МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей

А.В. Глушко
03.06.2020

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1. В. 10 Асимптотические методы анализа

Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:

01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки / специализация/магистерская программа:

Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Глушко Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор
ФИО, ученая степень, ученое звание)
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500-04 от 25.06.2020
(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола)

8. Учебный год: 2020/2021 **Семестр(ы): 5**

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Целью курса является изучение основ асимптотических методов анализа, включающих в себя методы асимптотического разложения в ряды Пюизо корней алгебраических уравнений, сингулярных уравнений. Методы изучения асимптотического поведения интегралов, зависящих от внешнего параметра и относящихся к интегралам Лапласа (метод Лапласа), интегралам Фурье (метод стационарной фазы), интегралам перевального типа. Практическая часть курса предполагает освоение всего комплекса методов решения соответствующих задач с изложением классических задач из теории спецфункций.

Задачи учебной дисциплины: - выявление основных тенденций решений алгебраических и интегральных уравнений;
- выделение основных тенденций решений алгебраических, интегральных и дифференциальных уравнений;
- получение приближенных решений алгебраических, интегральных и дифференциальных уравнений;
- доказательство методов исследования возмущенных задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Асимптотические методы анализа» относится к Блоку 1 вариативной части, формируемой участниками образовательных отношений

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК -2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Освоил базовые и профессиональные основы изучаемого предмета, основные методы классификации и оценки информационных ресурсов Умеет применять многообразие современных способов решения задач теории возмущений Владеет методами анализа и поиска данных для математической постановки задачи
ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знает достаточно полный набор методов асимптотического анализа поставленных задач Умеет выбрать оптимальный метод асимптотического исследования поставленной задачи Владеет методиками основных методов теории возмущений и может применить нужный метод на практике

12.Краткое содержание учебной дисциплины :

Учебная дисциплина «Асимптотические методы анализа» является введением в теорию возмущений, включает в себя изучение асимптотических представлений корней многочленов с малым параметров в коэффициентах (включая диаграмму Ньютона), изучение методов Лапласа, Фурье, перевала для интегральных операторов, зависящих от большого внешнего параметра.

12.1 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — __2__/___72__.

Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) 5 семестр – зачет

13. Виды учебной работы

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="3">Вид учебной работы</td><td colspan="3">Трудоемкость (часы)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Всего</td><td rowspan="2">В том числе в интерактивной форме</td><td>По семестрам</td></tr>
<tr><td>5</td></tr>
<tr><td rowspan="8">в том числе:</td><td>Контактная работа</td><td>32</td><td>-</td><td>32</td></tr>
<tr><td>лекции</td><td>16</td><td>-</td><td>16</td></tr>
<tr><td>практические</td><td>16</td><td>-</td><td>16</td></tr>
<tr><td>лабораторные</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Самостоятельная работа</td><td>40</td><td>-</td><td>40</td></tr>
<tr><td>Контрольные работы</td><td>1</td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Промежуточная аттестация - экзамен</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Итого:</td><td>72</td><td>-</td><td>72</td></tr>
</table>

13.1. Содержание разделов дисциплины

Лекции

<table>
<tr><td>№ п/п</td><td>Наименование раздела дисциплины</td><td>Содержание раздела дисциплины</td><td>Количество часов</td></tr>
<tr><td rowspan="5">01</td><td rowspan="5">Асимптотики решений алгебраических уравнений</td><td>Калибровочные функции. Примеры «скорости стремления» функций к нулю.</td><td rowspan="5">4</td></tr>
<tr><td>Асимптотические ряды. Пример интеграла $f(\omega)=\int_0^\infty \frac{\omega e^{-x}}{\omega+x}dx \quad (\omega\to\infty)$.</td></tr>
<tr><td>Асимптотические разложения и последовательности.</td></tr>
<tr><td>Алгебраические уравнения. Примеры построения асимптотических разложений при $\varepsilon\to 0$ корней уравнения $x^2-(3+2\varepsilon)x+2+\varepsilon=0$ и $z^3-z^2=\varepsilon$.</td></tr>
<tr><td>Построить разложения при $\varepsilon\to 0$ корней сингулярно возмущенного уравнения $\varepsilon x^2+x+1=0$. Методика нахождения порядка сингулярности.</td></tr>
</table>

