии.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить задачи.

4. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Самостоятельная учебная деятельность по дисциплине «предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и практических занятий, самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и практических заданий) подлежат последующей проверке преподавателем.

Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	*Колмогоров, Андрей Николаевич. Элементы теории функций и функционального анализа : [учебник] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— Изд. 7-е .— М. : Физматлит, 2004 .— 570 с. : ил.*

б) дополнительная литература:

№ п/п	*Источник*
2.	*Харазишвили, Александр Бежанович. Введение в комбинаторную геометрию / А.Б. Харазишвили ; Тбилисский гос. ун-т, Ин-т прикладной математики им. И.Н. Векуа .— Тбилиси : Изд-во Тбилис.ун-та, 1985 .— 148,[1]с.*
3.	*Колмогоров, Андрей Николаевич. Элементы теории функций и функционального анализа : учебное пособие для студ. мат. спец. ун-тов / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1968 .— 496 с. : ил.*
4.	*Гуревич, Александр Петрович. Сборник задач по функциональному анализу : для студентов механико-математических факультетов / А.П. Гуревич, Л.Б. Зеленко ; Сарат. гос. ун-т им. Н.Г. Чернышевского .— Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 1987 .— 106, [1] с. : ил.*
5.	*Рыбников, Константин Алексеевич. Введение в комбинаторный анализ / К.А. Рыбников .— 2-е изд. — М. : Изд-во МГУ, 1985 .— 307,[1] с. : ил.*
6.	*Холл, М. Комбинаторный анализ / М. Холл ; Пер. с англ. К.А. Рыбникова .— М. : Изд-во иностр. лит., 1963 .— 96, [1] с. — (Библиотека сборника "Математика") .— Парал. тит. л. англ. факс. — Библиогр.: с.94-96.*
7.	*Данцер, Л. Теорема Хелли и ее применения / Л. Данцер, Б. Грюнбаум, В. Кли ; Пер. с англ. С.И. Залгаллер; Под ред. И.М. Яглома .— М. : Мир, 1968 .— 159,[1] с. : ил.*

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
8.	*ЭБС «Лань» : http://e.lanbook.com*
9.	*Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – (http // www.lib.vsu.ru/)*
10.	*Google, Yandex, Rambler*

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	*Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения : [Учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика"] / Под ред. К.А. Рыбникова .— М. : Наука, 1982 .— 365 с. : ил.*

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Все лекционные и практические занятия реализуются в активной и интерактивной формах и носят проблемный характер, стимулируют учебную исследовательскую деятельность студентов. Изложение учебного материала основано на принципе системности, преемственности и последовательности и направлено на развитие интеллектуальных умений, профессиональных компетенций, формирование творческой личности высококвалифицированного специалиста, способного к саморазвитию, самообразованию, инновационной деятельности. Важнейшая цель преподавателя – систематизация большого объема теоретического материала и обучение студента умению ориентироваться в этом материале.

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ»

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных и практических занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации используется учебная аудитория: специализированная мебель.

Для самостоятельной работы обучающихся – компьютерный класс, оснащенный оргтехникой, необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями, имеющий выход в глобальную сеть:

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

20. ____

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Сепарабельные пространства.	ПК-2	ПК-2.1	Устный опрос Практические задания
2.	Полные пространства.	ПК-2	ПК-2.1	Устный опрос Практические задания
3.	Теорема Бера о категориях.	ПК-2	ПК-2.1	Устный опрос Практические задания
4.	Компактные множества.	ПК-2	ПК-2.1	Устный опрос Практические задания
5.	Теорема Арцела.	ПК-2	ПК-2.1	Устный опрос Практические задания
6.	Компактные множества в пространствах l_p	ПК-2	ПК-2.1	Устный опрос Практические задания
7.	Компактные множества в пространствах L_p	ПК-2	ПК-2.1	Устный опрос Практические задания
8.	Неподвижные точки.	ПК-2	ПК-2.1	Устный опрос Практические задания
9.	Теорема Банаха-Штейнгауза.	ПК-2	ПК-2.1	Устный опрос Практические задания
10.	Приложения теоремы Банаха-Штейнгауза.	ПК-2	ПК-2.1	Устный опрос Практические задания
Промежуточная аттестация форма контроля –зачет с оценой ___________				Перечень вопросов к зачету

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: устного опросы, практических заданий.

Примерный перечень вопросов

1. Фундаментальная последовательность. Определение. Свойства
2. Полное пространство.
3. Пример не полного пространства
3.Банахово пространство. Определение. Примеры.
4. Сепарабельное пространство. Примеры.
5. Нигде не плотное множество.
6. Множества первой и второй категории Бэра.
7. Теорема Бэра о категориях.
8. Примеры множеств первой и второй категории в функциональных пространствах.
9. Принцип вложенных шаров.
10. Гильбертово пространство.
11. Пространства Lp[a;b], L∞[a;b], C[a;b] и сопряженные к ним.
12. Критерии компактности множеств в пространствах суммируемых, существенно ограниченных, непрерывных функций.
13. Связь между сепарабельностью нормированного пространства и его сопряженного.
14. Слабая ограниченность семейства элементов нормированного пространства и ограниченность по норме.
15.Равномерная сходимость на предкомпактах поточечно сходящихся последовательностей линейных операторов.
16. Теорема Банаха-Штейнгауза.

