

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
Математического и прикладного анализа  
А.И. Шашкин  
подпись, расшифровка подписи  
23.05.2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

*Б1.О.17 Комплексный анализ*

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

*01.03.03 Механика и математическое моделирование*

2. Профиль подготовки/специализация: *компьютерные технологии в механике сплошных сред*

3. Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

4. Форма обучения: *Очная*

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

*Математического и прикладного анализа*

6. Составители программы: *Засорин Юрий Валентинович, к.ф.-м.н., доцент*

7. Рекомендована: *НМС факультета ПММ протокол №8 от 15.04.2022*

8. Учебный год: 2024/2025 Семестр(-ы): 4

### 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью дисциплины является выработка у студентов углубленного понимания таких фундаментальных понятий как комплексная дифференцируемость, комплексная аналитичность, конформное отображение, овладение аппаратом и методами теории функций комплексной переменной, выработка навыков применения этих методов к задачам и проблемам математического и функционального анализа, уравнениям в частных производных математической физики, теории упругости и гидромеханики.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина относится к профессиональному циклу. Она требует от студентов владение основами математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии. Кроме того, обучающемуся необходимо обладание культурой мышления, способностью к интеллектуальному, и профессиональному саморазвитию, стремлением к повышению своей квалификации и мастерства, способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии, способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным проблемам. Дисциплины, в которых используются знания, навыки и умения, полученные в рамках настоящей дисциплины: «Уравнения математической физики», «Функциональный анализ», «Теория упругости» и «Гидромеханика».

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

| Компетенция |                                                                                                                                                                                    | Планируемые результаты обучения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Код         | Название                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| ОПК-1       | способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой | знать: понятие комплексного числа, действия над комплексными числами, понятия предела последовательности комплексных чисел, функции комплексной переменной, предела и непрерывности функции комплексной переменной, производной и интеграла от функции комплексной переменной.<br>уметь: логически мыслить, самостоятельно расширять свои математические знания, применять свои знания при решении задач.<br>владеть: методами исследования и решения задач, относящихся к следующим разделам комплексного анализа: комплексные числа, функции комплексной переменной, производная и интеграл от функции комплексной переменной |
| ПК-2        | способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат                                                                                              | <b>Знать:</b> основные положения, законы и методы фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин для понимания сущности проблемы.<br><b>Уметь:</b> приводить научные положения и факты для обоснования сущности проблемы определять возможности применения теоретических положений и методов комплексного анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные задачи на вычисление.<br><b>Владеть:</b> современными проблемами естественных наук и математики, стандартными методами и моделями комплексного анализа и их применением к решению прикладных задач                   |

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.** (в соответствии с учебным планом) — 4/144.

**Форма промежуточной аттестации** экзамен .

### 13. Виды учебной работы

| Вид учебной работы       |                 | Трудоемкость |              |
|--------------------------|-----------------|--------------|--------------|
|                          |                 | Всего        | По семестрам |
|                          |                 |              | 4 семестр    |
| Контактная работа        |                 | 64           | 64           |
| в том числе:             | лекции          | 32           | 32           |
|                          | практические    | 32           | 32           |
|                          | лабораторные    |              |              |
|                          | курсовая работа |              |              |
|                          |                 |              |              |
| Самостоятельная работа   |                 | 44           | 44           |
| Промежуточная аттестация |                 | 36           | 36           |
| Итого:                   |                 | 144          | 144          |

#### 13.1. Содержание дисциплины

| п/п              | Наименование раздела дисциплины                                                    | Содержание раздела дисциплины                                                                                                                                                                                                                                                       |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1. Лекции</b> |                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 1. 1.            | Комплексные числа и действия над ними. Формулы Муавра                              | Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами. Модуль и аргумент. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формулы Муавра извлечения корней из комплексных чисел.                                                                       |
| 2.1.             | Расширенная комплексная плоскость и её свойства.                                   | Понятие бесконечно удаленной точки. Открытые и замкнутые множества. Последовательности комплексных чисел и их свойства.                                                                                                                                                             |
| 3. 1.            | Функции комплексной переменной. Предел. Обобщенная непрерывность. Однолиственность | Понятие функции комплексной переменной. Способы задания. Два определения предела функции. Непрерывность и обобщенная непрерывность. Понятие однолиственности.                                                                                                                       |
| 4. 1.            | R-линейные и C-линейные функционалы и их свойства.                                 | Понятие R-линейного и C-линейного функционала. Структура R-линейных и C-линейных функционалов. Критерий C-линейного функционала. Геометрические свойства R-линейных и C-линейных функционалов.                                                                                      |
| 5. 1.            | Дифференцируемость функций комплексной переменной. Условие Коши-Римана             | Понятие R-дифференцируемости и C-дифференцируемости функции комплексной переменной. Теорема Коши-Римана (необходимое и достаточное условие C-дифференцируемости). Элементарные свойства C-дифференцируемых функций (дифференцируемость суммы, произведения, частного и композиции). |
| 6. 1.            | Комплексная производная и ее свойства                                              | Понятие комплексной производной. Связь с C-дифференцируемостью. Простейшие свойства комплексной производной. Способы вычисления комплексной производной. Вычисление комплексной производной от элементарных функций.                                                                |