		Построить асимптотические разложения при $\varepsilon \to 0$ корней кубических уравнений $x^3-(6+\varepsilon)x^2+(11+2\varepsilon)x-6+\varepsilon^2=0$ и $x^3-(4+\varepsilon)x^2+(5-2\varepsilon)x-2+\varepsilon^2=0$.	
		Построить асимптотические разложения при $\varepsilon \to 0$ корней сингулярно возмущенного кубического уравнения $\varepsilon x^3+x+2+\varepsilon=0$.	
		Методика построения асимптотических разложений корней сингулярно возмущенного уравнения высокого порядка $\varepsilon x^n = x^m + a_{m-1}x^{m-1} + a_{m-2}x^{m-2} + \ldots + a_1 x + a_0$, где $\varepsilon \to 0$, $n,\ m \in \mathbb{N},\ n > m.$	
		Найти асимптотическое представление при $n \to \infty$ корней x_n трансцендентного уравнения $\operatorname{tg} x = \frac{1}{x}$, где x_n - корень уравнения, удовлетворяющий условию $\pi n - \frac{\pi}{2} < x_n < \pi n + \frac{\pi}{2},\ n \in \mathbb{N}$.	
02	Метод Лапласа	Интегралы Лапласа. Эвристические соображения метода Лапласа. Лемма 1 о простейшей оценке интеграла Лапласа.	6
		Лемма (2) Ватсона в случае дифференцируемой функции $f(x)$. Лемма (3) Ватсона в случае непрерывной функции $f(x)$.	
		Найти асимптотическое разложение при $t \to \infty$ интеграла преобразования Лапласа $F(t)=\int_0^\infty f(x)e^{-tx}dx$ при $f(x)\in C^\infty$ при малых x и условии, что интеграл $F(t)$ сходится при некотором $t>0$.	
		Теорема 1 о вкладе от граничной точки a в случае, когда $S'(a)\neq 0$. Теорема 1 о вкладе от граничной точки a при условии $S'(a)\neq 0$ и пониженных условиях гладкости на $f(x)$ и $S(x)$. Пример построения асимптотического представления при $t\to\infty$ для функции ошибок $\operatorname{Erfc}(x)=\int_x^\infty e^{-t^2}dt$.	
		Лемма 4 о замене переменной интегрирования в интеграл Лапласа. Теорема 3 о вкладе от внутренней невырожденной точки максимума x_0 в случае $S''(x_0)\neq 0$ и теорема 4 о вкладе от граничной точки максимума.	
		Доказать формулу Стирлинга: при $x\to\infty : \Gamma(x+1)=\sqrt{2\pi x}\cdot e^{-x}x^x(1+o(1))$ на основе интегрального представления $\Gamma(x+1)=\int_0^\infty t^x e^{-t}dt$.	
		Доказать асимптотическое представление при $n\to\infty$ интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^n x\,dx=\sqrt{\frac{\pi}{2n}}\cdot(1+o(1))$ и на этой основе с использованием табличного равенства $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^n x\,dx=\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}\cdot\frac{\pi}{2}$ получить формулу Валлиса, выражающую число π.	

		Найти асимптотику при $x\to\infty$ функции Бесселя $I_n(x)=\dfrac{1}{\pi}\int_0^{\pi}e^{x\cos\theta}\cos(n\theta)d\theta$. Найти асимптотику при $x>0,\ n\to+\infty$ полинома Лежандра $P_n=\dfrac{1}{\pi}\int_0^{\pi}(x+\sqrt{x^2-1}\cdot\cos\theta)^n\,d\theta$.	
		Дополнительные стандартные методы.	1
03	Метод стационарной фазы	Интегралы Фурье. Лемма Римана-Лебега.	5
		Метод стационарной фазы. Теорема 1 об асимптотике интеграла Фурье в случае $S'(x)\neq 0,\ x\in[a;b]$ и пример построения асимптотического представления при $x\to\infty$ для интеграла $F(x)=\int_x^{\infty}f(t)e^{it}\,dt=-if(x)e^{ix}(1+o(1))$, в случае, когда $f(t)\in C^2([0;\infty)),\ f(t)>0,\ f'(t)<0,\ f''(t)>0$ при достаточно больших t, $f^{(j)}(t)=o(1),\ j=0,1;\ f'(t)=o(f(t)),\ t\to+\infty$.	
		Принцип локализации (Лемма 1). Теорема о разбиении единицы (без доказательства). Определения обычной, критической точек, вклада от критической точки. Теорема 2 о принципе локализации.	
		Интегралы Фурье. Теорема 3 о вкладе от граничной критической точки a в случае $S'(a)\neq 0$.	
		Интегралы Фурье. Доказать лемму Эрдейи в частном случае $f(x)\equiv 1$ при $0\le x\le\delta$.	
		Интегралы Фурье. Доказать лемму Эрдейи в общем случае, считая ее доказанной в частном случае.	
		Интегралы Фурье. Теорема 4 о вкладе от внутренней стационарной точки x_0 в случае $S''(x_0)\neq 0$ и пример построения асимптотики функции Бесселя $I_n(x)=\dfrac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(x\sin\varphi-n\varphi)dx,x\to\infty$.	
		Интегралы Фурье. Теорема 5 о вкладе от граничной стационарной точки x_0 в случае $S''(x_0)\neq 0$ и пример построения асимптотики при $\nu\to+\infty$ функции Бесселя $I_\nu(\nu)=\dfrac{1}{\pi}\mathrm{Re}\int_0^{\pi}\exp(i\nu(\varphi-\sin\varphi))d\varphi-$ $-\dfrac{\sin\nu\pi}{\pi}\int_0^{\infty}\exp(-\nu(t+\mathrm{sh}t))dt$.	
		Интегралы Фурье. Найти асимптотическое представление при $\nu\to+\infty$ $(x>1)$ функции Бесселя вещественного индекса ν :	

		$I_\nu(\nu x)=\frac{1}{\pi}\int_0^\pi \cos[\nu(\varphi - x\sin\varphi)]d\varphi -$ $-\frac{\sin\nu\pi}{\pi}\int_0^\infty \exp(-\nu(t+x\operatorname{sh}t))dt$.	

Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Количество часов
01	Асимптотики решений алгебраических уравнений	Калибровочные функции. Примеры «скорости стремления» функций к нулю. Асимптотические ряды. Асимптотические разложения и последовательности.	1
		Алгебраические уравнения. Методика нахождения порядка сингулярности.	1
		Диаграмма Ньютона	2
		Асимптотики решений трансцендентных уравнений	1
02	Метод Лапласа	Интегралы Лапласа.. Лемма 1 о простейшей оценке интеграла Лапласа. Лемма (2) Ватсона в случае дифференцируемой функции $f(x)$. Лемма (3) Ватсона в случае непрерывной функции $f(x)$.	1
		Теорема 1 о вкладе от граничной точки a в случае, когда $S'(a)\neq 0$. Лемма 4 о замене переменной интегрирования в интеграл Лапласа.	2
		Теорема 3 о вкладе от внутренней невырожденной точки максимума x_0 в случае $S''(x_0)\neq 0$ и теорема 4 о вкладе от граничной точки максимума.	2
		Дополнительные стандартные методы.	2
03	Метод стационарной фазы	Интегралы Фурье. Лемма Римана-Лебега.Теорема 1 об асимптотике интеграла Фурье в случае $S'(x)\neq 0,\ x\in[a;b]$. Принцип локализации (Лемма 1). Определения обычной, критической точек, вклада от критической точки. Теорема 2 о принципе локализации.	1
		Интегралы Фурье. Теорема 3 о вкладе от граничной критической точки a в случае $S'(a)\neq 0$.	1
		Лемма Эрдейи. Теорема 4 о вкладе от внутренней стационарной точки x_0 в случае $S''(x_0)\neq 0$. Теорема 5 о вкладе от граничной стационарной точки x_0 в случае $S''(x_0)\neq 0$. Контрольная работа	2

Самостоятельная работа

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Количество часов
01	Асимптотики решений алгебраических уравнений	Калибровочные функции. Примеры «скорости стремления» функций к нулю. Асимптотические ряды. Асимптотические разложения и последовательности.	16
		Алгебраические уравнения. Методика нахождения порядка сингулярности.	
		Диаграмма Ньютона	
		Асимптотики решений трансцендентных уравнений	
02	Метод Лапласа	Интегралы Лапласа.. Лемма 1 о простейшей оценке интеграла Лапласа. Лемма (2) Ватсона в случае дифференцируемой функции $f(x)$. Лемма (3) Ватсона в случае непрерывной функции $f(x)$.	12
		Теорема 1 о вкладе от граничной точки a в случае, когда $S'(a)\neq 0$. Лемма 4 о замене переменной интегрирования в интеграл Лапласа.	
		Теорема 3 о вкладе от внутренней невырожденной точки максимума x_0 в случае $S''(x_0)\neq 0$ и теорема 4 о вкладе от граничной точки максимума.	
		Дополнительные стандартные методы.	
03	Метод стационарной фазы	Интегралы Фурье. Лемма Римана-Лебега.	12
		Теорема 1 об асимптотике интеграла Фурье в случае $S'(x)\neq 0,\ x\in[a;b]$. Принцип локализации (Лемма 1). Определения обычной, критической точек, вклада от критической точки. Теорема 2 о принципе локализации.	
		Интегралы Фурье. Теорема 3 о вкладе от граничной критической точки a в случае $S'(a)\neq 0$.	
		Лемма Эрдейи. Теорема 4 о вкладе от внутренней стационарной точки x_0 в случае $S''(x_0)\neq 0$. Теорема 5 о вкладе от граничной стационарной точки x_0 в случае $S''(x_0)\neq 0$.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/	Наименование раздела дисциплины	Лекц	Прак	Лабор	Самостоятельная	Всего

п		ии	тиче ские	аторн ые	работа	
01	Асимптотики решений алгебраических уравнений	4	5	-	16	25
02	Метод Лапласа	7	6	-	12	25
03	Метод стационарной фазы	5	5	-	12	22
	Итого:	16	16		40	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(*рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)*

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на лабораторных занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Асимптотические методы анализа» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекций обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

<u>Методические указания для обучающихся при самостоятельной работе.</u>

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное освоение всех тем и вопросов учебной дисциплины, предусмотренных программой. Самостоятельная работа является обязательным видом деятельности для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме.

Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

Для успешного и плодотворного обеспечения итогов самостоятельной работы разработаны учебно-методические указания к самостоятельной работе студентов над различными разделами дисциплины.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

Все задания, выполняемые студентами самостоятельно, подлежат последующей проверке преподавателем.

15. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
01	Глушко В.П. Курс уравнений математической физики с использованием пакета Mathematica. Теория и технология решения задач : учеб. пособие / В.П. Глушко, А.В. Глушко. – СПб : Лань, 2010. – 320 с. илл. (+CD).

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Асимптотические методы : пособие для студентов по специальности 010101 / сост. А.В. Глушко, В.П. Глушко. – Воронеж : ЛОП ВГУ, 2004. – 56 с. (№ 1018).
2	Найфэ А. Введение в методы возмущений / А. Найфэ. – М. : Наука, 1978. – 197 с.
3	Федорюк М.В. Метод перевала / М.В. Федорюк. – М.: Наука, 1976. – 350 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы**:**

№ п/п	Источник

1	*http://eqworld.ipmnet.ru – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений*
2	*http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ*
3	*http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания*

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Асимптотические методы : пособие для студентов по специальности 010101 / сост. А.В. Глушко, В.П. Глушко. – Воронеж : ЛОП ВГУ, 2004. – 56 с. (№ 1018).
2	Найфэ А. Введение в методы возмущений / А. Найфэ. – М. : Наука, 1978. – 197 с.
3	Федорюк М.В. Метод перевала / М.В. Федорюк. – М.: Наука, 1976. – 350 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Курс «Асимптотические методы анализа» обеспечен электронным курсом лекций, который расположен на сайте кафедры: www.kuchp.ru.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Курс «Асимптотические методы анализа» обеспечен электронным курсом лекций, которые расположены на сайте кафедры: www.kuchp.ru.Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой (ауд. 310), расположенный на 3 этаже учебного корпуса № 1, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ (http://www.lib.vsu.ru