Примерный перечень практических заданий

Доказать следующие утверждения

1. Нормированное пространство полное тогда и только тогда, когда любая последовательность замкнутых, вложенных друг в друга шаров, радиусы которых стремятся к нулю имеет непустое пересечение.
2. Доказать, что множество всех точек вида ln (r2 +1) (где r- всевозможные рациональные числа (*возводятся в квадрат*)) является плотным на луче [0 ; +∞].
3. Доказать, что **R**n- сепарабельно, где совокупность векторов с рациональными координатами всюду плотно и счетно.
4. Доказать, что пространство непрерывных функций C[a,b] сепарабельно, где совокупность всех многочленов с рациональными коэффициентами счетно и всюду плотно.
5. Доказать, что $\boldsymbol{l_p}$ - сепарабельно, где счетное, всюду плотное множество- совокупность последовательностей в каждой из которых все члены рациональны и лишь конечное (свое для каждой последовательности) число этих членов отлично от нуля.
6. Доказать, что пространство m - ограниченных последовательностей с метрикой не сепарабельно.
7. Доказать, что пространство непрерывных функций C[a,b]- полно.
8. Доказать, что пространство **R**- полно.
9. Доказать, что пространство l_p , p = 2 полно.
10. Доказать, что пространство C2 [a, b] - не полно

11. На линейном пространстве X заданы две эквивалентные нормы и в одной из них X- банахово. Доказать, что X- банахово и в другой ноПроводится и как рме

Описание технологии проведения

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях. В качестве заданий текущего контроля выступают теоретические вопросы, обсуждаемые на лекционных занятиях и практические задания на доказательство. Проводится и в форме индивидуальной работы с обучающимися, и как работа с группой вцелом, при обсуждении или проверке выполнения индивидуального задания .

Требования к выполнению заданий (шкалы и критерии оценивания)

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено».

Критерии оценивания:

- обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом (теоретическими основами дисциплины),
- способен иллюстрировать ответ примерами,
- применять теоретические знания для решения практических задач.

Оценка «зачтено» выставляется при условии, если обучающийся как минимум демонстрирует умения применять теоретические знания для решения практических задач. «Незачтено»- отсутствуют все выше перечисленные показатели.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Фундаментальная последовательность. Определение. Свойства
2. Полное пространство.
3. Пример не полного пространства
3.Банахово пространство. Определение. Примеры.
4. Сепарабельное пространство. Примеры.
5. Нигде не плотное множество.
6. Множества первой и второй категории Бэра.
7. Теорема Бэра о категориях.
8. Примеры множеств первой и второй категории в функциональных пространствах.
9. Принцип вложенных шаров.
10. Гильбертово пространство.
11. Пространства Lp[a;b], L∞[a;b], C[a;b] и сопряженные к ним.
12. Критерии компактности множеств в пространствах суммируемых, существенно ограниченных, непрерывных функций.
13. Связь между сепарабельностью нормированного пространства и его сопряженного.
14. Слабая ограниченность семейства элементов нормированного пространства и ограниченность по норме.
15.Равномерная сходимость на предкомпактах поточечно сходящихся последовательностей линейных операторов.
16. Компактные множества.

17. Теорема Арцела.
18. Компактные множества в пространствах l_p
19. Компактные множества в пространствах L_p
20. Неподвижные точки.
21. Теорема Банаха-Штейнгауза.

Описание технологии проведения

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины и проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра.

К промежуточной аттестации допускаются студенты, прошедшие все этапы текущей аттестации с оценкой «зачтено». В случае подавляющего количества оценок «незачтено» (более 60 %) студент может быть допущен к промежуточной аттестации с добавлением двух дополнительных вопросов к типовому КИМ промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация проводится в формате собеседования с преподавателем. Обучающийся получает 2 теоретических вопроса и 1 практическое задание на доказательство. Примерный перечень заданий приведен выше. Время подготовки к ответу не должно превышать 1 час. При желании, студент может начать ответ без подготовки. При необходимости, преподаватель может задавать уточняющие, а в случае отсутствия оценки по контрольным точкам дополнительные вопросы.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Пример ответа на теоретический вопрос

1. ВЫПУКЛОЕ МНОЖЕСТВО

В евклидовом или другом векторном пространстве - множество, которое вместе с любыми двумя точками содержит все точки соединяющего их отрезка называется выпуклым. Пересечение любой совокупности В. м. есть В. м.

Наименьшая размерность плоскости, содержащей данное В. м., называется размерностью этого В. м. Замыкание В. м. (т. е. результат присоединения к В. м. всех его предельных точек) дает В. м. той же размерности. Через каждую точку границы В. м. проходит хотя бы одна гиперплоскость, оставляющая это В. м. в одном замкнутом полупространстве. Такие гиперплоскости и полупространство называются опорными для данного В. м. в данной точке границы. Замкнутое В. м. есть пересечение его опорных полупространств.

