МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей

А.В. Глушко
03.07.2018

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1. В. 06 Уравнения с частными производными

Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:

01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки / специализация/магистерская программа: ________________

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Глушко Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор

ФИО, ученая степень, ученое звание)

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500-07 от 03.07.2018

(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола,

отметки о продлении вносятся вручную)

8. Учебный год: 2020/2021 **Семестры: 5,6**

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Целью курса является изучение основ классификации уравнений с частными производными, приведение уравнений с частными производными к каноническому виду, изучение основ теории обобщенных функций для современного анализа решаемых задач. Для каждого из типов уравнений с частными производными ставятся и изучаются основные классические задачи и описываются способы их решений. Практическая часть курса предполагает освоение всего комплекса методов решения задач для уравнений с частными производными и изучение сопутствующих математических методов.

У студентов должны быть сформированы компетенции:

умение классифицировать и приводить к каноническому виду уравнения с частными производными.

способность применения основных методов исследования решений начальных и начально-краевых задач для уравнений с частными производными;

способность применения методов математического моделирования при изучении реальных процессов и объектов с целью нахождения эффективных решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля;

способность применения фундаментальных математических знаний и творческих навыков для быстрой адаптации к новым задачам, возникающим в процессе развития вычислительной техники и математических методов.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: (*блок Б1, базовая или вариативная часть, к которой относится дисциплина; требования к входным знаниям, умениям и навыкам; дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей*) Курс входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части обучения.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, теоретическая механика.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, теорией функций комплексной переменной, элементами линейной алгебры, обладать полными знаниями курса обыкновенных дифференциальных уравнений, знаниями теории интегралов Лебега, теории банаховых и гильбертовых пространств.

Знание методов изучения решений навальных и начально-краевых задач для уравнений с частными производными является базовым при изучении математических моделей различных физических, химических, биологических, социальных процессов. Кроме того, уравнения с частными производными и задачи для них являются отдельным современным динамически развивающимся разделом математической науки.

Дисциплина является предшествующей для курсов методов вычислений, механики сплошной среды, математического моделирования, концепций современного естествознания, всех специальных курсов, изучающих задачи математической физики.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной	Знать: основные положения теории уравнений в частных производных и уравнений математической физики Уметь: применять методы теории уравнений в частных производных и

	геометрии о топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	теории математической физики Владеть: навыками исследования задач для уравнений с частными производными
ПК-1	способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Знать: общие формы и закономерности теории уравнений математической физики Уметь: применять общие формы и закономерности теории уравнений математической физики к исследованию поставленных задач Владеть: навыками к определению и выявлению возможностей применения методов уравнений в частных производных
ПК-2	способность математически корректно ставить естественные задачи, знание постановок классических задач математики	Знать: основные постановки задач для уравнений в частных производных Уметь: корректно поставить задачу для уравнений математической физики для моделируемого объекта Владеть: методами моделирования различных процессов
ПК-3	способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знать: основные методы доказательства математических утверждений Уметь: интерпретировать полученные результаты и делать выводы из них Владеть: методами доказательства математических утверждений

12.Объем дисциплины в зачетных единицах/часах *(в соответствии с учебным планом)* **—** __7__/__252___.

Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) ___________________

13. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		№ семестра 5	№ семестра 6
Аудиторные занятия	144	68	68
В том числе: лекции	68	34	34
практические	68	34	34
лабораторные			
Самостоятельная работа	80	22	58

Форма промежуточной аттестации (*зачет – 0 час./экзамен – __**36**__ час.)*	36		36
Итого:	252	90	162

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
		1. Лекции
1.1	Постановка основных задач и классификация уравнений с частными производными	Классификация уравнений в частных производных второго порядка.
		Вывод основных уравнений математической физики, постановка граничных условий.
		Корректная постановка задач математической физики.
		Системы типа Ковалевской. Теорема Ковалевской.
	5 семестр	
1.2	Введение в теорию обобщенных функций	Пространство основных функций D. Пространство обобщенных функций D'. Непрерывные операции в D и D'.
		Пространство основных функций S. Пространство обобщенных функций медленного роста S'.
1.3	Преобразование Фурье	Преобразование Фурье в S и S'. Его свойства.
1.4	Фундаментальное решение	Фундаментальное решение. Фундаментальные решения для конкретных операторов в частных производных.
1.5	Построение обобщенных решений с помощью свертки	Прямое произведение обобщенных функций и его свойства.
		Свертка обобщенных функций и ее свойства.
		Решение уравнений в частных производных с правой частью в обобщенных функциях.
	6 семестр	
1.6	Уравнения гиперболического типа	Задача Коши для волнового оператора. Запаздывающие потенциалы.
		Начально-краевые задачи для гиперболических уравнений. Интеграл энергии. Единственность решения. Непрерывная зависимость решений от начальных данных.
1.7	Уравнения параболического типа	Задача Коши для оператора теплопроводности. Тепловые потенциалы.
		Первая начально-краевая задача для уравнения теплопроводности. Теорема о максимуме и минимуме. Следствие о единственности решения.
18	Уравнения эллиптического типа	Гармонические функции. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума и минимума, теорема о среднем.
		Преобразования инверсии и Кельвина. Теоремы единственности решения краевых задач для уравнения Пуассона
		Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Свойства функции Грина.
		Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.

		Некоторые сведения о решениях краевых задач для уравнения Пуассона. Представления решений краевых задач для уравнения Пуассона через функции Грина соответствующих задач для уравнения Лапласа. Ньютоновы потенциалы.
		Теорема Рисса. Пространства $W^s(\Omega)$ и $W_0^s(\Omega)$. Обобщенные решения краевых задач для уравнения Пуассона в ограниченных областях.

