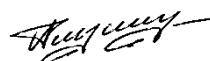


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко  
03.07.2018

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1. В. ДВ. 05. 02 Дополнительные методы математической физики

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:

01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки / специализация/магистерская программа:

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Глушко Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500-07 от 03.07.18

8. Учебный год: 2020/2021

Семестр 6

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

### Цели учебной дисциплины:

- формирование представлений о теоретических основах методов математической физики;
- ознакомление с областью применения и современными достижениями математической физики;
- развитие практических навыков по составлению математических моделей простейших физических систем, решению алгебраических, дифференциальных и интегральных уравнений.

### Задачи изучения дисциплины

- познакомить с подходами к решению некоторых специальных функций для уравнений математической физики;
- выработка навыков и умений по применению полученных знаний при решении задач разных математических дисциплин.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Курс входит в цикл профессиональных дисциплин в профильной (вариативной) части обучения.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, уравнения с частными производными, уравнения математической физики, теоретическая механика.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, теорией функций комплексной переменной, элементами линейной алгебры, обладать полными знаниями курса обыкновенных дифференциальных уравнений.

Дисциплина является предшествующей для курсов методов вычислений, механики сплошной среды, математического моделирования, концепций современного естествознания, всех специальных курсов, изучающих задачи математической физики.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики	Знать: как использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных

	<p>и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.</p> <p>Уметь: применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть: методами в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики.</p>
ПК-2	<p>способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p>	<p>Знать: как математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.</p> <p>Уметь: математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.</p> <p>Владеть: навыками, позволяющими математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p>
ПК-3	<p>способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Знать: основные методы доказательства математических утверждений</p> <p>Уметь: интерпретировать полученные результаты и делать выводы из них</p> <p>Владеть: методами доказательства математических утверждений</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 2 / 72.

Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) 6 семестр – зачет

### 13. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		№ 6
Аудиторные занятия	32	32
В том числе: лекции	16	16
практические	16	16
лабораторные	0	0
Самостоятельная работа	40	40
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – ____ час.)		зачет
Итого:	72	72

#### 13.1. Содержание дисциплины

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Специальные функции	Специальные функции математической физики
1.2	Гамма-функции	Гамма-функции
1.3	Уравнение Бесселя	Уравнение Бесселя
1.4	Решение краевых задач для уравнения Пуассона	Решение краевых задач для уравнения Пуассона
1.5	Полиномы Лежандра	Полиномы Лежанжра
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Специальные функции	Специальные функции математической физики
2.2	Гамма-функции	Гамма-функции
2.3	Уравнение Бесселя	Уравнение Бесселя
2.4	Решение краевых задач для уравнения Пуассона	Решение краевых задач для уравнения Пуассона
2.5	Полиномы Лежандра	Полиномы Лежанжра

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)					Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Контроль	
01	Специальные функции	2	2	0	8		12
02	Гамма-функции	2	2	0	8		12
03	Уравнение Бесселя	4	4	0	8		16
04	Решение краевых задач для уравнения Пуассона	4	4	0	8		16
05	Полиномы Лежандра	4	4	0	8		16
Итого:		16	16	0	40		72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Преподавание дисциплины заключается в чтении лекций и проведении практических занятий. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Дополнительные главы уравнений в частных производных» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения обучающимся рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.
2. Перед лабораторным занятием обязательно повторить лекционный материал. После лабораторного занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникают вопросы, обязательно задать на следующем лабораторном занятии или в присутствующий час преподавателю.
3. При подготовке к лабораторным занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно

использовать. Наметьте план решения, попробуйте на его основе решить лабораторные задачи.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
01	Сабитов К.Б. Уравнения математической физики / К.Б. Сабитов. – М.: Физматлит, 2013. – 352 с. // «Университетская библиотека online»: электронно-библиотечная система.. – URL: <a href="http://biblioclub.ru">http://biblioclub.ru</a>
02	Глушко А.В. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А.В. Глушко, А.Д. Баев, А.С. Рябенко; Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. – 520 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
03	Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров. – М : Физматлит, 2003. – 398 с.
04	Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров, В.П. Михайлов. – М : Физматлит, 2003. – 286 с.
05	Глушко В.П. Курс уравнений математической физики с использованием пакета Mathematica. Теория и технология решения задач : учеб. пособие / В.П. Глушко, А.В. Глушко. – СПб : Лань, 2010. – 320 с. илл. (+CD).

в) информационные электронно-образовательные ресурсы

№ п/п	Источник
06	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
07	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ
08	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
09	Глушко А.В. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А.В. Глушко, А.Д. Баев, А.С. Рябенко; Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. – 520 с.
10	Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров. – М : Физматлит, 2003. – 398 с.
11	Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров, В.П. Михайлов. – М : Физматлит, 2003. – 286 с.

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Урок-лекция с применением современных технологий (урок-презентация).

Урок зачет с использованием компьютерных тестов.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

1. Типовое оборудование учебной аудитории

2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ

(<http://www.lib.vsu.ru>)

**19. Фонд оценочных средств****19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1 – готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной	сформировать и развить способность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	01 Специальные функции 02 Гамма-функции 03 Уравнение Бесселя 04 Решение краевых задач для уравнения Пуассона 05 Полиномы Лежандра	Текущая аттестация – контрольная работ. Контрольно-измерительный материал к контрольной работе. Промежуточная аттестация – зачет. Контрольно-измерительные материалы к зачету.