|        |                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7. 1.  | Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций                                                                                                      | Аналитичность функции комплексной переменной в точке и на множестве. Классы аналитических функций.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 8. 1.  | Элементарные функции комплексной переменной и их свойства                                                                                                          | Линейная функция. Степенная функция. Показательная, логарифмическая, тригонометрические и обратные тригонометрические функции комплексной переменной и их свойства. Многозначные функции. Главное значение многозначной функции. Точки ветвления. Области конформности.                                                                                                                                                                        |
| 9. 1.  | Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Теоремы Коши для односвязных областей. Теорема Коши для многосвязных областей.                          | Ориентированные контуры в комплексной плоскости. Понятие интеграла от Ф.К.П. Связь с интегралом Римана и криволинейными интегралами 2-го рода. Свойства интеграла (линейность, аддитивность, ориентированность, оценки интеграла). Примеры вычисления интегралов от Ф.К.П. Число связности области. Ориентированная граница области. Теоремы Коши для односвязных областей (1-ая и 2-ая формулировки). Теорема Коши для многосвязных областей. |
| 10. 1. | Интегральная формула Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции                                                                         | Интегральная формула Коши и ее модификации. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции. Аналитичность производных аналитической функции. Вычисление интегралов с помощью интегральных формул Коши.                                                                                                                                                                                                                        |
| 11. 1. | Формулы среднего значения и следствия из них. Принцип максимума.. Теорема Лиувилля                                                                                 | Формулы среднего значения для аналитической функции (1-ая, 2-ая и 3-я). Принцип максимума модуля для аналитической функции. Понятие целой функции. Теорема Лиувилля. Следствия из теоремы Лиувилля.                                                                                                                                                                                                                                            |
| 12. 1. | Первообразная. Локальная первообразная. Теоремы о первообразных. Теорема Мореры. Теорема Вейерштрасса                                                              | Понятие первообразной и локальной первообразной. Свойства первообразной. Теоремы о первообразной и локальной первообразной. Неопределенный интеграл и формула Ньютона-Лейбница. Теоремы Мореры и Вейерштрасса (об аналитичности предела равномерно сходящейся последовательности аналитических функций).                                                                                                                                       |
| 13. 1. | Функциональные и степенные ряды. Область сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Аналитичность суммы степенного ряда                                      | Функциональные ряды. Типы сходимости. Область сходимости. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара и радиус сходимости. Аналитичность сумм степенных рядов. Теорема Абеля. Примеры.                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 14. 1. | Теорема Тейлора. Теорема единственности тейлоровского разложения. 3 определения аналитической функции                                                              | Теорема Тейлора и единственность тейлоровского разложения аналитической функции. Эквивалентность 3-х определений аналитической функции (Коши, Мореры, Тейлора). Разложение в ряды Тейлора элементарных Ф.К.П.. Методы разложения в ряд Тейлора аналитических функций.                                                                                                                                                                          |
| 15. 1. | Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема единственности                                                                                                   | Нули аналитической функции. Порядок нуля. Вычисление порядка нуля. Теорема единственности для аналитических функций и следствия из нее.                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 16. 1. | Ряды Лорана. Область сходимости. Теорема Лорана                                                                                                                    | Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана. Теорема о единственности лорановского разложения аналитической функции. Разложение аналитических функций в ряды Лорана.                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 17. 1. | Особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек. Критерий правильной точки. Связь И.О.Т. с лорановским разложением. Теорема Сохоцкого | Изолированные и неизолированные особые точки аналитической функции. Устранимая особенность, полюс и существенно особая точка. Их связь с лорановским разложением. Критерий правильной точки. Порядок полюса и его вычисление. Теорема Ю.В.Сохоцкого. Нахождение особых точек и установление их типа.                                                                                                                                           |

