

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей

А.В. Глушко
19.05.2022

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.07 Теория вероятностей и математическая статистика

1. Код и наименование направления подготовки: 39.03.01 Социология
2. Профиль подготовки: Организация и проведение социологических исследований
3. Квалификация выпускника: Бакалавр
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
6. Составители программы: к.ф.-м.н., доц. Михайлова И.В.
7. Рекомендована: НМС математического факультета 24.03.2022 Протокол № 0500-03
8. Учебный год: 2023/ 2024 Семестр(ы): 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является теоретическое осмысление студентами основного математического аппарата и фундаментальных методов исследования, применяемых в теории вероятностей и математической статистике, а также развитие навыков практического применения математического аппарата и реализации изучаемых алгоритмов с помощью современных информационных технологий; получение знаний и навыков решения задач, требующих применения методов теории вероятностей и математической статистики, в различных сферах хозяйственной деятельности (экономической, производственной, социальной).

Основными задачами учебной дисциплины являются:

- формирование у обучающихся логического мышления, способностей к постановке задач и определению приоритетов при решении профессиональных проблем;
- обучение обучающихся математическим методам, применяемым в социологии для получения необходимой информации, обработки результатов измерений, а также оценки степени надежности полученных данных.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений блока Б1.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен в пределах поставленных целей формулировать задачи научных исследований в различных областях социологии и решать их с помощью современных исследовательских методов с использованием адекватных теоретических концепций и с применением соответствующей аппаратуры, оборудования, информационных технологий	ПК-1.3	На разных этапах проведения социологического исследования использует различную аппаратуру и оборудование, информационные технологии для достижения выдвинутых целей и решения поставленных задач в различных областях социологии	Знать: терминологическую систему, принципы поиска методов изучения информации, логико-методологический инструментарий для критической оценки современных концепций в своей предметной области Уметь: использовать информационные технологии для достижения поставленных задач, критически оценивать надежность источников информации, работать с противоречивой информацией из источников; анализировать, абстрактно мыслить, проводить аналогию, подвергать логическому осмыслению проблемные ситуации, делать умозаключения и логические выводы, подводить итоги и выявлять практическое значение различных решаемых проблем; определять, интерпретировать и ранжировать информацию, требуемую для решения поставленной задачи Владеть: навыками изложения самостоятельной точки зрения, анализа, синтеза и публичной речи; навыками и умениями использовать логические приемы и методы анализа результатов деятельности и предотвращения ошибок; навыками поиска необходимой информации в профессиональных базах данных для решения поставленных задач

Форма промежуточной аттестации Экзамен – 3 семестр

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			3 семестр
Контактная работа		60	60
в том числе:	лекции	40	40
	практические	20	20
	лабораторные	-	-
	курсовая работа	-	-
	<i>контрольные работы</i>	-	-
Самостоятельная работа		48	48
Промежуточная аттестация		36	36
Итого:		144	144

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Случайный опыт. Вероятностное пространство	Элементы комбинаторики	-
		Случайный опыт. Свойство статистической устойчивости частот. Общее вероятностное пространство (система аксиом Колмогорова) Классическая схема. Геометрическая схема.	
1.2	Условная вероятность. Стохастическая независимость случайных событий	Свойства вероятностей случайных событий. Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Стохастически независимые случайные события.	-
		Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли.	
1.3	Случайные величины и векторы	Случайная величина: определение, примеры. Функция распределения случайной величины: определение, примеры, свойства. Классификация случайных величин.	-
		Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты.	
		Характеристики связи: ковариация, коэффициент корреляции. Случайный вектор.	
		Типовые дискретные распределения и их связи.	
		Типовые абсолютно непрерывные распределения.	
1.4	Предельные теоремы	Закон больших чисел. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Теорема Муавра-Лапласа.	-