2. Практические занятия		
№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
	5 семестр	
2.1	Постановка основных задач и классификация уравнений с частными производными	Классификация уравнений в частных производных второго порядка.
		Корректная постановка задач математической физики.
2.2	Введение в теорию обобщенных функций	Пространство основных функций D. Пространство обобщенных функций D'. Непрерывные операции в D и D'. Контрольная рабата
		Пространство основных функций S. Пространство обобщенных функций медленного роста S'.
2.3	Преобразование Фурье	Преобразование Фурье в S и S'. Его свойства.
2.4	Фундаментальное решение	Фундаментальное решение. Фундаментальные решения для конкретных операторов в частных производных.
2.5	Построение обобщенных решений с помощью свертки	Прямое произведение обобщенных функций и его свойства.
		Свертка обобщенных функций и ее свойства. Контрольная работа
		Решение уравнений в частных производных с правой частью в обобщенных функциях.
	6 семестр	
2.6	Уравнения гиперболического типа	Задача Коши для волнового оператора. Запаздывающие потенциалы.
		Начально-краевые задачи для гиперболических уравнений. Интеграл энергии. Единственность решения. Непрерывная зависимость решений от начальных данных.
2.7	Уравнения параболического типа	Задача Коши для оператора теплопроводности. Тепловые потенциалы.
		Первая начально-краевая задача для уравнения теплопроводности. Теорема о максимуме и минимуме. Следствие о единственности решения. Контрольная работа
2.8	Уравнения эллиптического типа	Гармонические функции. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума и минимума, теорема о среднем.
		Преобразования инверсии и Кельвина. Теоремы единственности решения краевых задач для уравнения Пуассона
		Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Свойства функции Грина.
		Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.

		Некоторые сведения о решениях краевых задач для уравнения Пуассона. Представления решений краевых задач для уравнения Пуассона через функции Грина соответствующих задач для уравнения Лапласа. Ньютоновы потенциалы.
		Контрольная работа

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
	5 семестр					
01	Постановка основных задач и классификация уравнений с частными производными	14	8	0	6	28
02	Введение в теорию обобщенных функций	6	8	0	6	20
03	Преобразование Фурье	4	4	0	2	10
04	Фундаментальное решение	2	4	0	2	8
05	Построение обобщенных решений с помощью свертки	8	10	0	6	24
	6 семестр					
06	Уравнения гиперболического типа	8	8	0	20	36
07	Уравнения параболического типа	6	6	0	20	32
08	Уравнения эллиптического типа	20	20	0	18	58
	Экзамен					36
	Итого:	68	68	0	80	252

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(*рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)*

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на лабораторных занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Уравнения с частными производными» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекций обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины *(список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)*

а) основная литература:

№ п/п	Источник
01	Сабитов К.Б. Уравнения математической физики / К.Б. Сабитов. – М.: Физматлит, 2013. – 352 с. . // «Университетская библиотека online»: электронно-библиотечная система.. – URL: http://biblioclub.ru
02	Глушко А.В. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А.В. Глушко, А.Д. Баев, А.С. Рябенко; Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. – 520 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
03	Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров. – М : Физматлит, 2003. – 398 с.
04	Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров, В.П. Михайлов. – М : Физматлит, 2003. – 286 с.
05	Глушко В.П. Курс уравнений математической физики с использованием пакета Mathematica. Теория и технология решения задач : учеб. пособие / В.П. Глушко, А.В. Глушко. – СПб : Лань, 2010. – 320 с. илл. (+CD).

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Источник
06	*http://eqworld.ipmnet.ru – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений*
07	*http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ*
08	*http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания*

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
09	Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров. – М : Физматлит, 2003. – 398 с.
10	Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров, В.П. Михайлов. – М : Физматлит, 2003. – 286 с.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

---

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование учебной аудитории
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ (http://www.lib.vsu.ru)

19. Фонд оценочных средств

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1. Готовность использовать фундаментальные знания в области, дифференциальных уравнений, в будущей профессиональной деятельности способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области способность математически корректно ставить естественные задачи, знание постановок	Знать: основные положения теории уравнений в частных производных и уравнений математической физики Уметь: применять общие формы и закономерности теории уравнений математической физики к исследованию поставленных задач Владеть: навыками	**1.1-1.3**	КИМ (зачет), КИМ (экзамен), КИМ (Контрольная работа)

классических задач математики	исследования задач для уравнений с частными производными		
ПК-1. Способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата готовность использовать фундаментальные знания в области дифференциальных уравнений, в будущей профессиональной деятельности способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Знать: общие формы и закономерности теории уравнений математической физики	**1.3-1.8**	КИМ (зачет), КИМ (экзамен), КИМ (Контрольная работа)
	Уметь: применять общие формы и закономерности теории уравнений математической физики к исследованию поставленных задач		
	Владеть: навыками к определению и выявлению возможностей применения методов уравнений в частных производных		
ПК-2. Способность математически корректно ставить естественные задачи, знание постановок классических задач математики готовность использовать фундаментальные знания в области дифференциальных уравнений, в будущей профессиональной деятельности	Знать: основные постановки задач для уравнений в частных производных	**1.1, 1.8**	КИМ (зачет), КИМ (экзамен), КИМ (Контрольная работа)
	Уметь: корректно поставить задачу для уравнений математической физики для моделируемого объекта		
	Владеть: методами моделирования различных процессов		
ПК-3. Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Знать: основные методы доказательства математических утверждений	**1.1, 1.8**	КИМ (зачет), КИМ (экзамен), КИМ (Контрольная работа)
	Уметь: интерпретировать		

	полученные результаты и делать выводы из них		
	Владеть: методами доказательства математических утверждений		
Промежуточная аттестация		**КИМ (Экзамен)**	