|                                |                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 18. 1.                         | Понятие вычета. Связь вычета с лорановским разложением. Формулы вычета в полюсе. Основная теорема о вычетах. Вычет на бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов | Определение вычета аналитической функции. Способы вычисления вычетов в правильной точке, полюсе и существенно особой точке. Определение вычета в бесконечно удаленной точке. Теорема о полной сумме вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.                                                                                                                                                                                          |
| <b>2. Практические занятия</b> |                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 1. 2.                          | Комплексные числа и действия над ними. Формулы Муавра                                                                                                               | Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами. Модуль и аргумент. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формулы Муавра извлечения корней из комплексных чисел.                                                                                                                                                                                                                                  |
| 2. 2.                          | Расширенная комплексная плоскость и её свойства.                                                                                                                    | Понятие бесконечно удаленной точки. Открытые и замкнутые множества. Последовательности комплексных чисел и их свойства.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 3. 2.                          | Функции комплексной переменной. Предел. Обобщенная непрерывность. Однолиственность                                                                                  | Понятие функции комплексной переменной. Способы задания. Два определения предела функции. Непрерывность и обобщенная непрерывность. Понятие однолиственности.                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 4. 2.                          | R-линейные и C-линейные функционалы и их свойства.                                                                                                                  | Понятие R-линейного и C-линейного функционала. Структура R-линейных и C-линейных функционалов. Критерий C-линейного функционала. Геометрические свойства R-линейных и C-линейных функционалов.                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 5. 2.                          | Дифференцируемость функций комплексной переменной. Условие Коши-Римана                                                                                              | Понятие R-дифференцируемости и C-дифференцируемости функции комплексной переменной. Теорема Коши-Римана (необходимое и достаточное условие C-дифференцируемости). Элементарные свойства C-дифференцируемых функций (дифференцируемость суммы, произведения, частного и композиции).                                                                                                                                                            |
| 6. 2.                          | Комплексная производная и ее свойства                                                                                                                               | Понятие комплексной производной. Связь с C-дифференцируемостью. Простейшие свойства комплексной производной. Способы вычисления комплексной производной. Вычисление комплексной производной от элементарных функций.                                                                                                                                                                                                                           |
| 7. 2.                          | Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций                                                                                                       | Аналитичность функции комплексной переменной в точке и на множестве. Классы аналитических функций.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 8. 2.                          | Элементарные функции комплексной переменной и их свойства                                                                                                           | Линейная функция. Степенная функция. Показательная, логарифмическая, тригонометрические и обратные тригонометрические функции комплексной переменной и их свойства. Многозначные функции. Главное значение многозначной функции. Точки ветвления. Области конформности.                                                                                                                                                                        |
| 9. 2.                          | Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Теоремы Коши для односвязных областей. Теорема Коши для многосвязных областей.                           | Ориентированные контуры в комплексной плоскости. Понятие интеграла от Ф.К.П. Связь с интегралом Римана и криволинейными интегралами 2-го рода. Свойства интеграла (линейность, аддитивность, ориентированность, оценки интеграла). Примеры вычисления интегралов от Ф.К.П. Число связности области. Ориентированная граница области. Теоремы Коши для односвязных областей (1-ая и 2-ая формулировки). Теорема Коши для многосвязных областей. |
| 10. 2.                         | Интегральная формула                                                                                                                                                | Интегральная формула Коши и ее модификации.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                                | Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции                                                                                               | Интегральная формула Коши для производных аналитической функции. Аналитичность производных аналитической функции. Вычисление интегралов с помощью интегральных формул Коши.                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 11. 2.                         | Формулы среднего значения и следствия из них. Принцип максимума.. Теорема Лиувилля                                                                                  | Формулы среднего значения для аналитической функции (1-ая, 2-ая и 3-я). Принцип максимума модуля для аналитической функции. Понятие целой функции. Теорема Лиувилля. Следствия из теоремы Лиувилля.                                                                                                                                                                                                                                            |