1.5	Основные понятия выборочной теории	Генеральная совокупность. Выборка. Выборочные характеристики. Основные распределения математической статистики.	
1.6	Оценки неизвестных параметров	Точечные оценки и их свойства.	
		Методы получения точечных оценок.	
		Доверительные интервалы.	
		Примеры построения доверительных интервалов.	
1.7	Проверка статистических гипотез	Статистическая гипотеза. Простые и сложные гипотезы. Критерии проверки гипотез.	
		Проверка двух простых гипотез. Критерий Неймана-Пирсона.	
		Критерии согласия.	
1.8	Основы корреляционного анализа	Анализ парных связей, коэффициента корреляции и корреляционного отношения	
1.9	Основы регрессионного анализа	Общая линейная модель. Метод наименьших квадратов.	
2. Практические занятия			
2.1	Случайный опыт. Вероятностное пространство	Элементы комбинаторики Классическая схема. Геометрическая схема.	-
2.2	Условная вероятность. Стохастическая независимость случайных событий	Свойства вероятностей случайных событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли.	-
2.3	Случайные величины и векторы	Дискретные случайные величины. Абсолютно непрерывные случайные величины.	-
		Дискретные случайные векторы.	
2.4	Предельные теоремы	-	-
2.5	Основные понятия выборочной теории	Эмпирическая функция распределения. Гистограмма выборки. Выборочные числовые характеристики.	
2.6	Оценки неизвестных параметров	Точечные оценки и их свойства. Методы получения точечных оценок.	
		Доверительные интервалы.	
		Примеры построения доверительных интервалов.	
2.7	Проверка статистических гипотез	Проверка двух простых гипотез. Критерий Неймана-Пирсона.	
		Критерии согласия.	
2.8	Основы корреляционного анализа	-	
2.9	Основы регрессионного анализа	Метод наименьших квадратов.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Случайный опыт. Вероятностное пространство	4	2		5	11
2	Условная вероятность. Стохастическая независимость случайных событий	4	2		5	11
3	Случайные величины и векторы	10	4		7	21
4	Предельные теоремы	2	-		5	7
5	Основные понятия выборочной теории	2	2		5	9
6	Оценки неизвестных параметров	8	4		6	18
7	Проверка статистических гипотез	6	4		5	15
8	Основы корреляционного анализа	2	-		5	7
9	Основы регрессионного анализа	2	2		5	9
	Контроль					36
	Итого:	40	20		48	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Теория вероятностей и математическая статистика» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

4. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке

5. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на кафедральном сайте <http://www.kuchp.ru>

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Иванов, Б. Н. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Б. Н. Иванов. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-3636-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/113901 (дата обращения: 20.09.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Зубков, А. М. Сборник задач по теории вероятностей : учебное пособие / А. М. Зубков, Б. А. Севастьянов, В. П. Чистяков. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-0975-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Источник
3	http://www.lib.vsu.ru – ЗНБ ВГУ
4	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
5	Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Стохастический анализ: учебно-методическое пособие / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2014. – 39 с. http://www.kuchp.ru/uploads/files/public/Files-4P9DHTImKx.pdf

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12152>).

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук, проектор, Linux — Ubuntu, LibreOffice, Xnconvert, Google Chrom, Google drive. Используется программное обеспечение WIN HOME 10 32-bit/64-bit All Lng PK Lic Online DwnLd NR, а также Office Home and Student 2019 All Lng PKL OnLn CEE Only DwnLd C2R NR, а также почтовый клиент Яндекс.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук, проектор, Linux — Ubuntu, LibreOffice, Xnconvert, Google Chrom, Google drive. Используется программное обеспечение WIN HOME 10 32-bit/64-bit All Lng PK Lic Online DwnLd NR, а также Office Home and Student 2019 All Lng PKL OnLn CEE Only DwnLd C2R NR, а также почтовый клиент Яндекс.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Формулы комбинаторики. Математическая модель случайного опыта. Случайные события. Определение вероятности случайного события.	ПК-1	ПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа № 1, контрольно-измерительные материалы к экзамену
2	Свойства вероятностей случайных событий. Условная вероятность. Независимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	ПК-1	ПК-1.3	Домашние задания, контрольно-измерительные материалы к экзамену
3	Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин	ПК-1	ПК-1.3	Домашние задания, контрольно-измерительные материалы к экзамену
4	Законы распределения случайных величин. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема	ПК-1	ПК-1.3	Домашние задания, контрольно-измерительные материалы к экзамену
5	Математическая статистика. Роль дисциплины в профессиональной подготовке социолога. Описательные статистики.	ПК-1	ПК-1.3	Домашние задания, контрольно-измерительные материалы к экзамену
6	Основы математической теории выборочного метода. Оценки параметров.	ПК-1	ПК-1.3	Домашние задания, контрольно-измерительные материалы к экзамену
7	Проверка статистических гипотез.	ПК-1	ПК-1.3	Домашние задания, контрольно-измерительные материалы к экзамену
8	Критерии проверки статистических гипотез	ПК-1	ПК-1.3	Домашние задания, контрольно-измерительные материалы к экзамену
9	Корреляционный и регрессионный анализ.	ПК-1	ПК-1.3	Домашние задания, контрольно-измерительные материалы к экзамену
10	Дисперсионный анализ.	ПК-1	ПК-1.3	Домашние задания, контрольно-измерительные материалы к экзамену
Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен				Перечень вопросов к экзамену