19. Фонд оценочных средств

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Асимптотики решений алгебраических уравнений	ПКВ-3	ПКВ-3.2, ПКВ-3.3	Домашние задания, тестовые задания
2	Метод Лапласа	ПКВ-3	ПКВ-3.1, ПКВ-3.2, ПКВ-3.3	Домашние задания, тестовые задания
3	Метод стационарной фазы	ПКВ-3	ПКВ-3.1, ПКВ-3.2, ПКВ-3.3	Домашние задания, тестовые задания, контрольная работа
4	Метод перевала	ПКВ-3	ПКВ-3.1, ПКВ-3.2, ПКВ-3.3	Тестовые задания
Промежуточная аттестация Форма контроля - Зачет				Перечень вопросов к зачету

19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка "не зачтено" ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без	-	**«Не зачтено»**

дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.		
Обучающийся владеет знаниями основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка **"Зачтено"** выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя. Оценка **"Зачтено"** выставляется, если студент знает все определения по контрольно-измерительному материалу и может решить хотя бы один практический пример	Пороговый	**"Зачтено"**

19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к зачету:

Теоретические вопросы:

1. Калибровочные функции. Примеры «скорости стремления» функций к нулю.

2. Асимптотические ряды. Пример интеграла $f(\omega)=\int_0^\infty \frac{\omega e^{-x}}{\omega+x}dx \quad (\omega\to\infty)$.

3. Асимптотические разложения и последовательности.

4. Алгебраические уравнения. Примеры построения асимптотических разложений при $\varepsilon\to 0$ корней уравнения $x^2-(3+2\varepsilon)x+2+\varepsilon=0$ и $z^3-z^2=\varepsilon$.

5. Построить разложения при $\varepsilon\to 0$ корней сингулярно возмущенного уравнения $\varepsilon x^2+x+1=0$. Методика нахождения порядка сингулярности.

6. Построить асимптотические разложения при $\varepsilon\to 0$ корней кубических уравнений $x^3-(6+\varepsilon)x^2+(11+2\varepsilon)x-6+\varepsilon^2=0$ и $x^3-(4+\varepsilon)x^2+(5-2\varepsilon)x-2+\varepsilon^2=0$.

7. Построить асимптотические разложения при $\varepsilon\to 0$ корней сингулярно возмущенного кубического уравнения $\varepsilon x^3+x+2+\varepsilon=0$.

8. Методика построения асимптотических разложений корней сингулярно возмущенного уравнения высокого порядка
$\varepsilon x^n = x^m + a_{m-1}x^{m-1} + a_{m-2}x^{m-2} + ... + a_1 x + a_0$, где $\varepsilon \to 0$, $n,\ m \in \mathbb{N},\ n > m.$

9. Найти асимптотическое представление при $n \to \infty$ корней x_n трансцендентного уравнения $\operatorname{tg} x = \frac{1}{x}$, где x_n - корень уравнения, удовлетворяющий условию $\pi n - \frac{\pi}{2} < x_n < \pi n + \frac{\pi}{2},\ n \in \mathbb{N}$.

10. Интегралы Лапласа. Эвристические соображения метода Лапласа.

11. Лемма 1 о простейшей оценке интеграла Лапласа.

12. Лемма (2) Ватсона в случае дифференцируемой функции $f(x)$.

13. Лемма (3) Ватсона в случае непрерывной функции $f(x)$.

14. Найти асимптотическое разложение при $t \to \infty$ интеграла преобразования Лапласа $F(t) = \int_0^\infty f(x)e^{-tx}dx$ при $f(x) \in C^\infty$ при малых x и условии, что интеграл $F(t)$ сходится при некотором $t > 0$.

15. Метод Лапласа. Теорема 1 о вкладе от граничной точки a в случае, когда $S'(a) \neq 0$.

16. Метод Лапласа. Теорема 1 о вкладе от граничной точки a при условии $S'(a) \neq 0$ и пониженных условиях гладкости на $f(x)$ и $S(x)$. Пример построения асимптотического представления при $t \to \infty$ для функции ошибок $\operatorname{Erfc}(x) = \int_x^\infty e^{-t^2}dt$.

17. Лемма 4 о замене переменной интегрирования в интеграл Лапласа.

18. Метод Лапласа. Теорема 3 о вкладе от внутренней невырожденной точки максимума x_0 в случае и теорема 4 о вкладе от граничной точки максимума.

19. Доказать формулу Стирлинга: при $x \to \infty$: $\Gamma(x+1) = \sqrt{2\pi x} \cdot e^{-x}x^x(1+o(1))$ на основе интегрального представления $\Gamma(x+1) = \int_0^\infty t^x e^{-t}dt$.

20. Доказать асимптотическое представление при $n \to \infty$ интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{2n}} \cdot (1+o(1))$ и на этой основе с использованием табличного равенства $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x\,dx = \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \cdot \frac{\pi}{2}$ получить формулу Валлиса, выражающую число π.

21. Найти асимптотику при $x \to \infty$ функции Бесселя $I_n(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{x\cos\theta}\cos(n\theta)d\theta$.