|        |                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 12. 2. | Первообразная. Локальная первообразная. Теоремы о первообразных. Теорема Мореры. Теорема Вейерштрасса                                                               | Понятие первообразной и локальной первообразной. Свойства первообразной. Теоремы о первообразной и локальной первообразной. Неопределенный интеграл и формула Ньютона-Лейбница. Теоремы Мореры и Вейерштрасса (об аналитичности предела равномерно сходящейся последовательности аналитических функций). |
| 13. 2. | Функциональные и степенные ряды. Область сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Аналитичность суммы степенного ряда                                       | Функциональные ряды. Типы сходимости. Область сходимости. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара и радиус сходимости. Аналитичность сумм степенных рядов. Теорема Абеля. Примеры.                                                                                                                          |
| 14. 2. | Теорема Тейлора. Теорема единственности тейлоровского разложения. 3 определения аналитической функции                                                               | Теорема Тейлора и единственность тейлоровского разложения аналитической функции. Эквивалентность 3-х определений аналитической функции (Коши, Мореры, Тейлора). Разложение в ряды Тейлора элементарных Ф.К.П.. Методы разложения в ряд Тейлора аналитических функций.                                    |
| 15. 2. | Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема единственности                                                                                                    | Нули аналитической функции. Порядок нуля. Вычисление порядка нуля. Теорема единственности для аналитических функций и следствия из нее.                                                                                                                                                                  |
| 16. 2. | Ряды Лорана. Область сходимости. Теорема Лорана                                                                                                                     | Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана. Теорема о единственности лорановского разложения аналитической функции. Разложение аналитических функций в ряды Лорана.                                                                                                             |
| 17. 2. | Особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек. Критерий правильной точки. Связь И.О.Т. с лорановским разложением. Теорема Сохоцкого  | Изолированные и неизолированные особые точки аналитической функции. Устранимая особенность, полюс и существенно особая точка. Их связь с лорановским разложением. Критерий правильной точки. Порядок полюса и его вычисление. Теорема Ю.В.Сохоцкого. Нахождение особых точек и установление их типа.     |
| 18. 2. | Понятие вычета. Связь вычета с лорановским разложением. Формулы вычета в полюсе. Основная теорема о вычетах. Вычет на бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов | Определение вычета аналитической функции. Способы вычисления вычетов в правильной точке, полюсе и существенно особой точке. Определение вычета в бесконечно удаленной точке. Теорема о полной сумме вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.                                                    |

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| №<br>п/п   | Наименование раздела<br>дисциплины                                                  | Виды занятий (часов) |                  |              |                               |       |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|------------------|--------------|-------------------------------|-------|
|            |                                                                                     | Лекции               | Практиче<br>ские | Лабораторные | Самостояте<br>льная<br>работа | Всего |
| 4 семестр. |                                                                                     |                      |                  |              |                               |       |
| 1.         | Комплексные числа и действия над ними. Формулы Муавра.                              | 1                    | 1                |              | 1                             | 4     |
| 2.         | Расширенная комплексная плоскость и её свойства.                                    | 1                    | 1                |              | 1                             | 4     |
| 3.         | Функции комплексной переменной. Предел. Обобщенная непрерывность. Однолиственность. | 1                    | 1                |              | 1                             | 4     |
| 4.         | R-линейные и C-линейные функционалы и их свойства.                                  | 1                    | 1                |              | 1                             | 4     |

|     |                                                                                                                                                                     |   |   |  |   |   |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|--|---|---|
| 5.  | Дифференцируемость функций комплексной переменной. Условие Коши-Римана.                                                                                             | 1 | 1 |  | 2 | 4 |
| 6.  | Комплексная производная и ее свойства.                                                                                                                              | 1 | 1 |  | 1 | 4 |
| 7.  | Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций.                                                                                                      | 1 | 2 |  | 2 | 6 |
| 8.  | Элементарные функции комплексной переменной и их свойства.                                                                                                          | 1 | 2 |  | 1 | 6 |
| 9.  | Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Теоремы Коши для односвязных областей. Теорема Коши для многосвязных областей.                           | 1 | 2 |  | 1 | 6 |
| 10. | Интегральная формула Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции.                                                                         | 1 | 2 |  | 1 | 6 |
| 11. | Формулы среднего значения и следствия из них. Принцип максимума. Теорема Лиувилля.                                                                                  | 1 | 2 |  | 2 | 7 |
| 12. | Первообразная. Локальная первообразная. Теоремы о первообразных. Теорема Мореры. Теорема Вейерштрасса.                                                              | 1 | 2 |  | 1 | 7 |
| 13. | Функциональные и степенные ряды. Область сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Аналитичность суммы степенного ряда.                                      | 1 | 2 |  | 2 | 7 |
| 14. | Теорема Тейлора. Теорема единственности тейлоровского разложения. 3 определения аналитической функции.                                                              | 1 | 2 |  | 2 | 7 |
| 15. | Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема единственности.                                                                                                   | 1 | 2 |  | 1 | 7 |
| 16. | Ряды Лорана. Область сходимости. Теорема Лорана.                                                                                                                    | 1 | 2 |  | 1 | 7 |
| 17. | Особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек. Критерий правильной точки. Связь И.О.Т. с лорановским разложением. Теорема Сохоцкого. | 1 | 2 |  | 2 | 7 |
|     |                                                                                                                                                                     |   |   |  |   |   |