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены *на оценивание*:

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением домашних работ, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях.

Формы, методы и периодичность текущего контроля определяет преподаватель.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено».

Тестовые задания:

Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно) Test1-5:

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Test1

Куб с окрашенными гранями распилен на 27 одинаковых кубиков. Найти вероятность того, что у выбранного наудачу кубика будет окрашена одна грань.

Решение. Согласно классическому определению вероятности, вероятность данного события будет равна отношению количества благоприятных исходов (6) к общему числу исходов (27), т.е. $6/27$

Варианты ответов:

1. 0;
2. $6/27$;
3. $27/6$.

Test2

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из трёх последовательно соединённых идентичных элементов, которые выходят из строя независимо друг от друга. Чему равна надёжность данной схемы (вероятность безотказной работы в течение контрольного промежутка времени), если надёжность каждого элемента равна $p \in (0,1)$.

Решение. Цепь безотказно работает, если работают все три элемента. Т.е. надёжность цепи равна $p \cdot p \cdot p = p^3$

Варианты ответов:

1. p ;
2. $1-p$;
3. $3p$;
4. p^3 .

Test3

Абсолютно-непрерывная случайная величина имеет плотность распределения вероятностей:

$$f(x) = \frac{\alpha}{x^2} I_{(1,+\infty)}(x), x \in \mathbb{R}.$$

Найти коэффициент α .

Решение.

Используя характеристические свойства плотности распределения вероятностей, получаем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \alpha \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2} = \alpha \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_1^{+\infty} = 0 + \alpha = \alpha, \Rightarrow \alpha = 1;$$

Варианты ответов:

1. 0,5;
2. 1;
3. -1;
4. 0.

Test4

Рассматривается эмпирическая функция распределения, построенная по выборке 100 из абсолютного непрерывного распределения. Чему равна величина минимального скачка этой функции.

Решение. По определению эмпирической функции распределения величина минимального скачка $1/100 = 0,01$.

Варианты ответов:

1. 1;
2. 0,1;
3. 0,01;

Test5

Может ли числовой набор -1; 0; 3; 3; 3; 1; 4 быть вариационным рядом для некоторой реализации простой случайной выборки объема 6.

Решение. Каждый элемент вариационного ряда, кроме первого, должен быть больше либо равен предыдущему.

Варианты ответов:

1. Да;
2. Нет.

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Вставьте пропущенное слово или закончите определение

!Task6

Статистическим аналогом неизвестной теоретической функции распределения является функция распределения.

!Ответ

эмпирическая

!Task7

Интервал со случайными концами, который накрывает неизвестный параметр с вероятностью $1-\alpha$, называется интервалом с уровнем значимости α .

!Ответ

доверительным
доверительный

!Task8

Всякое высказывание о виде функции распределения элементов выборки называется статистической

!Ответ

гипотезой
гипотеза

!Task9

Пусть $M\xi = \mu < \infty$. Тогда выборочное среднее является оценкой для μ .

!Ответ

несмещённая
несмещённой

!Task10

Статистическая гипотеза, которая однозначно определяет функцию распределения элементов выборки называется

!Ответ

простой
простая

Критерии оценки тестов

«Отлично» - обучающийся набрал свыше 90% от максимально возможного количества баллов.

«Хорошо» - обучающийся набрал от 70% до 90% от максимально возможного количества баллов.