19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка "неудовлетворительно" ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	-	**«Неудовлетворительно»**
Обучающийся владеет знаниями основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "удовлетворительно" выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент знает все определения по контрольно-измерительному материалу и может решить хотя бы один практический пример	Пороговый	**"Удовлетворительно"**
Обучающийся полностью владеет знаниями учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно и в полном объеме ответил на все теоретические вопросы билета, но не допустил погрешности в практических примерах	Достаточный	**"Хорошо"**
Оценка «отлично» выставляется обучающимся, обнаружившим всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания,	Повышенный	**"Отлично"**

предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. Оценка «отлично» выставляется, если студент в полном объеме и правильно ответил на все вопросы контрольно-измерительного материала (как на теоретическую, так и на практическую части)		
«Зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание. Обязательным условием выставленной оценки является правильное решение предложенных примеров (60%) Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.	Достаточный	**«зачтено»**
«Не зачтено» Выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.	-	**«Не зачтено»**

19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзамену (зачету): (нужное выбрать)
Вопросы к экзамену:

Часть 1

1	Классификация уравнений второго порядка в точке, их приведение к каноническому виду.
2	Приведение к каноническому виду уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Классификация, замена переменных, формулы связи между коэффициентами.
3	Приведение к каноническому виду уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Гиперболический тип уравнения.
4	Приведение к каноническому виду уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Эллиптический и параболический типы уравнений.
5	Постановка начальных, краевых и начально-краевых задач для уравнений в частных производных.
6	Вывод уравнения Даламбера (волновое уравнение). Поперечные колебания струны. Граничные условия для струны.
7	Вывод уравнения Даламбера (волновое уравнение). Продольные колебания упругого стержня. Граничные условия для стержня.
8	Вывод уравнения распространения тепла в изотропном твердом теле. Условия на границе. Стационарное уравнение.
9	Корректная постановка задач математической физики. Пример Адамара.
10	Определение системы типа Ковалевской. Примеры. Постановка задачи Коши для системы типа Ковалевской. Определение аналитической функции многих действительных переменных. Формулировка теоремы Ковалевской (без доказательства).
11	Пример Ковалевской.
12	Пространство основных функций D.
13	Непрерывные операции в D.

14	Пространство обобщенных функций D'. Пример функционала из D'.
15	**Носитель и нулевое множество обобщенной функции. δ – функция Дирака. δ – функция Дирака как предел последовательности основных функций.**
16	**Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Лемма дю-Буа-Реймонда. Доказательство сингулярности δ – функции Дирака.**
17	Формулы Сохоцкого.
18	Непрерывные операции в D'. Операция дифференцирования (с примером). Линейная замена переменной.
19	Непрерывные операции в D'. Умножение на бесконечно дифференцируемую функцию (с двумя примерами).
20	Обобщенные производные по Соболеву. Пример на вычисление обобщенной производной кусочно-дифференцируемой функции.
21	Свойства обобщенных производных: линейность, непрерывность, бесконечная дифференцируемость, независимость от порядка дифференцирования, формула Лейбница дифференцирования произведения, нерастекание носителя при обобщенном дифференцировании.
22	Прямое произведение обобщенных функций. Техническая лемма, первое утверждение.
23	Прямое произведение обобщенных функций. Техническая лемма, второе утверждение. Доказательство принадлежности $f(x)g(y) \in D'(\mathbb{R}^{n+m})$.
24	Коммутативность прямого произведения. Лемма о плотности.
25	Остальные свойства прямого произведения.
26	Понятие свертки. Два примера существования свертки обычных функций.
27	Свертка обобщенных функций. Определение.
28	Свойства свертки: линейность, коммутативность, дифференцируемость. Пример несуществования свертки обобщенных функций.
29	Свертка с финитным функционалом.

Часть 2

1	Пространство основных функций S. Сходимость в S. Вложение D в S.
2	Непрерывные операции в S.
3	Пространство обобщенных функций медленного роста S'. Сходимость в S'. Вложение S' в D'.
4	Непрерывные операции в S'.
5	Теорема Л.Шварца. Пример обобщенной функции медленного роста.
6	Финитный функционал из D'. Плотность D в S. Включение D_0' в S'.
7	Преобразование Фурье на S. Теорема о взаимно однозначном отображении преобразованием Фурье пространства S на себя. Следствие.
8	Преобразование Фурье на пространстве S'.
9	Свойства преобразования Фурье на S'. Пример. Частичное преобразование Фурье.
10	Преобразование Фурье финитного функционала.
11	Преобразование Фурье свертки.
12	Обобщенные решения уравнений в частных производных. Фундаментальное решение. Лемма о фундаментальном решении. Теорема Хёрмандера (без доказательства).
13	Построение фундаментального решения для обыкновенного дифференциального оператора. Два примера.
14	Фундаментальное решение для оператора теплопроводности.
15	Фундаментальное решение для волнового оператора при $n = 3$.
16	Фундаментальное решение для оператора Лапласа при $n = 3$.
17	Задача Коши для волнового уравнения. Сведение классической задачи Коши для волнового уравнения к обобщенной задаче Коши.
18	Носитель фундаментального решения волнового оператора (при $n = 3$). Дополнительная теорема о свертке. Два следствия.
19	Решение обобщенной задачи Коши для волнового оператора. Теорема и следствие.
20	Объемный запаздывающий потенциал. Лемма и теорема.
21	Поверхностный запаздывающий потенциал простого слоя. Лемма и теорема.
22	Поверхностный запаздывающий потенциал двойного слоя. Решение задачи Коши для волнового уравнения. Формула Кирхгофа.
23	Решение классической задачи Коши для волнового уравнений при $n = 1, 2$.
24	Распространение волн. Принцип Гюйгенса.
25	Начально-краевые задачи для гиперболических уравнений. Интеграл энергии. Единственность решения.