22. Найти асимптотику при $x > 0,\ n \to +\infty$ полинома Лежандра $P_n = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi (x + \sqrt{x^2-1} \cdot \cos\theta)^n\,d\theta$.

23. Дополнительные стандартные методы. Найти асимптотические разложения

$J(\varepsilon) = \int_0^1 \sin(\varepsilon x^2)dx$ при $\varepsilon \to 0$; $J(x) = \int_0^x t^{-\frac{3}{4}}e^{-t}dt$ при $x \to +0$;

$J(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t^2}dt$ при $x \to +\infty$.

24. Найти асимптотику при $t \to \infty$ интеграла $F(t) = \int_0^1 e^{-\frac{1}{x}-tx}dx$.

25. Интегралы Фурье. Лемма Римана-Лебега.

26. Метод стационарной фазы. Теорема 1 об асимптотике интеграла Фурье в случае $S'(x) \neq 0,\ x \in [a;b]$ и пример построения асимптотического представления при $x \to \infty$ для интеграла

$F(x)=\int_x^{\infty} f(t)e^{it}\,dt=-if(x)e^{ix}(1+o(1))$, в случае, когда $f(t)\in C^2([0;\infty))$, $f(t)>0$, $f'(t)<0$, $f''(t)>0$ при достаточно больших t, $f^{(j)}(t)=o(1)$, $j=0,1$; $f'(t)=o(f(t))$, $t\to+\infty$.

27. Принцип локализации (Лемма 1). Теорема о разбиении единицы (без доказательства). Определения обычной, критической точек, вклада от критической точки. Теорема 2 о принципе локализации.

28. Интегралы Фурье. Теорема 3 о вкладе от граничной критической точки a в случае $S'(a)\neq 0$.

29. Интегралы Фурье. Доказать лемму Эрдейи в частном случае $f(x)\equiv 1$ при $0\le x\le\delta$.

30. Интегралы Фурье. Доказать лемму Эрдейи в общем случае, считая ее доказанной в частном случае.

31. Интегралы Фурье. Теорема 4 о вкладе от внутренней стационарной точки x_0 в случае $S''(x_0)\neq 0$ и пример построения асимптотики функции Бесселя $I_n(x)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(x\sin\varphi-n\varphi)dx$, $x\to\infty$.

32. Интегралы Фурье. Теорема 5 о вкладе от граничной стационарной точки x_0 в случае $S''(x_0)\neq 0$ и пример построения асимптотики при $\nu\to+\infty$ функции Бесселя $I_\nu(\nu)=\frac{1}{\pi}\mathrm{Re}\int_0^{\pi}\exp(i\nu(\varphi-\sin\varphi))d\varphi-\frac{\sin\nu\pi}{\pi}\int_0^{\infty}\exp(-\nu(t+\mathrm{sh}\,t))dt$.

33. Интегралы Фурье. Найти асимптотическое представление при $\nu\to+\infty$ $(x>1)$ функции Бесселя вещественного индекса ν:

$$I_\nu(\nu x)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos[\nu(\varphi-x\sin\varphi)]d\varphi-\frac{\sin\nu\pi}{\pi}\int_0^{\infty}\exp[-\nu(t+x\,\mathrm{sh}\,t)]dt.$$

34. Идея метода перевала. Линии уровня фазы и линии наискорейшего спуска. Седловые точки.

19.3.2 Перечень практических заданий

1. Найти первые три члена разложений следующих функций при малом ε:

$$\left(1-\frac{3a^2}{8}\varepsilon+\frac{51a^4}{256}\varepsilon^2\right)^{-1};$$

2. Найти первые три члена разложений следующих функций при малом ε:

$$\cos\sqrt{1-\varepsilon t}\ ,\ \left(0\le t\le T\right);$$

3. Найти первые три члена разложений следующих функций при малом ε:

$$\sqrt{1-\frac{1}{2}\varepsilon+2\varepsilon^2}\ .$$

4. Определить порядок следующих функций при $\varepsilon\to 0$:

$$\ln\left(1+5\varepsilon\right);\qquad \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sin\varepsilon};\qquad 1-\frac{1}{2}\varepsilon^2-\cos\varepsilon\ .$$

5. Расположить функции по порядку убывания при малых ε $\left(\varepsilon>0\right)$

$$\varepsilon^2,\ \varepsilon^{\frac{1}{2}},\ 1,\ \varepsilon^{\frac{1}{2}},\ \ln\varepsilon^{-1},\ \varepsilon\ln\varepsilon^{-1},\ e^{-\frac{1}{\varepsilon}},\ \varepsilon^{\frac{3}{2}};$$

6. Расположить функции по порядку убывания при малых ε $(\varepsilon > 0)$

$$\ln(1+\varepsilon),\ \operatorname{ctg}\varepsilon,\ \frac{\sin\varepsilon}{\varepsilon^{\frac{3}{2}}},\ \varepsilon\ln\varepsilon,\ \ln^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\ ;$$

7. Расположить функции по порядку убывания при малых ε $(\varepsilon > 0)$

$$e^{-\frac{1}{\varepsilon}},\ \frac{1}{\varepsilon},\ \varepsilon^{\frac{1}{2}},\ \left(\ln\frac{1}{\varepsilon}\right)^2,\ e^{\frac{1}{\varepsilon}},\ \frac{1}{\varepsilon^{\frac{3}{2}}},\ \varepsilon^{0{,}0001},\ 5^{\frac{1}{\varepsilon}},\ 5^{-\frac{1}{\varepsilon}}.$$