|                        |                                                                                                                                                                      |    |    |    |    |
|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|----|----|
| 18.                    | Понятие вычета. Связь вычета с лорановским разложением. Формулы вычета в полюсе. Основная теорема о вычетах. Вычет на бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов. | 1  | 2  | 1  | 7  |
| Итого за 4-ый семестр: |                                                                                                                                                                      | 16 | 32 | 24 | 72 |

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Следует систематически посещать лекционные и семинарские занятия. Материалы этих занятий следует внимательно изучать и регулярно выполнять домашние задания. На занятиях нужно вести себя активно. Для достижения хороших результатов при изучении дисциплины студентам также необходимо самостоятельно разбирать материалы лекций и соответствующие темы в рекомендованных учебниках, ни в коем случае не заменяя их сетевыми ресурсами, формируемыми любыми пользователями сети (Википедия и т.п.).

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

| № п/п | Источник                                                                                                                                                   |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.    | Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ / Б.В.Шабат : В 2 ч.— СПб. : Лань, 2004 – Ч. 1 : Функции одного переменного. – 2004. –336 с.                      |
| 2.    | Волковысский Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / Л.И. Волковысский, Г.Л. Лунц, И.Г. Абрамович. – М.: Физматлит, 2006. – 312 с. |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник                                                                                                               |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| .1    | Лаурентьев М.А. Методы теории функции комплексного переменного / М.А.Лаурентьев, Б.В. Шабат. – М.: Лань, 2002. –688 с. |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

| № п/п | Источник                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.    | Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Текст] : учебник .— Москва : Лань, 2009 .— 432 с. : ил. — 1 экз. — .— ISBN 978-5-8114-0913-6 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=322">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=322</a> >.                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 2.    | Задания к курсовой работе по курсу "Теория функций комплексной переменной" [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 3 курса вечер. отд-ния фак. ПММ специальности 010501 - Прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Э.Л. Шишкина, Л.Н. Ляхов .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2010 .— Загл. с титул экрана .— Электрон. версия печ. публикации .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. |
| 3.    | Задания к курсовой работе по курсу "Теория функций комплексной переменной" : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 3 курса вечер. отд-ния фак. ПММ специальности 010501 - Прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Э.Л. Шишкина, Л.Н. Ляхов .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010 .— 36 с.<br><URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m10-224.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m10-224.pdf</a> >.                                                                                                                             |

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**  
(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

| № п/п | Источник                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.    | Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ / Б.В.Шабат : В 2 ч.— СПб. : Лань, 2004 – Ч. 1 : Функции одного переменного. – 2004. –336 с.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 2.    | Волковысский Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / Л.И. Волковысский, Г.Л. Луц, И.Г. Абрамович. – М.: Физматлит, 2006. – 312 с.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 3.    | Лаврентьев М.А. Методы теории функции комплексного переменного / М.А.Лаврентьев, Б.В. Шабат. – М.: Лань, 2002. –688 с.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 4.    | Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Текст] : учебник .— Москва : Лань, 2009 .— 432 с. : ил. — 1 экз. — .— ISBN 978-5-8114-0913-6 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=322">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=322</a> >.                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 5.    | Задания к курсовой работе по курсу "Теория функций комплексной переменной" [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 3 курса вечер. отд-ния фак. ПММ специальности 010501 - Прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Э.Л. Шишкина, Л.Н. Ляхов .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2010 .— Загл. с титул экрана .— Электрон. версия печ. публикации .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. |
| 6.    | Задания к курсовой работе по курсу "Теория функций комплексной переменной" : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 3 курса вечер. отд-ния фак. ПММ специальности 010501 - Прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Э.Л. Шишкина, Л.Н. Ляхов .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010 .— 36 с.<br><URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m10-224.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m10-224.pdf</a> >.                                                                                                                             |