«Удовлетворительно» - обучающийся набрал от 51% до 69% от максимально возможного количества баллов.

«Неудовлетворительно» - обучающийся набрал менее 50% от максимально возможного количества баллов.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает

изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На экзамене оценивается уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Описание технологии проведения

На экзамене студент вытягивает билет, который содержит два теоретических вопроса и один практический. Все вопросы и задачи, входящие в билеты, охватывают весь материал, изучаемый за весь семестр.

Вопросы к экзамену:

1. Элементы комбинаторики
2. Случайный опыт. Свойство статистической устойчивости частот. Общее вероятностное пространство (система аксиом Колмогорова)
3. Классическая схема.
4. Геометрическая схема.
5. Свойства вероятностей случайных событий.
6. Условные вероятности.
7. Теорема умножения вероятностей.
8. Стохастически независимые случайные события.
9. Формула полной вероятности.
10. Формула Байеса.
11. Схема Бернулли.
12. Случайная величина: определение, примеры.
13. Функция распределения случайной величины: определение, примеры, свойства.
14. Классификация случайных величин.
15. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты.
16. Характеристики связи: ковариация, коэффициент корреляции.
17. Случайный вектор.
18. Типовые дискретные распределения и их связи.
19. Типовые абсолютно непрерывные распределения.
20. Закон больших чисел.
21. Теорема Бернулли.
22. Центральная предельная теорема.
23. Теорема Муавра-Лапласа.
24. Генеральная совокупность.
25. Выборка.
26. Выборочные характеристики.
27. Основные распределения математической статистики.
28. Точечные оценки и их свойства.
29. Методы получения точечных оценок.
30. Доверительные интервалы.
31. Примеры построения доверительных интервалов.
32. Статистическая гипотеза.
33. Простые и сложные гипотезы.
34. Критерии проверки гипотез.
35. Проверка двух простых гипотез.

- 36. Критерий Неймана-Пирсона.
- 37. Критерии согласия.
- 38. Анализ парных связей, коэффициента корреляции и корреляционного отношения
- 39. Общая линейная модель.
- 40. Метод наименьших квадратов.

Примеры задач:

1. На проверку поступила партия микросхем, среди которых 10% дефектных. При проверке дефект обнаруживается с вероятностью 0.95. С вероятностью 0.03 исправная микросхема может быть признана дефектной. Проверили одну микросхему. 1) Найти вероятность следующего события A : проверенная микросхема признана дефектной; 2) Событие A произошло, то есть проверенная микросхема признана дефектной. Найти вероятность того, что она была исправной.
2. В пирамиде установлены 5 винтовок, из которых 3 снабжены оптическим прицелом, Вероятность попасть в цель из винтовки с оптическим прицелом равна 0.95, а для винтовки без прицела – 0.7. 1) Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки. 2) Известно, что цель поражена. Найти вероятность, что она поражена из винтовки без прицела.

Тестовые задания раздела 20.1 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний и сформированности компетенций по результатам освоения данной дисциплины.

Требование к выполнению заданий

Критерии выставления оценок:

Оценки	Критерии
Отлично	обучающийся показывает высокий интеллектуальный и общекультурный уровень, глубокое и всестороннее знание предмета, на все вопросы билета даны правильные исчерпывающие ответы, приведены доказательства обучающийся аргументировано и логично излагает материал, правильно решает все предложенные практические задания; дополнительные вопросы не вызывают затруднений
Хорошо	обучающийся показывает свой интеллектуальный и общекультурный уровень, твердо знает предмет учебной дисциплины, логично излагает изученный материал, умеет применять теоретические знания для решения практических задания, на вопросы билеты получены полные и верные ответы, приведено доказательство, но есть небольшие неточности в формулировках и затруднения при ответе на дополнительные вопросы
Удовлетворительно	обучающийся показывает свой общекультурный уровень, в основном знает предмет учебной дисциплины, знает основные определения и термины, имеет определенные знания предмета, практические задания решить не может, также не может привести доказательства.
Неудовлетворительно	степень освоения учебной дисциплины обучаемым не соответствует критериям, предъявляемым к оценке «удовлетворительно»