8. Определить два члена разложения для каждого корня следующих уравнений при малых ε $x^3-(2+\varepsilon)x^2-(1-\varepsilon)x+2+3\varepsilon=0$;

9. Определить два члена разложения для каждого корня следующих уравнений при малых ε $x^3-(3+\varepsilon)x-2+\varepsilon=0$;

10. Определить два члена разложения для каждого корня следующих уравнений при малых ε $x^4+(2-3\varepsilon)x^3-(2-\varepsilon)x-1+4\varepsilon=0$;

11. Определить два члена разложения для каждого корня следующих уравнений при малых ε $\varepsilon\left(u^3+u^2\right)+4u^2-3u-1=0$;

12. Определить два члена разложения для каждого корня следующих уравнений при малых ε ;

13. Определить два члена разложения для каждого корня следующих уравнений при малых ε $\varepsilon u^4-u^3+3u-2=0$;

14. Определить два члена разложения для каждого корня следующих уравнений при малых ε $\varepsilon u^4+u^2-3u+2=0$;

15. Определить два члена разложения для каждого корня следующих уравнений при малых ε $x-\dfrac{\varepsilon}{3x^2}-\dfrac{3\varepsilon^2}{10x^4}=0$;

16. Определить два члена разложения для каждого корня следующих уравнений при малых ε $1-\dfrac{\varepsilon}{3\sqrt{x}}-\dfrac{21\varepsilon^2}{5x}=0$.

17. Найти два члена разложения для корней следующих трансцендентных уравнений при больших значениях аргумента $x\operatorname{ctg}x=1$;

18. Найти два члена разложения для корней следующих трансцендентных уравнений при больших значениях аргумента $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)-\dfrac{1}{8x}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=0$.

19. Найти асимптотику при $x\to\infty$ $\int_x^\infty e^{-t}t^x dt$.

20. Найти асимптотику при $x\to\infty$ $\int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t}dt$.

21. Найти асимптотику при $x\to\infty$ $\int_x^\infty e^{-t}t^{-n}dt$.

22. Найти асимптотику при $x\to\infty$ $\int_0^1 \sin\varepsilon t\cdot t^{-1}dt$.

23. Найти асимптотику при $x\to\infty$ $\int_0^x t^{-\frac{3}{4}}e^{-t}dt$.

24. Найти асимптотику при $x\to\infty$ $\int_x^\infty e^{-t^2}dt$.

25. Найти асимптотику эллиптического интеграла 2 рода при $m\to 0$ $I(m)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-m\sin^2\theta}d\theta$.

26. Найти асимптотику при $x\to\infty$ $\int_x^\infty \cos t\cdot t^{-1}dt$.

27. Найти асимптотику при $x\to\infty$ $\int_x^\infty \frac{\cos(t-x)}{x}dt$.

28. Найти главный член асимптотики при $x\to\infty$ $\int_x^\infty e^{-xt}\ln(1+t)dt$.

29. Найти главный член асимптотики при $x\to\infty$ $\int_0^1 e^{-\frac{x}{t}+t+x}dt$.

30. Найти асимптотику при $\omega\to\infty$ $\int_0^\infty \frac{e^{-x}}{\omega+x+x\sqrt{\omega}}dx$.

31. Доказать, что при $t\to\infty$ $\int_0^\infty (1+x)^{-\alpha}e^{itx}dx = it^{-1}+0(t^{-2})$;

32. Доказать, что при $t\to\infty$ $\int_0^\infty (1+x)^{-\alpha}\sin txdx = t^{-1}+0(t^{-2})$;

33. Доказать, что при $t\to\infty$ $\int_0^\infty (1+x)^{-\alpha}\cos txdx = \alpha t^{-2}+0(t^{-3})$.

34. Показать, что при $\omega\to\infty$ $$\int_1^\infty e^{-\omega x^2}x^{\frac{5}{2}}\ln(1+x)dx\sim\frac{e^{-\omega}\ln 2}{2\omega};$$

35. Показать, что при $\omega\to\infty$ $$\int_0^\infty \frac{e^{-x^2\omega}}{\sqrt{x+x^2}}dx\sim\frac{\Gamma\left(\frac{1}{a}\right)}{2\omega^{\frac{1}{4}}};$$

36. Показать, что при $\omega\to\infty$ $$\int_{-\infty}^\infty e^{-\omega x^2}\ln(2+x^2)dx\sim\frac{\sqrt{\pi}\ln 2}{\sqrt{\omega}};$$

37. Показать, что при $\omega\to\infty$ $$\int_1^2 e^{-\omega\left(t+\frac{1}{t}\right)}dt=\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{x}}e^{-2\omega};$$

38. Показать, что при $\omega\to\infty$ $$\int_1^2 \frac{e^{-\omega\left(t+\frac{1}{t}\right)}}{\sqrt{t^2-1}}dt\sim\frac{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)}{2\sqrt{2}\omega^{\frac{1}{4}}}e^{-2\omega}.$$

39. Показать, что при $\alpha\to\infty$ $$\int_0^1 e^{i\alpha t^3}dt\sim\frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)e^{i\frac{\pi}{6}}}{3\alpha^{\frac{1}{3}}};$$

40. Показать, что при $\alpha\to\infty$ $$\int_0^1 \frac{e^{i\alpha t^3}}{\sqrt{t}}dt\sim\frac{\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)e^{i\frac{\pi}{12}}}{3\alpha^{\frac{1}{6}}};$$