деятельности			
ПК-2 – способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	сформировать и развить способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	01 Специальные функции 02 Гамма-функции 03 Уравнение Бесселя 04 Решение краевых задач для уравнения Пуассона 05 Полиномы Лежандра	Текущая аттестация – контрольная работ. Контрольно-измерительный материал к контрольной работе. Промежуточная аттестация – зачет. Контрольно-измерительные материалы к зачету.
ПК-3. Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области		01 Специальные функции 02 Гамма-функции 03 Уравнение Бесселя 04 Решение краевых задач для уравнения Пуассона 05 Полиномы Лежандра	Текущая аттестация – контрольная работ. Контрольно-измерительный материал к контрольной работе. Промежуточная аттестация – зачет. Контрольно-измерительные материалы к зачету.
<b>Промежуточная аттестация 6 семестр – зачет</b>			

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Высокий	Обучающийся способен понимать	«Зачтено» заслуживает студент,



	<p>и интерпретировать освоенную информацию, что является основой успешного формирования умений и навыков для принятия решения практико- ориентированных задач; способен анализировать, проводить сравнение и обоснование методов решения заданий в практико- ориентированных ситуациях; способен использовать сведения из различных источников для успешного исследования и поиска решения в нестандартных практико- ориентированных ситуациях.</p>	<p>обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, усвоивший основную литературу, рекомендованную к программе, а также знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой.</p> <p>Как правило, оценка «зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программой материал: правильно и аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания; владеет приемами рассуждения и сопоставления материала из разных источников; без ошибок выполняет практические</p>
--	---	---

		<p>задания.</p> <p>Обязательным условием выставления оценки является правильное решение предложенных примеров. Дополнительным условием получения оценки могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельных и контрольных работ, систематическая и активная работа на лекционных и лабораторных занятиях.</p>
Низкий	<p>Обучающийся не способен: понимать и интерпретировать освоенную информацию, анализировать, проводить сравнение и обоснование методов решения заданий в практико-ориентированных ситуациях, использовать сведения из различных источников для успешного исследования и поиска решения.</p>	<p>«Не зачтено» заслуживает студент который не может продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине. Как правило, оценка « не зачтено» выставляется студенту, который не справился с предложенными заданиями и в ответах на дополнительные вопросы допустил существенные ошибки.</p>

**19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**19.3.1 Перечень вопросов к экзамену (зачету): (нужное выбрать)**

**Перечень вопросов к зачету.**

1. Получить свойства Гамма-функции  $\Gamma(x)$

$$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x), \quad x > 0, \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

где  $\Gamma(x) = \int_0^x t^{x-1} \exp(-t) dt$

2. Исходя из производящей функции для полиномов Лежандра  $P_n(x)$

$$\psi(x, p) = \exp(2xp - p^2) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n(x) \frac{p^n}{n!}$$

Получить рекуррентное соотношение  $(n+1)P_{n+1}(x) - (2n+1)xP_n(x) + nP_{n-1}(x) = 0$

3. Показать, что функция Бесселя 1-го рода, определяемая рядом

$$J_\nu(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{\Gamma(k+1)\Gamma(k+\nu+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+\nu}$$

удовлетворяет дифференциальному

уравнению Бесселя  $x^2 y''(x) + xy'(x) + (x^2 - \nu^2)y(x) = 0$

4. Найти характеристики уравнения  $u_{xy} - u_{yy} - u_x + u_y = 0$ . Найти его общее решение

5. Определить тип уравнения  $2u_{xx} + u_{yy} = 1$ . Найти его характеристики. Найти его общее решение

6. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), & x \in [0;l], t > 0, \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, & u(l,t) = 0, t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), & \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), x \in [0;l]. \end{cases}$$

7. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), & x \in [0;l], t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, & t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), & x \in [0;l]. \end{cases}$$

### 19.3.2 Перечень практических заданий

### 19.3.3 Тестовые задания

### 19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ

#### Контрольная по методу Фурье. Вариант 1.

**Задание 1.** Решить следующую задачу

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} &= \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \\ u(x,0) &= \cos 2x, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} &= \frac{\partial u(\pi,t)}{\partial x} = 0. \end{aligned}$$

**Задание 2.** Решить следующую задачу

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + x(x-l)t^2, \\ u(0,t) &= u(l,t) = 0, \\ u(x,0) &= \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0, \quad \text{где } x \in (0,l), \quad t > 0. \end{aligned}$$

#### Контрольная по методу Фурье. Вариант 2.

**Задание 1.** Решить следующую задачу

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} &= \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \\ u(x,0) &= \sin 2x, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} &= \frac{\partial u(\pi,t)}{\partial x} = 0. \end{aligned}$$

**Задание 2.** Решить следующую задачу

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + 4u(x,t) + \sin^2 x,$$

$$\left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x=\pi} = 0,$$

$$u(x,t) \Big|_{t=0} = \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad \text{где } x \in (0, \pi), \quad t > 0.$$

### 19.3.5. Темы курсовых работ

### 19.3.6 Темы рефератов

## 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины «Дополнительные главы уравнений с частными производными» в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины и степень сформированности компетенций оценками «зачет» и «не зачет».

Задания текущего контроля и проведение промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности; степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и практически значимую информацию; приобретение умений профессионально значимых для профессиональной деятельности.