Центральное место в теории В. м. занимает изучение выпуклых тел (в. т.) - конечных (т. е. ограниченных) замкнутых В. м. размерности *п.*

В. т. гомеоморфно замкнутому шару. Бесконечное в. т., не содержащее прямых, гомеоморфно полупространству, а содержащее прямую является цилиндром с выпуклым (возможно бесконечным) поперечным сечением.

Пересечение конечного числа замкнутых полупространств есть выпуклый многогранник. Гранями в. т. называют его пересечения с опорными гиперплоскостями. Это - в. т. более низких размерностей. Само в. т. считают его n-мерной гранью. Грань грани, в отличие от случая многогранника, может не быть гранью исходного в. т. С каждой граничной точкой *х* в. т. связывают: открытый касательный конус, заполненный лучами, идущими *из х* через внутренние точки в. т.; замкнутый касательный конус - его замыкание; касательный конус поверхности - его граница. Первые два конуса выпуклые. Точки границы в. т. классифицируют по минимальной размерности граней, которым они принадлежат, а также по размерности множества опорных гиперплоскостей в точке. Точки нуль-мерных граней называют выступающими. Крайними называют точки в. т., не внутренние ни для одного отрезка, лежащего в этом в. т.

Точка, не принадлежащая в. т., строго отделена от него гиперплоскостью, оставляющей эту точку и в. т. в разных открытых полупространствах. Два непересекающихся В. м. отделены гиперплоскостью, оставляющей их в разных замкнутых полупространствах. Последнее свойство отделимости сохраняется для В. м. в бесконечномерных векторных пространствах.

С в. т. F связана его опорная функция H:

$E^n \to E^1$, определяемая равенством $H(u) = \sup\{ux : x \in F\}$,

где *ux* - скалярное произведение. Функция $H(u)$ - положительно однородная 1-й степени: $H(\alpha u) = \alpha H u$ при $\alpha \geqslant 0$, и выпуклая:

$$H(u+v) \leqslant H(u) + H(v).$$

Любая функция с этими двумя свойствами есть опорная функция для некоторого (причем единственного) в. т. Задание опорной функции - один из основных способов задания в. т.

При размещении начала координат внутри в. т. вводят функцию расстояния $D:\ E^n \to E^1$, определяемую при $u \neq 0$ равенством

$$D(u) = \sup\{\alpha : u / \alpha \in F\},$$

и полагают $D(0) = 0$. Это - тоже положительно однородная 1-й степени выпуклая функция, определяющая *F.* Два в. т. называют полярными (или двойственными) друг другу, если опорная функция одного из них есть функция расстояния для другого. Существование двойственных в. т. связано с самосопряженностью E^n.

Если в. т. P симметрично относительно начала координат, то функция $\rho(u,\ v) = D(u-v)$ является метрикой. Это - метрика пространства Минковского (конечномерного банахова пространства), причем F играет роль единичного шара. Аналогично в бесконечномерном банаховом пространстве единичный шар есть В. м. Свойства пространства связаны с геометрией этого шара, в частности с наличием на его границе точек разного типа.

В. т. можно задавать как *выпуклую оболочку* точек его границы или части этих точек.

Существует ряд достаточных признаков, позволяющих делать заключение о выпуклости множества (или каждого из множеств некоторого семейства). Например, если C^2 - гладкая замкнутая поверхность в E^3 имеет в каждой точке неотрицательную гауссову кривизну, то эта поверхность - граница в. т.; если пересечение компактного множества F в E^3 с каждой плоскостью, оставляющей F в одном полупространстве, связно, то F выпукло.

На множестве в. т. (в том числе вырожденных, но не пустых) метрику можно ввести многими способами. Наиболее употребительна метрика Хаусдорфа В этой метрике каждое в. т. можно приближать выпуклыми многогранниками, а также такими в. т., которые допускают задание $P(x_1,\ \ldots,\ x_n) \leqslant 0,$ где *P* - многочлен, и которые имеют во всех точках границы положительные главные кривизны.

В. т. всегда имеют конечный объем (по Жордану), совпадающий с его n-мерной мерой Лебега. Граница в. т. имеет конечную (*п* -1)-мерную площадь, причем различные способы введения площади в этом случае эквивалентны. Объем и площадь границы непрерывно (по метрике Хаусдорфа) зависят от в. т.

Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации
1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом;
2) умение связывать теорию с практикой;
3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
4) умение применять полученные знания при решении практических задач.
5) владение понятийным аппаратом (теоретическими основами дисциплины), способность иллюстрировать ответ примерами, фактами, , применять теоретические знания для.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач	*Повышенный уровень*	*отлично*
Обучающийся владеет понятийным аппаратом (теоретическими основами дисциплины), допускает не значительные ошибки при ответе.	*Базовый уровень*	*хорошо*
Обучающийся владеет частично теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен дать ответ .	*Пороговый уровень*	*удовлетворительно*
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки,	–	*Неудовлетворительно Незачет*

Задания текущего контроля и проведение промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности; степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и практически значимую информацию.