26	Начально-краевые задачи для гиперболических уравнений. Непрерывная зависимость решения начально-краевой задачи от начальных данных.
27	**Постановка классической задачи Коши для уравнения теплопроводности.**
28	**Сведение классической задачи Коши для уравнения теплопроводности к обобщенной задаче Коши.**
29	**Объемный тепловой потенциал. Лемма о существовании объемного теплового потенциала.**
30	**Объемный тепловой потенциал. Теорема об объемном тепловом потенциале.**
31	**Поверхностный тепловой потенциал. Лемма о существовании поверхностного теплового потенциала.**
32	Поверхностный тепловой потенциал. Теорема о поверхностном тепловом потенциале.
33	**Теорема о существовании решения классической задачи Коши для уравнения теплопроводности.**
34	Первая начально-краевая задача для уравнения теплопроводности. Теорема о максимуме и минимуме. Следствия.

Часть 3

1	Гармонические функции. Лемма 1.
2	Формулы Грина. Лемма 2 об интегральном представлении функции с помощью фундаментального решения оператора Лапласа.
3	Основные свойства гармонических функций
4	Утверждение 2 о бесконечной дифференцируемости гармонической функции.
5	Теорема 1 о среднем арифметическом гармонической функции .
6	Теорема 2 о максимуме и минимуме гармонической функции.
7	Преобразования инверсии и Кельвина. Лемма 4 об устранимой особенности. Теорема 3 о поведении гармонической функции на бесконечности.
8	Теоремы единственности решений внутренней и внешней задач Дирихле для уравнения Лапласа.
9	Теорема 5 о разрешимости внутренней задачи Неймана для уравнения Лапласа.
10	Теорема 6 о единственности решения внешней задачи Неймана для уравнения Лапласа.
11	Функция Грина задачи Дирихле.
12	Свойства функции Грина.
13	Построение функции Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.

Вопросы к зачету: оценка знаний при проведении зачета ведется по учету работы в ходе семестра и результатам двух контрольных работ

19.3.2 Перечень практических заданий

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.06 Уравнения с частными производными
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация
Вид аттестации Зачет

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко
03.07.2018

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Какое из следующих уравнений является уравнением с частными производными?

а) $y''(x)+y(x)=e^{-x}$. б) $\dfrac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}+u(x,y)=1$. в) $(y(x))^2-e^{y(x)}=\sin x$.

2. Пространством $D(\mathbb{R}^n)$ называется множество

а) бесконечно дифференцируемых функций,
б) финитных функций,
в) бесконечно дифференцируемых и финитных функций.

3. Пусть $f(x)\in S(\mathbb{R}^n)$, тогда преобразование Фурье функции $f(x)$ ($F_{x\to\xi}[f(x)]$) задается формулой

а) $\int\limits_{\mathbb{R}^n} f(x)\cos(x\xi)\,dx$, б) $\int\limits_{\mathbb{R}^n} f(x)\sin(x\xi)\,dx$, в) $\int\limits_{\mathbb{R}^n} f(x\xi)\,dx$, г) $\int\limits_{\mathbb{R}^n} e^{ix\xi} f(x)\,dx$, д) $\int\limits_{\mathbb{R}^n} ixf(x)\,dx$.

Преподаватель А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.06 Уравнения с частными производными
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация
Вид аттестации Зачет

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко
03.07.2018

Контрольно-измерительный материал № 2

1. Какое из следующих уравнений является уравнением с частными производными?

а) $\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=\sin x\cdot\sin y$. б) $\sin x\cdot y^{(5)}(x)+y^{(4)}(x)-y(x)=f(x)$. в) $\sin(y(x))=1-x$.

2. Пространством $S(\mathbb{R}^n)$ называется множество

а) бесконечно дифференцируемых в $\mathbb{R}^n$ функций,
б) бесконечно дифференцируемых и финитных в $\mathbb{R}^n$ функций,
в) бесконечно дифференцируемых функций которые вместе со всеми своими производными на бесконечности убывают быстрее чем $|x|^{-m}$, где m – произвольное натуральное число.

3. Пусть $f(x)\in S(\mathbb{R}^n)$, $F_{x\to\xi}[f(x)]=\int\limits_{\mathbb{R}^n} e^{ix\xi}f(x)\,dx$ – преобразование Фурье функции $f(x)$. Какие из следующих формул верны?

а) $F_{x\to\xi}[D^\alpha f(x)]=(-i\xi)^\alpha F_{x\to\xi}[f(x)]$. б) $D_\xi^\beta F_{x\to\xi}[f(x)]=F_{x\to\xi}[(-ix)^\beta f(x)]$.
в) $F_{x\to\xi}[D^\alpha f(x)]=(i\xi)^\alpha F_{x\to\xi}[f(x)]$. г) $D_\xi^\beta F_{x\to\xi}[f(x)]=F_{x\to\xi}[(ix)^\beta f(x)]$.

Преподаватель А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.06 Уравнения с частными производными
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация
Вид аттестации Зачет

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко
03.07.2018

Контрольно-измерительный материал № 3

1. Какой порядок у следующего дифференциального уравнения с частными производными?

$$\frac{\partial^3 u(x,y)}{\partial x^2\partial y}+\frac{\partial^4 u(x,y)}{\partial x\partial y^3}+e^{x+y}\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}=0.$$

а) 1. б) 2. в) 3. г) 4.

2. Пространством $D(\mathbb{R}^n)$ называется множество

а) бесконечно дифференцируемых функций,
б) финитных функций,
в) бесконечно дифференцируемых и финитных функций.

3. Пусть $f(x)\in S(\mathbb{R}^n)$, $F_{x\to\xi}[f(x)]=\int\limits_{\mathbb{R}^n} e^{ix\xi}f(x)\,dx$ – преобразование Фурье функции $f(x)$. Какие из следующих формул не верны?

