

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.В. Глушко
03.07.2018

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Б1. В. 07 Системы дифференциальных
уравнений гидродинамического типа
(наименование дисциплины)

01.04.01 Математика
(код и наименование направления подготовки)

Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
(наименование профиля подготовки)

Магистратура
Квалификация (степень) выпускника

Паспорт
фонда оценочных средств
по учебной дисциплине
Б1. В. 07 Системы дифференциальных
уравнений гидродинамического типа

1. В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

1. 1. Знать: методы моделирования задач гидродинамического типа, что включает в себя основы знаний теории напряжений, теории деформации, гидродинамики идеальной, вязкой, сжимаемой, вращающейся, стратифицированной жидкости. Знать законы парности касательных напряжений, напряжения на наклонных площадках, формулы Коши из теории деформаций, теорему Коши-Гельмгольца из гидродинамики. Знать основные формы записи уравнений Эйлера, уравнения неразрывности среды, уравнения состояния.

1.2. Уметь: применять к моделированию среды знаний из математического анализа, теории поля, теории уравнений в частных производных. Уметь проводить параллели между основными гидродинамическими моделями и классическими уравнениями математической физики, делая на этой основе выводы о качественных свойствах решений рассматриваемых моделей.

1.3. Владеть: методами математического и алгоритмического моделирования при изучении реальных процессов и объектов с целью нахождения эффективных решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Аттестации	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
Текущая аттестация	Разделы 1-2	ОК-1,ОПК-1	Контрольная работа № 1
Текущая аттестация	Разделы 1-3	ОК-1,ОПК-1	Контрольная работа № 2
Промежуточная аттестация	Частные случаи и примеры	ОПК-5, ПК-3	Эссе

Формы контрольно-измерительного материала

Комплект контрольной работы № 1

Направление подготовки / специальность 01.04.01 Математика
Дисциплина Б1.В.07 Системы дифференциальных уравнений гидродинамического
типа
Курс 2
Форма обучения Очная
Вид контроля Контрольная работа №1
Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей

А.В. Глушко
03.07.2018

Вариант № 1

1. Вставьте пропущенное в определении слово.

Пусть $x_0 \in Q$ - точка в области $Q \in R^3$ заполненной сплошной средой. ΔS – элементарная площадка с нормалью ν , содержащая x_0 , $\Delta \bar{F}$ – элементарная внутренняя сила, действующая на площадку ΔS с одной из ее сторон. Тогда величина $\bar{P}_\nu = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta S}$ называется полным в точке x_0 .

2. Вставьте пропущенное в определении слово.

Назовем жидкостью (или газом) такую среду, в которой напряжение \bar{p}_n на любой площадке с нормалью \bar{n} ортогонально площадке, т.е. $\bar{p}_n \parallel \bar{n}$.

Преподаватель  А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.04.01 Математика
Дисциплина Б1.В.07 Системы дифференциальных уравнений гидродинамического
типа
Курс 2
Форма обучения Очная
Вид контроля Контрольная работа №1
Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей

А.В. Глушко
03.07.2018

Вариант № 2

1. Вставьте пропущенное в определении слово.

Пусть $\bar{P}_\nu = (X_\nu; Y_\nu; Z_\nu)$ – называется полное напряжение в точке x_0 сплошной среды. Пусть $\bar{e}_x; \bar{e}_y; \bar{e}_z$ – орты осей координат. Обозначим $Y_{\bar{e}_x} = \tau_{xy}; Z_{\bar{e}_x} = \tau_{zx}; X_{\bar{e}_y} = \tau_{xy}; Z_{\bar{e}_y} = \tau_{zy}; X_{\bar{e}_z} = \tau_{xz}; Y_{\bar{e}_z} = \tau_{yz}$. Равенства $\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{xz} = \tau_{zx}; \tau_{zy} = \tau_{yz}$ называются «закон парности напряжений».

2. Вставьте пропущенный в формуле оператор.

Формула дифференцирования по времени интеграла, взятого по подвижному объему

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f(x, \varphi, z, t) dV = \int_{V(t)} \left[\frac{\partial f}{\partial t} + \dots \dots \dots (f \bar{v}) \right] dV$$

Преподаватель  А.В. Глушко

Вариант № 3

1. Вставьте пропущенное в определении слово.

В формулах Коши $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$; $\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$; $\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$; $\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$; $\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$ величины

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ – есть линейные по направлениям координатных осей Ox, Oy, Oz соответственно.