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

При реализации учебной работы используются следующие образовательные технологии: обсуждение на лекциях теоретических методов, разбор практических задач на практических занятиях, различные формы стимулирования самостоятельной работы студентов.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**  
проектор, документ-камера

**19. Фонд оценочных средств:**

**19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

| Код и содержание компетенции (или ее части) | Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, | Этапы формирования компетенции (разделы (темы) | ФОС* (средства оценивания) |
|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|----------------------------|
|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|----------------------------|

|                                                                                                                                                                                           | умений, навыков)                                                                                                                                                                                                                                                               | дисциплины или модуля и их наименование)                                                                                                    |                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| ОПК-1, способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой | Знать: понятие комплексного числа, действия над комплексными числами, понятия предела последовательности комплексных чисел, функции комплексной переменной, предела и непрерывности функции комплексной переменной, производной и интеграла от функции комплексной переменной. | Комплексные числа и действия над ними. Формулы Муавра<br>Функции комплексной переменной. Предел. Обобщенная непрерывность. Однолиственность | Практическое задание |
|                                                                                                                                                                                           | Уметь: логически мыслить, самостоятельно расширять свои математические знания, применять свои знания при решении задач.                                                                                                                                                        | Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций                                                                               | Практическое задание |
| ПК-2, способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат                                                                                               | Знать: понятие комплексного числа, действия над комплексными числами, понятия предела последовательности комплексных чисел, функции комплексной переменной, предела и непрерывности функции комплексной переменной, производной и интеграла от функции комплексной переменной. | Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Теоремы Коши для односвязных областей. Теорема Коши для многосвязных областей.   | Практическое задание |
|                                                                                                                                                                                           | Уметь: логически мыслить, самостоятельно расширять свои математические знания, применять свои знания при решении задач.                                                                                                                                                        | Интегральная формула Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции                                                  | Практическое задание |
|                                                                                                                                                                                           | Владеть: методами исследования и решения задач, относящихся к следующим разделам комплексного анализа: комплексные числа, функции комплексной переменной, производная и интеграл от функции комплексной переменной.                                                            | Ряды Лорана. Область сходимости. Теорема Лорана                                                                                             | Практическое задание |
| Промежуточная аттестация                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                             | КИМ                  |

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено  
Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

**19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**19.3.1 Перечень вопросов к экзамену :**

1. Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная форма записи комплексного числа. Извлечение корня из комплексного числа.
2. Последовательности комплексных чисел и их свойства. Неограниченно возрастающая последовательность. Бесконечно удаленная точка комплексной плоскости. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана и стереографическая проекция.
3. Понятие функции комплексной переменной. Вещественная и мнимая части функции комплексной переменной. Однозначные и многозначные функции. Однолистные функции.
4. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.
5. Дифференцирование функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана.
6. Аналитические функции комплексной переменной и их свойства.
7. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной.
8. Конформные отображения и их свойства. Линейные функции комплексной переменной.
9. Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства.
10. Теорема Коши для односвязной области.
11. Теорема Коши для многосвязной области.
12. Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций.
13. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
14. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.
15. Классификация особых точек аналитической функции.
16. вычисление интегралов с помощью вычетов.

**19.3.2 Перечень практических заданий**

**19.3.4 Тестовые задания**

**Комплект задач**

по дисциплине Б1.О.17 *Комплексный анализ*

1. Найти все значения  $\sqrt[4]{i}$  и изобразить их на комплексной плоскости.
2. Найти все значения  $\sqrt[4]{-16}$  и изобразить их на комплексной плоскости.
3. Найти все значения  $\sqrt[3]{-i}$  и изобразить их на комплексной плоскости.
4. Найти все значения  $\sqrt[4]{-i}$  и изобразить их на комплексной плоскости.
5. Вычислить значение

$$\left( \frac{1-i}{1-i\sqrt{3}} \right)^{40}.$$

6. Вычислить значение

$$\left( \frac{1 - i\sqrt{3}}{1 + i} \right)^{40}.$$

7. Вычислить значение

$$\left( \frac{1 + i}{1 + i\sqrt{3}} \right)^{30}.$$

8. Вычислить значение

$$\left( \frac{1 - i}{\sqrt{3} + i} \right)^{30}.$$

9. Определить аналитическую функцию  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  по ее заданной вещественной части

$$u(x, y) = x + e^{-2y} \cos 2x.$$

10. Определить аналитическую функцию  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  по ее заданной мнимой части

$$v(x, y) = x + e^{-y} \sin x.$$

11. Найти конформное отображение треугольника с вершинами в точках  $-i, 0, -1$  на подобный ему треугольник с вершинами в точках  $2, 2i, -2$ .