а) $F_{x\to\xi}[D^\alpha f(x)]=(-i\xi)^\alpha F_{x\to\xi}[f(x)]$. б) $D_\xi^\beta F_{x\to\xi}[f(x)]=F_{x\to\xi}[(-ix)^\beta f(x)]$.
в) $F_{x\to\xi}[D^\alpha f(x)]=(i\xi)^\alpha F_{x\to\xi}[f(x)]$. г) $D_\xi^\beta F_{x\to\xi}[f(x)]=F_{x\to\xi}[(ix)^\beta f(x)]$.

Преподаватель А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.06 Уравнения с частными производными
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация
Вид аттестации Зачет

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко
03.07.2018

Контрольно-измерительный материал № 4

1. Какой порядок у следующего дифференциального уравнения с частными производными?

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+e^y\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}+u(x,y)=\sin(x+y).$$

а) 1. б) 2. в) 3. г) 4.

2. Пространством $S(\mathbb{R}^n)$ называется множество

а) бесконечно дифференцируемых в $\mathbb{R}^n$ функций,

б) бесконечно дифференцируемых и финитных в $\mathbb{R}^n$ функций,

в) бесконечно дифференцируемых функций которые вместе со всеми своими производными на бесконечности убывают быстрее чем $|x|^{-m}$, где m – произвольное натуральное число.

3. Пусть $f(x)\in S'(\mathbb{R}^n)$, $F_{x\to\xi}[f(x)]$ – обобщенное преобразование Фурье функции $f(x)$. Какие из следующих формул верны?

а) $F_{x\to\xi}[D^\alpha f(x)]=(-i\xi)^\alpha F_{x\to\xi}[f(x)]$. б) $D_\xi^\beta F_{x\to\xi}[f(x)]=F_{x\to\xi}[(-ix)^\beta f(x)]$.

в) $F_{x\to\xi}[D^\alpha f(x)]=(i\xi)^\alpha F_{x\to\xi}[f(x)]$. г) $D_\xi^\beta F_{x\to\xi}[f(x)]=F_{x\to\xi}[(ix)^\beta f(x)]$.

Преподаватель А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.06 Уравнения с частными производными
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация
Вид аттестации Зачет

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко
03.07.2018

Контрольно-измерительный материал № 5

1. Какие из следующих дифференциальных уравнений с частными производными являются линейными?

а) $\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}+(u(x,y))^2=\cos x$. б) $\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}+\cos(x^2+y^2)\cdot u(x,y)=e^{x^2+y^2}$.

в) $\frac{\partial^3 u(x,y)}{\partial x^2\partial y}+\frac{\partial^3 u(x,y)}{\partial x\partial y^2}+\cos(\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}+\frac{\partial u(x,y)}{\partial y})=0$.

г) $e^{x^2}\frac{\partial^3 u(x,y)}{\partial x^2\partial y}+e^{y^2}\frac{\partial^3 u(x,y)}{\partial x\partial y^2}+\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}+\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}+xyu(x,y)=\ln(1+x^2+y^2)$.

2. Пространством $D(\mathbb{R}^n)$ называется множество

а) бесконечно дифференцируемых функций, б) финитных функций,

в) бесконечно дифференцируемых и финитных функций.

3. Пусть $f(x)\in S'(\mathbb{R}^n)$, $F_{x\to\xi}[f(x)]$ – обобщенное преобразование Фурье функции $f(x)$. Какие из следующих формул не верны?

а) $F_{x\to\xi}[D^\alpha f(x)]=(-i\xi)^\alpha F_{x\to\xi}[f(x)]$. б) $D_\xi^\beta F_{x\to\xi}[f(x)]=F_{x\to\xi}[(-ix)^\beta f(x)]$.

в) $F_{x\to\xi}[D^\alpha f(x)]=(i\xi)^\alpha F_{x\to\xi}[f(x)]$. г) $D_\xi^\beta F_{x\to\xi}[f(x)]=F_{x\to\xi}[(ix)^\beta f(x)]$.

Преподаватель А.В. Глушко

19.3.3 Тестовые задания

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

А.В Глушко

03.07.2018

Направление подготовки / специальность ____01.03.01 - Математика__________________________
шифр, наименование

Дисциплина __Б1.В.06 Уравнения с частными производными____

Вид контроля _______аттестация____
промежуточный контроль – экзамен, зачет; текущий контроль с указанием формы
Ф.И.О. студента____

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Оператором Лапласа называется следующий дифференциальный оператор

1. $\frac{\partial}{\partial t}-a^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\ldots+\frac{\partial^2}{\partial x_n^2}\right)$; 2. $\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\ldots+\frac{\partial^2}{\partial x_n^2}$; 3. $\frac{\partial^2}{\partial t^2}-a^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\ldots+\frac{\partial^2}{\partial x_n^2}\right)$; 4. $\frac{\partial}{\partial x_1}+\ldots+\frac{\partial}{\partial x_n}$.

2. Операция умножения на функцию $e^{|x|^2}$ является непрерывной операцией в следующих двух функциональных пространствах

1. $S(\mathbb{R}^n)$ и $D(\mathbb{R}^n)$; 2. $S'(\mathbb{R}^n)$ и $D'(\mathbb{R}^n)$; 3. $S(\mathbb{R}^n)$ и $S'(\mathbb{R}^n)$; 4. $D(\mathbb{R}^n)$ и $D'(\mathbb{R}^n)$.

3. Преобразование Фурье непрерывно отображает каждое из двух данных функциональных пространств на себя

1. $S(\mathbb{R}^n)$ и $S'(\mathbb{R}^n)$; 2. $D(\mathbb{R}^n)$ и $D'(\mathbb{R}^n)$; 3. $S'(\mathbb{R}^n)$ и $D'(\mathbb{R}^n)$; 4. $S(\mathbb{R}^n)$ и $D(\mathbb{R}^n)$.

4. Пусть $L(D_x)-$ линейный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами.
Его фундаментальным решением называется

1. Обобщенная функция $E(x)\in S'(\mathbb{R}^n)$, удовлетворяющая уравнению $L(D_x)E(x)=\delta(x)$.