2. Вставьте пропущенное слово в названии уравнений.

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_2 \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial y} + v_3 \frac{\partial v_1}{\partial z} &= F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \\ \frac{\partial v_2}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial \bar{v}_2}{\partial y} + v_3 \frac{\partial v_2}{\partial z} &= F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}; \\ \frac{\partial v_3}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_3}{\partial x} + v_2 \frac{\partial \bar{v}_3}{\partial y} + v_3 \frac{\partial v_3}{\partial z} &= F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}. \end{aligned} \quad (*)$$

Уравнения (*) называются уравнениями

Преподаватель  А.В. Глушко

Вариант № 4

1. Вставьте пропущенное в определении слово. В формулах Коши

$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$; $\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$; $\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$; $\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$; $\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$ величины $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ – есть угловые

..... в плоскостях Oxy, Oxz, Oyz соответственно.

2. Вставьте пропущенное в теореме слово. Теорема Коши-Гельмгольца. Скорость \bar{v}_1

любой точки O_1 достаточно малой частицы среды с центром в точке O , с точностью до бесконечно малых высшего порядка равняется $\bar{v}_1 = \bar{v}_0 + \bar{\omega} \times \bar{\rho} + \nabla \Phi$, т. е. складывается из скоростей поступательного движения \bar{v}_0 , вращательного движения $\bar{\omega} \times \bar{\rho}$ частицы, как абсолютно твердого тела и скорости $\bar{v}^* = \nabla \Phi$ деформации.

Преподаватель  А.В. Глушко

Вариант № 5

1. Вставьте пропущенное в определении слово.

В формулах Коши $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$; $\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$; $\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$; $\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$; $\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$ величины u ; v ; w –
 есть проекции вектора на координатные оси Ox , Oy , Oz соответственно

2. Вставьте пропущенное в формулировке слово.

Для невязкой стратифицированной жидкости величина $\omega_0^2(x_3) = -\frac{g\rho_0'(x_3)}{\rho_0(x_3)}$ называется
 Вейселя-Брента.

Преподаватель  А.В. Глушко

Вариант № 6

1. Вставьте пропущенное в определении слово. Пусть u ; v ; w – есть проекции вектора
 перемещения на координатные оси Ox , Oy , Oz соответственно. Матрица

$$P = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x_3} + \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_1} \right) & \frac{\partial v}{\partial x_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x_3} + \frac{\partial w}{\partial x_2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x_3} + \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x_3} + \frac{\partial w}{\partial x_2} \right) & \frac{\partial w}{\partial x_3} \end{bmatrix}$$

называется тензором

2. Вставьте пропущенное в высказывании слово.

В уравнении неразрывности в переменных Эйлера $\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \bar{v} = 0$ величина $\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$,
 где ΔV -объем, занятый массой Δm есть среды.

Преподаватель  А.В. Глушко

Комплект контрольной работы № 2

Вариант № 1

1. Вставьте пропущенное в теореме слово. Теорема Коши-Гельмгольца. Скорость \bar{v}_1 любой точки O_1 достаточно малой частицы среды с центром в точке O , с точностью до бесконечно малых высшего порядка равняется $\bar{v}_1 = \bar{v}_0 + \bar{\omega} \times \bar{\rho} + \nabla\Phi$, т. е. складывается из скоростей движения \bar{v}_0 , вращательного движения $\bar{\omega} \times \bar{\rho}$ частицы, как абсолютно твердого тела и скорости $\bar{v}^* = \nabla\Phi$ чистой деформации.

2. Вставьте пропущенное в формулировке слово. Переход от системы уравнений

$$\frac{d\bar{v}}{dt} - \nu\Delta\bar{v} + \nabla p = \bar{F}; \quad \text{div}\bar{v} = 0 \quad (1)$$

к системе уравнений
$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial t} - \nu\Delta\bar{u} + \nabla p = \bar{f}; \quad \text{div}\bar{u} = 0 \quad (2)$$

называется уравнений (1).

Преподаватель  А.В. Глушко

Вариант № 2

1. Вставьте пропущенное в теореме слово. Теорема Коши-Гельмгольца. Скорость \bar{v}_1 любой точки O_1 достаточно малой частицы среды с центром в точке O , с точностью до бесконечно малых высшего порядка равняется $\bar{v}_1 = \bar{v}_0 + \bar{\omega} \times \bar{\rho} + \nabla\Phi$, т. е. складывается из скоростей поступательного движения \bar{v}_0 , движения $\bar{\omega} \times \bar{\rho}$ частицы, как абсолютно твердого тела и скорости $\bar{v}^* = \nabla\Phi$ чистой деформации.