41. Показать, что при $\alpha\to\infty$ $$\int_0^1 e^{i\alpha t^3}\ln(1+t)dt=\frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)e^{i\frac{\pi}{3}}}{3\alpha^{\frac{2}{3}}}.$$

42. Вычислить асимптотику при $t\to\infty$ интеграла

$$F(t)=\int_0^a e^{-x^{-\alpha}}f(x)\exp\left(-te^{-\frac{1}{x^\alpha}}\right)dx.$$

43. Показать, что при $x\to\infty$ $$R_0(x)=\int_1^\infty\frac{e^{-xt}}{\sqrt{t^2-1}}dt\sim\sqrt{\frac{\pi}{2x}}e^{-x};$$

44. Показать, что при $x\to\infty$ $$H_0^{(1)}(x)=\frac{2}{\pi}\int_1^\infty\frac{e^{ixt}}{\sqrt{1-t^2}}\sim\sqrt{\frac{2}{\pi x}}e^{i\left(x-\frac{\pi}{4}\right)};$$

45. Показать, что при $x\to\infty$ $$J_0(x)=\frac{2}{\pi}\int_1^\infty\frac{\sin xt}{\sqrt{t^2-1}}\sim\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right);$$

46. Показать, что при $x \to \infty$ $$Y_0(x) = -\frac{2}{\pi}\int_1^{\infty}\frac{\cos xt}{\sqrt{t^2-1}} \sim \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right);$$

47. Показать, что при $x \to \infty$

$$\int_{-1}^{1} e^{ixt}\left(1-t^2\right)^{n-\frac{1}{2}} dt \sim \left(\frac{2}{x}\right)^{n+\frac{1}{2}}\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)\cos\left[x-\frac{\pi}{2}\left(n+\frac{1}{2}\right)\right].$$

19.3.3 Тестовые задания

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация №1
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Определить количество сингулярных корней уравнения $\varepsilon x^4 + x^2 - (3+\varepsilon^2)x + 2 + 7\varepsilon = 0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	0	2	4	нет правильного ответа

2. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^2 e^{-tx^3}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	-1	-1,5	-2	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^3 e^{itx^3}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1	- 1,5	- 2	нет правильного ответа

Преподаватель ___________ А.В. Глушко

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация №1
Вид аттестации Промежуточная

Контрольно-измерительный материал № 2

1. Определить количество регулярных корней уравнения $\varepsilon x^4 + x^2 - (3+\varepsilon^2)x + 2 + 7\varepsilon = 0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	0	2	4	нет правильного ответа

2. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x e^{-tx^2}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	-1	-1,5	-2	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^5 e^{itx^2}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	-1	- 2,5	- 3	нет правильного ответа

Преподаватель ___________ А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация №1
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал № 3

1. Определить количество регулярных корней уравнения $\varepsilon x^3 + x^2 - (3+\varepsilon^2)x + 2 + 7\varepsilon = 0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	0	2	3	нет правильного ответа

2. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^5 e^{-tx^2}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	-3	-2,5	-2	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^6 e^{itx^4}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 0,75	- 2,5	- 1	нет правильного ответа

Преподаватель ____________ А.В. Глушко

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация №1
Вид аттестации Промежуточная

Контрольно-измерительный материал № 4

1. Определить количество сингулярных корней уравнения $\varepsilon x^3 + x^2 - (3+\varepsilon^2)x + 2 + 7\varepsilon = 0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	1	2	3	нет правильного ответа

2. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^4 e^{-tx^4}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1,25	- 2,5	- 1,5	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^{4,5} e^{itx^4}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1	- 0,875	- 1,125	нет правильного ответа

Преподаватель ____________ А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация №1
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал № 5

1. Определить количество регулярных корней уравнения $\varepsilon^2 x^3 + 5x^2 - (3+\varepsilon^2)x - 2 + 7\varepsilon = 0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	0	2	3	нет правильного ответа

2. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^3 e^{-tx^4}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1,25	- 1	- 1,5	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^{9,5} e^{itx^4}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1	- 0,875	- 2,625	нет правильного ответа

Преподаватель __________ А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация №1
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал № 6

1. Определить количество сингулярных корней уравнения
$\varepsilon^2 x^3 + 5x^2 - (3+\varepsilon^2)x - 2 + 7\varepsilon = 0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	1	2	3	нет правильного ответа

2. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^5 e^{-tx^3}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	-1	-1,5	-2	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^2 e^{itx^3}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1	- 1,5	- 2	нет правильного ответа

Преподаватель __________ А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация №1
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал № 7

1. Определить количество сингулярных корней уравнения
$(1+\varepsilon^2)x^3+5x^2-(3+\varepsilon^2)x-3+7\varepsilon=0$ при $\varepsilon\to+0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	0	2	3	нет правильного ответа

2. Определить порядок убывания при $t\to\infty$ для интеграла $\int_0^1 x^3e^{-tx^2}\,dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	-1	-1,5	-2	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t\to\infty$ для интеграла $\int_0^1 xe^{itx^2}\,dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	-1	- 2,5	- 3	нет правильного ответа

Преподаватель __________ А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация №1
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал № 8

1. Определить количество регулярных корней уравнения
$(1+\varepsilon^2)x^3+5x^2-(3+\varepsilon^2)x-3+7\varepsilon=0$ при $\varepsilon\to+0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	0	2	3	нет правильного ответа