12. Найти конформное отображение полукруга  $\{z \in \mathbb{C} : |z + 2i| < 1, \operatorname{Re} z < 0\}$

на полукруг  $\{w \in \mathbb{C} : |w + 1| < 1/2, \operatorname{Im} w < 0\}$ .

13. Найти конформное отображение треугольника с вершинами в точках  $0, -1, -1 + i$  на подобный ему треугольник с вершинами в точках  $0, 2 - 2i, 4$ .

14. Найти конформное отображение полукруга  $\{z \in \mathbb{C} : |z - 2| < 1, \operatorname{Im} z < 0\}$

на полукруг  $\{w \in \mathbb{C} : |w - 2i| < 1/2, \operatorname{Re} w > 0\}$ .

15. Вычислить интеграл

$$\int_{|z|=1} \bar{z} dz.$$

16. Вычислить интеграл

$$\int_{\gamma} \operatorname{Re} z dz,$$

где  $\gamma$  — участок параболы  $y = x^2$  от точки  $z_1 = 0$  до точки  $z_2 = 1 + i$ .

#### 19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

### Комплект заданий № 1

по дисциплине Б1.О.17 Комплексный анализ

### Вариант 1

1. Найти все значения  $\sqrt[6]{1}$  и изобразить их на комплексной плоскости.
2. Определить аналитическую функцию  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  по ее заданной вещественной части

$$u(x, y) = x + e^x \cos y.$$

### Вариант 2

1. Вычислить значение

$$\left( \frac{1+i}{\sqrt{3}+i} \right)^{30}.$$

2. Определить аналитическую функцию  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  по ее заданной мнимой части

$$v(x, y) = 2y + e^{-y} \sin x.$$

### Комплект заданий № 2

по дисциплине Б1.О.17 Комплексный анализ

#### Вариант 1

1. Найти конформное отображение треугольника с вершинами в точках  $0, i, -1$  на подобный ему треугольник с вершинами в точках  $0, 2 - 2i, 4$ .
2. Вычислить интеграл

$$\int_{\gamma} \bar{z} dz,$$

где  $\gamma$  — участок параболы  $y = \sqrt{x}$  от точки  $z_1 = 0$  до точки  $z_2 = 1 + i$ .

#### Вариант 2

1. Найти конформное отображение полукруга  $\{z \in \mathbb{C} : |z + 2| < 1, \operatorname{Im} z > 0\}$  на полукруг  $\{w \in \mathbb{C} : |w - i| < 1/2, \operatorname{Re} w > 0\}$ .
2. Вычислить интеграл

$$\int_{\gamma} |z| dz,$$

где  $\gamma$  — отрезок, соединяющий точки  $z_1 = 0$  и  $z_2 = 1 + 2i$ .

**Критерии оценки:**

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он показывает высокий уровень знаний программного материала, умение использовать, полученные знания при решении задач. На вопросы отвечает аргументировано, уверенно, по существу. Даны исчерпывающие ответы на теоретические вопросы и решена задача.

Оценка «хорошо» ставится в том случае, если студент показывает достаточный уровень знаний лекционного материала, учебной литературы, умеет использовать знания при решении задач. Но при ответе на экзамене допускает некоторые погрешности. Вопросы на экзамене не вызывают существенных затруднений.

Оценка «удовлетворительно» ставится в том случае, если студент показывает достаточный уровень знаний, но на вопросы отвечает неуверенно или затрудняется с ответами. Ответ полностью раскрывает один из теоретических вопросов или частичное освящение двух вопросов. Умеет решать задачи, но при этом в некоторых случаях с наводящими вопросами и дополнительными указаниями преподавателя.

Оценка «неудовлетворительно» ставится в том случае, если студент не показывает достаточный уровень знаний, ответ не раскрывает ни один из теоретических вопросов или частично раскрыт только один вопрос. Не умеет решать задачи, даже при дополнительных указаниях преподавателя.

#### **19.3.5 Темы курсовых работ**

#### **19.3.6 Темы рефератов**

### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме(ах): устного опроса; письменных работ (контрольные). Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.