2. Обобщенная функция $E(x)\in S'(\mathbb{R}^n)$, удовлетворяющая уравнению $L(D_x)E(x)=0$.

3. Основная функция $E(x)\in S(\mathbb{R}^n)$, удовлетворяющая уравнению $L(D_x)E(x)=\delta(x)$.

4. Основная функция $E(x)\in D(\mathbb{R}^n)$, удовлетворяющая уравнению $L(D_x)E(x)=1$.

5. В методе разделения переменных частные решения задачи разыскиваются в виде

1. $u(x,t)=T(t)+X(x)$; 2. $u(x,t)=T(t)\cdot X(x)$;

3. $u(x,t)=T^2(t)+X^2(x)$; 4. $u(x,t)=\sqrt{T^2(t)+X^2(x)}$.

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

А.В Глушко

03.07.2018

Направление подготовки / специальность ____01.03.01 - Математика__________________________
шифр, наименование

Дисциплина __Б1.В.06 Уравнения с частными производными____

Вид контроля _______аттестация____
промежуточный контроль – экзамен, зачет; текущий контроль с указанием формы

Ф.И.О. студента____

Контрольно-измерительный материал № 2

1. Оператором теплопроводности называется следующий дифференциальный оператор

1. $\frac{\partial}{\partial t}-a^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\ldots+\frac{\partial^2}{\partial x_n^2}\right)$; 2. $\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\ldots+\frac{\partial^2}{\partial x_n^2}$; $\frac{\partial^2}{\partial t^2}-a^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\ldots+\frac{\partial^2}{\partial x_n^2}\right)$; 4. $\frac{\partial}{\partial x_1}+\ldots+\frac{\partial}{\partial x_n}$.

2. Операция дифференцирования является непрерывной в следующих четырех функциональных пространствах

1. $S(\mathbb{R}^n)$, $D(\mathbb{R}^n)$, $S'(\mathbb{R}^n)$, $D'(\mathbb{R}^n)$; 2. $S(\mathbb{R}^n)$, $D(\mathbb{R}^n)$, $S'(\mathbb{R}^n)$, $C(\mathbb{R}^n)$;
3. $C(\mathbb{R}^n)$, $D(\mathbb{R}^n)$, $S'(\mathbb{R}^n)$, $D'(\mathbb{R}^n)$; 4. $S(\mathbb{R}^n)$, $D(\mathbb{R}^n)$, $C(\mathbb{R}^n)$, $D'(\mathbb{R}^n)$.

3. Пусть $f(x),\ g(x)\in S'(\mathbb{R}^n)$, причем $g(x)-$ финитный функционал. Их свертка задается следующей формулой

1. $\forall\varphi(x)\in S(\mathbb{R}^n)$: $(f*g,\varphi(x))=(f(x)g(y),\varphi(x+y))$;
2. $\forall\varphi(x)\in S(\mathbb{R}^n)$: $(f*g,\varphi(x))=(f(x)g(y),\eta(y)\varphi(x+y))$, где $\eta(y)\in D(\mathbb{R}^n)$, $\eta(y)\equiv 1$ в окрестности $\operatorname{supp} g$;
3. $\forall\varphi(x)\in S(\mathbb{R}^n)$: $(f*g,\varphi(x))=(f(x)g(y),\eta(x)\varphi(x+y))$, где $\eta(y)\in D(\mathbb{R}^n)$, $\eta(x)\equiv 1$ в окрестности $\operatorname{supp} f$;
4. $f*g(x)=\int\limits_{\mathbb{R}^n} f(x-y)g(y)\,dy$.

4. Фундаментальное решение оператора теплопроводности имеет вид

1. $E(x,t)=\theta(t)F^{-1}_{\xi\to x}\left[\frac{\sin(at|\xi|)}{a|\xi|}\right]$; 2. $E(x)=-\frac{1}{4\pi|x|}$; 3. $E(x,t)=\theta(t)\frac{1}{(2a\sqrt{\pi t})^n}e^{\frac{-|x|^2}{4a^2t}}$ .4. $E(x,t)=\frac{\theta(t)}{4a^2t}\delta_{S_{at}(0)}(x)$.

5. Пусть $f\in H$, где $H-$гильбертово пространство со скалярным произведением $(\ ,\ )$, $\{\varphi_k\}_{k=1}^{\infty}-$ ортонормированная система векторов в H, $m_k=(f,\varphi_k)$. Равенство Парсеваля имеет вид

1. $\sum\limits_{k=1}^{\infty}|m_k|=\|f\|$; 2. $\sum\limits_{k=1}^{\infty}|m_k|^2=\|f-\sum\limits_{k=1}^{\infty}m_k\varphi_k\|^2$; 3. $\sqrt{\sum\limits_{k=1}^{\infty}|m_k|}=\|f\|$; 4. $\sum\limits_{k=1}^{\infty}|m_k|^2=\|f\|^2$.

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

А.В Глушко

03.07.2018

Направление подготовки / специальность ____01.03.01 - Математика________________________
шифр, наименование

Дисциплина __Б1.В.06 Уравнения с частными производными____

Вид контроля _______аттестация____
промежуточный контроль – экзамен, зачет; текущий контроль с указанием формы
Ф.И.О. студента____

Контрольно-измерительный материал № 3

1. Волновым оператором называется следующий дифференциальный оператор

1. $\frac{\partial}{\partial t} - a^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \ldots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}\right)$; 2. $\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \ldots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}$; 3. $\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \ldots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}\right)$; 4. $\frac{\partial}{\partial x_1} + \ldots + \frac{\partial}{\partial x_n}$.