2. Вставьте пропущенное в определении слово. называют среду, свойства которой одинаковы по всем направлениям. С математической точки зрения это означает, что при замене исходной декартовой системы координат на иную декартову систему с помощью преобразования вращения T ($\det T = 1$) или зеркального отражения T_1 относительно одной из координатных плоскостей ($\det T_1 = -1$), или любой суперпозиции этих замен координат, коэффициенты B_{ijpq} в законе Навье-Стокса остаются неизменными.

Преподаватель  А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.04.01 Математика
 Дисциплина Б1.В.07 Системы дифференциальных уравнений гидродинамического
типа
 Курс 2
 Форма обучения Очная
 Вид контроля Контрольная работа №2
 Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
 Заведующий кафедрой
 уравнений в частных производных
 и теории вероятностей

 А.В. Глушко
 03.07.2018

Вариант № 3

1. Вставьте пропущенное в определении слово. Пусть $x_0 \in Q$ - точка в области $Q \in R^3$ заполненной сплошной средой. ΔS – элементарная площадка с нормалью ν , содержащая x_0 , $\Delta \bar{F}$ – элементарная внутренняя сила, действующая на площадку ΔS с одной из ее сторон. Тогда величина $\bar{P}_\nu = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta S}$ называется полным в точке x_0 .

2. Вставьте пропущенное в высказывании слово. В уравнении неразрывности в переменных Эйлера $\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \bar{v} = 0$ величина $\bar{v} = \bar{v}(x, t)$ – есть частицы среды, находящейся в момент t в точке $x \in Q \subset R^3$.

Преподаватель  А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.04.01 Математика
 Дисциплина Б1.В.07 Системы дифференциальных уравнений гидродинамического
типа
 Курс 2
 Форма обучения Очная
 Вид контроля Контрольная работа №2
 Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
 Заведующий кафедрой
 уравнений в частных производных
 и теории вероятностей

 А.В. Глушко
 03.07.2018

Вариант № 4

1. Вставьте пропущенное в определении слово. Пусть $\bar{P}_\nu = (X_\nu; Y_\nu; Z_\nu)$ – называется полное напряжение в точке x_0 сплошной среды. Пусть $\bar{e}_x; \bar{e}_y; \bar{e}_z$ – орты осей координат. Обозначим $Y_{\bar{e}_x} = \tau_{xy}; Z_{\bar{e}_x} = \tau_{zx}; X_{\bar{e}_y} = \tau_{xy}; Z_{\bar{e}_y} = \tau_{zy}; X_{\bar{e}_z} = \tau_{xz}; Y_{\bar{e}_z} = \tau_{yz}$. Равенства $\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{xz} = \tau_{zx}; \tau_{zy} = \tau_{yz}$ называются «закон парности напряжений».

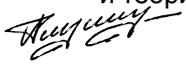
2. Вставьте пропущенное в определении слово. жидкостью называется среда, в которой компоненты тензора напряжений представляются в виде

$$p^{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}, \quad i, j = \overline{1, 3}; \quad \delta_{i,j} = \begin{cases} 1, & i = j; \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (*)$$

В (*) через τ_{ij} обозначены функции компонент тензора скоростей деформации e_{pq} и, возможно, температуры T и других физико-химических параметров.

Преподаватель  А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.04.01 Математика
 Дисциплина Б1.В.07 Системы дифференциальных уравнений гидродинамического
типа
 Курс 2
 Форма обучения Очная
 Вид контроля Контрольная работа №2
 Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
 Заведующий кафедрой
 уравнений в частных производных
 и теории вероятностей

 А.В. Глушко
 03.07.2018

Вариант № 5

1. Вставьте пропущенное в определении слово. В формулах Коши

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}; \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

величины $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ – есть

линейные по направлениям координатных осей Ox, Oy, Oz соответственно.