2 Определить порядок убывания при $t\to\infty$ для интеграла $\int_0^1 x^5e^{-tx^4}\,dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1,5	- 2,5	- 2	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t\to\infty$ для интеграла $\int_0^1 x^2e^{itx^3}\,dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1	- 1,5	- 2	нет правильного ответа

Преподаватель __________ А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля __промежуточная аттестация №1__
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал № 9

1. Определить количество сингулярных корней уравнения
$\varepsilon^3 x^4 + (7-\varepsilon^2)x^3 + x^2 - (8+\varepsilon^2)x + 7\varepsilon = 0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	1	2	3	нет правильного ответа

2. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^5 e^{-tx^5}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1,2	- 2,5	- 1,5	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^{2,5} e^{itx^4}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1,25	- 0,875	- 1,375	нет правильного ответа

Преподаватель ___________ _А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля __промежуточная аттестация №1__
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал № 10

1. Определить количество сингулярных корней уравнения
$\varepsilon^3 x^4 + (7-\varepsilon^2)x^3 + x^2 - (8+\varepsilon^2)x + 7\varepsilon = 0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	1	2	3	нет правильного ответа

2 Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^{3,5} e^{-tx^4}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1,25	- 1	- 1,125	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^{1,5} e^{itx^4}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 0,625	- 0,875	- 1,375	нет правильного ответа

Преподаватель ___________ _А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация №1
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал № 11

1. Определить количество сингулярных корней уравнения
$\varepsilon^3 x^4 + (7-\varepsilon^2)x^3 + x^2 - (8+\varepsilon^2)x + 7\varepsilon = 0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	1	2	3	нет правильного ответа

2. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 \operatorname{tg} x \cdot x^4 e^{-tx^3}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1	- 1,5	- 2	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^{2,5} e^{itx^4}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1,25	- 0,875	- 1,375	нет правильного ответа

Преподаватель ___________ А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация №1
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал № 12

1. Определить количество сингулярных корней уравнения $\varepsilon x^4 + x^2 - (3+\varepsilon^2)x + 2 + 7\varepsilon = 0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	0	2	4	нет правильного ответа

2 Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 \operatorname{tg} x \cdot x^3 e^{-tx^2}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	-1	- 2,5	- 2	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^5 e^{itx^2}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	-1	- 2,5	- 3	нет правильного ответа

Преподаватель ___________ А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля __промежуточная аттестация №1__
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал №_13_

1 Определить количество регулярных корней уравнения $\varepsilon x^3 + x^2 - (3+\varepsilon^2)x + 2 + 7\varepsilon = 0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	0	2	3	нет правильного ответа

2. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 \mathrm{tg}\, x \cdot x^5 e^{-tx^4}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1,75	- 2,5	- 2	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^{4,5} e^{itx^4}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1	- 0,875	- 1,125	нет правильного ответа

Преподаватель __________ _А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля __промежуточная аттестация №1__
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал №_14_

1. Определить количество регулярных корней уравнения $\varepsilon^2 x^3 + 5x^2 - (3+\varepsilon^2)x - 2 + 7\varepsilon = 0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	0	2	3	нет правильного ответа

2 Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 \mathrm{tg}\, x \cdot x^5 e^{-tx^5}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1,2	- 2,5	- 1,4	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^2 e^{itx^3}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1	- 1,5	- 2	нет правильного ответа

Преподаватель __________ _А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация №1
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал № 15

1 Определить количество сингулярных корней уравнения
$(1+\varepsilon^2)x^3+5x^2-(3+\varepsilon^2)x-3+7\varepsilon=0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	0	2	3	нет правильного ответа

2. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 \sin x^2 \cdot x^3 e^{-tx^3}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1	- 1,5	- 2	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^2 e^{itx^3}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 1	- 1,5	- 2	нет правильного ответа

Преподаватель ___________ А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика
Дисциплина Б1.В.08 Асимптотические методы анализа
Курс 3
Форма обучения Очная
Вид контроля промежуточная аттестация №1
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений в частных производных и теории вероятностей
А.В Глушко

Контрольно-измерительный материал № 16

1. Определить количество сингулярных корней уравнения
$\varepsilon^3 x^4+(7-\varepsilon^2)x^3+x^2-(8+\varepsilon^2)x+7\varepsilon=0$ при $\varepsilon \to +0$

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	1	2	3	нет правильного ответа

2 Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 \sin x^2 \cdot x^3 e^{-tx^2}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	-1	- 2,5	- 3	нет правильного ответа

3. Определить порядок убывания при $t \to \infty$ для интеграла $\int_0^1 x^{1,5} e^{itx^4}\, dx$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	- 0,625	- 0,875	- 1,375	нет правильного ответа

Преподаватель ___________ А.В. Глушко

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены *на оценивание:*

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных заданий и домашних работ, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях.

Формы, методы и периодичность текущего контроля определяет преподаватель.

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Асимптотические методы анализа» проводится в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины и степень сформированности компетенции.

На экзамене оценивается уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

«ЗАЧТЕНО» – обучаемый показывает высокий интеллектуальный и общекультурный уровень, глубокое и всестороннее знание предмета, все вопросы билета будут даны правильные исчерпывающие ответы, обучающийся аргументировано и логично излагает материал, правильно решает все предложенные практические задания.

«НЕЗАЧТЕНО» – степень освоения учебной дисциплины обучаемым не соответствует критериям, предъявляемым к оценке «удовлетворительно».