2. Следующие два функциональных пространства являются подмножествами пространства бесконечно дифференцируемых функций $C^\infty(\mathbb{R}^n)$

1. $D(\mathbb{R}^n)$ и $D'(\mathbb{R}^n)$; 2. $S'(\mathbb{R}^n)$ и $D'(\mathbb{R}^n)$; 3. $S(\mathbb{R}^n)$ и $S'(\mathbb{R}^n)$; 4. $S(\mathbb{R}^n)$ и $D(\mathbb{R}^n)$.

3. Пусть $f(x),\ g(x) \in S'(\mathbb{R}^n)$, причем $g(x)-$ финитный функционал. Преобразование Фурье их свертки задается следующей формулой

1. $F_{x\to\xi}[f*g] = F_{x\to\xi}[f]\cdot F_{x\to\xi}[g]$. 2. $F_{x\to\xi}[f*g] = \int_{\mathbb{R}^n} F_{x\to\xi}[f(x-y)]g(y)\,dy$.

3. $F_{x\to\xi}[f*g] = \int_{\mathbb{R}^n} f(y)F_{x\to\xi}[g(x-y)]\,dy$. 4. $F_{x\to\xi}[f*g] = F_{x\to\xi}[f] + F_{x\to\xi}[g]$.

4. Фундаментальное решение оператора Лапласа имеет вид

1. $E(x,t) = \theta(t)F^{-1}_{\xi\to x}\left[\frac{\sin(at|\xi|)}{a|\xi|}\right]$; 2. $E(x) = -\frac{1}{4\pi|x|}$; 3. $E(x,t) = \theta(t)\frac{1}{(2a\sqrt{\pi t})^n}e^{\frac{-|x|^2}{4a^2t}}$. 4. $E(x,t) = \frac{\theta(t)}{4a^2t}\delta_{S_{at}(0)}(x)$

5. Собственные функции $X_k(x)$ и собственные значения λ_k задачи $\frac{\partial}{\partial x}(p(x)X'(x)) - q(x)X(x) = -\lambda\rho(x)X(x)$, $\alpha X(0) + \beta X'(0) = 0$; $\gamma X(l) + \delta X'(l) = 0$, (где $x \in (0,\ l)$, $\rho(x) \ge \rho_0 > 0$; $p(x) \ge p_0 > 0$; $q(x) \ge 0$, $\alpha^2 + \beta^2 > 0$, $\gamma^2 + \delta^2 > 0$, $p(x)$, $q(x)$, $\rho(x)-$ достаточно гладкие коэффициенты), **не** удовлетворяют утверждению

1. Каждому собственному значению λ_k задачи соответствует лишь одна линейно независимая собственная функция $X_k(x)$.

2. Для $k \ne m$: $\int_0^l \rho(x)X_k(x)X_m(x)\,dx = 0$.

3. Если $\beta = \delta = 0$ то все собственные значения задачи неотрицательны.

4. Для $k \ne m$: $\int_0^l X_k(x)X_m(x)\,dx = 0$.

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей

А.В Глушко

03.07.2018

Направление подготовки / специальность ____01.03.01 - Математика________________________
шифр, наименование

Дисциплина __Б1.В.06 Уравнения с частными производными____

Вид контроля _______аттестация____
промежуточный контроль – экзамен, зачет; текущий контроль с указанием формы

Ф.И.О. студента____

Контрольно-измерительный материал № 2

1. Оператором теплопроводности называется следующий дифференциальный оператор

1. $\frac{\partial}{\partial t}-a^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+...+\frac{\partial^2}{\partial x_n^2}\right)$; 2. $\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+...+\frac{\partial^2}{\partial x_n^2}$; $\frac{\partial^2}{\partial t^2}-a^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+...+\frac{\partial^2}{\partial x_n^2}\right)$; 4. $\frac{\partial}{\partial x_1}+...+\frac{\partial}{\partial x_n}$.

2. Операция дифференцирования является непрерывной в следующих четырех функциональных пространствах

1. $S(\mathbb{R}^n)$, $D(\mathbb{R}^n)$, $S'(\mathbb{R}^n)$, $D'(\mathbb{R}^n)$; 2. $S(\mathbb{R}^n)$, $D(\mathbb{R}^n)$, $S'(\mathbb{R}^n)$, $C(\mathbb{R}^n)$;
3. $C(\mathbb{R}^n)$, $D(\mathbb{R}^n)$, $S'(\mathbb{R}^n)$, $D'(\mathbb{R}^n)$; 4. $S(\mathbb{R}^n)$, $D(\mathbb{R}^n)$, $C(\mathbb{R}^n)$, $D'(\mathbb{R}^n)$.

3. Пусть $f(x),\ g(x)\in S'(\mathbb{R}^n)$, причем $g(x)-$ финитный функционал. Их свертка задается следующей формулой

1. $\forall\varphi(x)\in S(\mathbb{R}^n):\ (f*g,\varphi(x))=(f(x)g(y),\varphi(x+y))$;
2. $\forall\varphi(x)\in S(\mathbb{R}^n):\ (f*g,\varphi(x))=(f(x)g(y),\eta(y)\varphi(x+y))$, где $\eta(y)\in D(\mathbb{R}^n),\quad \eta(y)\equiv 1$ в окрестности $\operatorname{supp} g$;
3. $\forall\varphi(x)\in S(\mathbb{R}^n):\ (f*g,\varphi(x))=(f(x)g(y),\eta(x)\varphi(x+y))$, где $\eta(y)\in D(\mathbb{R}^n),\quad \eta(x)\equiv 1$ в окрестности $\operatorname{supp} f$;
4. $f*g(x)=\int\limits_{\mathbb{R}^n} f(x-y)g(y)\,dy$.