2. Вставьте пропущенное в формулировке слово. В законе Навье-Стокса

$$\tau_{ij} = \sum_{p,q=1}^3 B_{ijpq} \cdot e_{pq}; \quad (B_{ijpq} = B_{jipq} = B_{ijqp} = B_{jiqp})$$

τ_{ij} - компоненты тензора напряжений для вязкой

жидкости, а e_{pq} - компоненты тензора скоростей

Преподаватель  А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.04.01 Математика
 Дисциплина Б1.В.07 Системы дифференциальных уравнений гидродинамического
типа
 Курс 2
 Форма обучения Очная
 Вид контроля Контрольная работа №12
 Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
 Заведующий кафедрой
 уравнений в частных производных
 и теории вероятностей

 А.В. Глушко
 03.07.2018

Вариант № 6

1. Вставьте пропущенное в определении слово. Пусть $u; v; w$ – есть проекции вектора перемещения на координатные оси Ox, Oy, Oz соответственно. Матрица

$$P = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x_3} + \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_1} \right) & \frac{\partial v}{\partial x_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x_3} + \frac{\partial w}{\partial x_2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x_3} + \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x_3} + \frac{\partial w}{\partial x_2} \right) & \frac{\partial w}{\partial x_3} \end{bmatrix}$$

называется тензором

2. Вставьте пропущенное в формулировке слово. В законе Навье-Стокса

$$\tau_{ij} = \sum_{p,q=1}^3 B_{ijpq} \cdot e_{pq}; \quad (B_{ijpq} = B_{jipq} = B_{ijqp} = B_{jiqp})$$

e_{pq} - компоненты тензора скоростей деформации

для вязкой жидкости, а τ_{ij} - компоненты тензора

Преподаватель  А.В. Глушко

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

Темы эссе
(рефератов, докладов, сообщений)

по дисциплине

Б1. В. 07 Системы дифференциальных уравнений гидродинамического типа
(наименование дисциплины)

1 . Основные свойства потенциальных движений идеальной несжимаемой жидкости в односвязных областях. (Свойства гармонических функций (принцип максимума, теорема о среднем). Простейшие внутренние краевые задачи для уравнения Лапласа).

2 . Плоские задачи о движении тел в идеальной жидкости. (Примеры постановок внешних краевых задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа).

3 . Стационарные течения вязкой однородной жидкости в трубах. Течение в трубах с круговым и эллиптическим сечением. (Краевая задача Дирихле для уравнения Пуассона в круге).

4. Стационарные течения вязкой однородной жидкости в трубах. Течение в трубе с прямоугольным сечением и течение в плоском канале с твердыми стенками. (Краевая задача Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике).

5. Распределение скоростей в идеальной несжимаемой жидкости при ускоренном движении сферы. (Краевая задача Неймана для уравнения Лапласа во внешности шара. Единственность решения внешних задач в трехмерном случае).

6. Нестационарное течение вязкой жидкости в трубе с круговым сечением. (Начально-краевая задача для уравнения теплопроводности в круге).

7. Нестационарные слоистые течения.

8. Тангенциальный разрыв. (задача Коши для уравнения теплопроводности на бесконечной прямой).

9. Движение твердой поверхности. (Начально-краевая задача Дирихле для уравнения теплопроводности на полупрямой).

10. Течение под действием касательного напряжения. (начально-краевая задача Неймана для уравнения теплопроводности на полупрямой).

Критерии оценки эссе:

- Оценка «отлично» выставляется студенту, если он полностью разобрался в предложенном материале, установил связи между гидродинамическими моделями и изученными на курсе УМФ (УЧП) задачами, при этом качественно скомпоновал и изложил материал эссе.

- Оценка «хорошо» » выставляется студенту, если он полностью разобрался в предложенном материале, установил связи между гидродинамическими моделями и изученными на курсе УМФ (УЧП) задачами, однако имеются некоторые недостатки в изложении материала.

- Оценка «удовлетворительно» » выставляется студенту, если он приемлемо, но не полностью разобрался в предложенном материале, установил связи между гидродинамическими моделями и изученными на курсе УМФ (УЧП) задачами, при этом достаточно внятно изложил материал эссе.

- Оценка «неудовлетворительно» » выставляется студенту, если он не смог разобраться в предложенном материале и (или) изложил материал некачественно.

Критерии оценки по курсу:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он правильно ответил на все тестовые вопросы и справился с написанием эссе по второй части курса на оценку «отлично» или «хорошо»;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно ответил на оба тестовых вопроса из трех и справился с написанием эссе по второй части курса на оценку «удовлетворительно»;

- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он правильно ответил на два тестовых вопроса и не писал эссе по второй части курса или написал неудовлетворительное эссе;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если его знания не удовлетворяют вышеприведенным требованиям на положительные оценки.

Преподаватель



А.В. Глушко
03.07.2018