4. Фундаментальное решение оператора теплопроводности имеет вид

1. $E(x,t)=\theta(t)F^{-1}_{\xi\to x}\left[\frac{\sin(at\,|\,\xi\,|)}{a\,|\,\xi\,|}\right]$; 2. $E(x)=-\frac{1}{4\pi\,|\,x\,|}$; 3. $E(x,t)=\theta(t)\frac{1}{(2a\sqrt{\pi t})^n}e^{\frac{-|x|^2}{4a^2t}}$. 4. $E(x,t)=\frac{\theta(t)}{4a^2t}\delta_{S_{at}(0)}(x)$.

5. Пусть $f\in H$, где $H-$гильбертово пространство со скалярным произведением $(\ ,\ )$, $\{\varphi_k\}_{k=1}^{\infty}-$ ортонормированная система векторов в H, $m_k=(f,\varphi_k)$. Равенство Парсеваля имеет вид

1. $\sum\limits_{k=1}^{\infty}|\,m_k\,|=\|\,f\,\|$; 2. $\sum\limits_{k=1}^{\infty}|\,m_k\,|^2=\|\,f-\sum\limits_{k=1}^{\infty}m_k\varphi_k\,\|^2$; 3. $\sqrt{\sum\limits_{k=1}^{\infty}|\,m_k\,|}=\|\,f\,\|$; 4. $\sum\limits_{k=1}^{\infty}|\,m_k\,|^2=\|\,f\,\|^2$.

19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ

Контрольная работа № 1

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.06 Уравнения с частными производными
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля контрольная работа №1
Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко
03.07.2018

Вариант № 1

1. Определить тип дифференциального уравнения

$$2\sqrt{3}\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial x\partial y}+2\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial x\partial z}+2\sqrt{3}\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial y\partial z}+u(x,y,z)=0.$$

2. Привести к каноническому виду дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}-3\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}+\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}=0.$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}-2\sin x\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}-\cos^2 x\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}-\cos x\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}=0.$$

Преподаватель А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.06Уравнения математической физики
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля контрольная работа №1
Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко
03.07.2018

Вариант № 2

1. Определить тип дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 u(\xi,\eta)}{\partial \xi^2}+\frac{\partial u(\xi,\eta)}{\partial \eta}+u(\xi,\eta)=0.$$

2. Привести к каноническому виду дифференциальное уравнение

$$x^2\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+y^2\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=0,\ (x>0, y>0).$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}-\cos y\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}+\sin y\ u(x,y)=0.$$

Преподаватель А.В. Глушко

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко
03.07.2018

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.06 Уравнения с частными производными
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля контрольная работа №2
Вид аттестации Текущая

Вариант № 1

1. Вычислить при помощи определения обобщенную производную от $e^{|x|}$.

2. Используя формулу, связывающую обычную и обобщенную производные, вычислить обобщенную производную от $\operatorname{sgn}(x^2-1)$.

3. Используя формулу Лейбница вычислить обобщенную производную от функции

$$y(x)=\begin{cases}\sin x, \ x<-1;\\ 1, \ -1\le x\le 1;\\ \cos x, \ x>1.\end{cases}$$

Преподаватель А.В. Глушко

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко
03.07.2018

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.06 Уравнения с частными производными
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля контрольная работа №2
Вид аттестации Текущая

Вариант № 2

1. Вычислить при помощи определения обобщенную производную от $|x|\sin x$.

2. Используя формулу, связывающую обычную и обобщенную производные, вычислить обобщенную производную от $\operatorname{sgn}(x^2-4)$.

3. Используя формулу Лейбница вычислить обобщенную производную от функции

$$y(x)=\begin{cases}0, \ x\le -1;\\ (x+1)^2, \ -1\le x\le 0;\\ x^2+1, \ x>0.\end{cases}$$

Преподаватель А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика

УТВЕРЖДАЮ

Дисциплина Б1.В.06 Уравнения с частными производными
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля контрольная работа №3
Вид аттестации Текущая

зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко
03.07.2018

Вариант № 1

1. Решить задачу Коши для волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + xt\,,\ (x \in \mathbb{R}, t > 0),$$

$$u(x,t)\big|_{t=0} = x^2\,,$$

$$\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0} = x\,.$$

2. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + 3t^2\,,\ (x \in \mathbb{R}, t > 0),$$

$$u(x,t)\big|_{t=0} = \sin x\,.$$

Преподаватель А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.06 Уравнения математической физики
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля контрольная работа №3
Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко
03.07.2018

Вариант №2

1. Решить Коши для волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + \sin x\,,\ (x \in \mathbb{R}, t > 0),$$

$$u(x,t)\big|_{t=0} = \sin x\,,$$

$$\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0} = 0\,.$$

2. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$4\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}\,,\ (x \in \mathbb{R}, t > 0),$$

$$u(x,t)\big|_{t=0} = e^{2x-x^2}\,.$$

Преподаватель А.В. Глушко

19.3.5. Темы курсовых работ

19.3.6 Темы рефератов

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены *на оценивание:*

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных заданий и домашних работ, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях.

Формы, методы и периодичность текущего контроля определяет преподаватель.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено».

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» проводится в форме зачета и экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины «Математика» и степень сформированности компетенции.

На экзамене оценивается уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

«ОТЛИЧНО» – обучаемый показывает высокий интеллектуальный и общекультурный уровень, глубокое и всестороннее знание предмета, все вопросы билета будут даны правильные исчерпывающие ответы, обучающийся аргументировано и логично излагает материал, правильно решает все предложенные практические задания.

«ХОРОШО» – обучаемый показывает свой интеллектуальный и общекультурный уровень, твердо знает предмет учебной дисциплины, логично излагает изученный материал, умеет применять теоретические знания для решения практических задания, но допустивший в ответах погрешности.

«УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» – обучаемый показывает свой общекультурный уровень, в основном знает предмет учебной дисциплины, знает основные определения и термины, имеет определенные знания предмета, практические задания решить не может

«НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» – степень освоения учебной дисциплины обучаемым не соответствует критериям, предъявляемым к оценке «удовлетворительно».