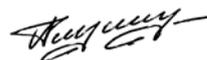


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.В.ДВ.04.01. Начально-краевые задачи для параболических уравнений**

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:

01.04.01 Математика

2. Профиль подготовки / специализация/магистерская программа:

Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

3. Квалификация (степень) выпускника: Магистр

4. Форма обучения: : Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Рябенко Александр Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500-07 от 03.07.2018

8. Учебный год: 2018/2019 Семестр 2

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Целями освоения курса «Начально-краевые задачи для параболических уравнений»

- ознакомление слушателей с основными методами исследования краевых и начально-краевых задач для уравнений параболического типа;

- фундаментальная подготовка в области исследования задач математической физики, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в разнообразных приложениях.

Основной задачей курса является изучение основных фактов о параболических уравнениях, овладение методами, позволяющими осуществлять качественное исследование решений параболических уравнений.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Курс входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части обучения.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим (а также параллельно изучаемым) дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, алгебра, уравнения с частными производными.

Освоение курса «Начально-краевые задачи для параболических уравнений» необходимо для дальнейшего изучения и исследование различных задач математической физики и задач для уравнений с частными производными. Знание методов исследования качественных свойств решений параболических уравнений может существенно помочь при построении и анализе различных математических моделей, возникающих в физике, химии, биологии, медицине, экономике, а также в технике. Кроме того, методы исследования уравнений параболического типа широко применяются в целом ряде направлений современной математики.

### **11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	Знать: как находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики. Уметь: находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики. Владеть: методами находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики.
ОПК-2	способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Знать: как создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках. Уметь: создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках. Владеть: методами создания и исследования новых математических моделей в естественных науках.
ПК-1	способность к интенсивной научно-исследовательской работе	Знать: как проводить интенсивную научно-исследовательскую работу. Уметь: проводить интенсивную научно-исследовательскую работу. Владеть: методами, позволяющими проводить интенсивную научно-исследовательскую работу.
ПК-2	способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению учебным коллективом	Знать: как организовать научно-исследовательскую и научно-производственную работу, а также как управлять научным коллективом. Уметь: организовать научно-исследовательскую и научно-производственную работу, а также управлять научным коллективом. Владеть: методами, позволяющими организовать научно-исследовательскую и научно-производственную работу, а также как управлять научным коллективом.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 3 / 108 ..**

**Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) 2 семестр – зачет**

### **13. Виды учебной работы**

Виды учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		№ 2
Аудиторные занятия	32	32
В том числе: лекции	16	16
практические	16	16

лабораторные		
Самостоятельная работа	76	76
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – ____ час.)	зачет	зачет
Итого:	108	108

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Формулы Грина. Фундаментальное решение	Оператор теплопроводности. Оператор сопряженный к оператору теплопроводности. Первая формула Грина. Фундаментальное решение и его интерпретация. Свойства фундаментального решения
1.2	Постановка краевых задач и задачи Коши. Принцип максимума в ограниченной области	Первая краевая задача. Вторая краевая задача. Третья краевая задача. Задача Коши. Принцип максимума в ограниченной области.
1.3	Априорные оценки решений краевых задач. Теоремы единственности.	Оценка решения первой краевой задачи. Оценка решения второй краевой задачи. Единственность решения первой краевой задачи. Единственность решения второй краевой задачи
1.4	Аналитичность решений по пространственной переменной	Аналитичность решений по пространственной переменной. Оценка аналитического продолжения.
1.5	Теоремы об устранимой особенности	Первая теорема об устранимой особенности. Вторая теорема об устранимой особенности.
1.6	Построение решения задачи Коши при помощи преобразования Фурье	Формальное построение решения задачи Коши. Теорема существования.
1.7	Гипоэллиптичность оператора теплопроводности	Теорема о гипоэллиптичности. Теорема о единственности обобщенного решения.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Представление решений с помощью потенциалов. Бесконечная дифференцируемость решений	Объемный тепловой потенциал. Тепловой потенциал простого слоя. Тепловой потенциал двойного слоя. Теорема о бесконечной дифференцируемости решений.
2.2	Принцип максимума в неограниченной области. Строгий принцип максимума	Лемма об оценках решения сверху и снизу. Принцип максимума в неограниченной области Строгий принцип максимума
2.3	Оценки решений неоднородных уравнений	Оценка решений неоднородного уравнения в ограниченной области. Оценка решений неоднородных уравнений в неограниченных областях.
2.4	Априорные оценки решений задачи Коши. Теорема единственности для задачи Коши. Стабилизация решений	Оценка решения задачи Коши. Единственность решения задачи Коши. Стабилизация решения для ограниченной области. Стабилизация решения для неограниченной области.
2.5	Оценки производных решений уравнения теплопроводности	Оценка производных первого порядка по пространственным переменным. Оценка производных по пространственным переменным. Оценка смешанных производных (по переменной времени и по пространственным переменным)
2.6	Теорема Лиувилля	Теорема Лиувилля. Изолированные особенности для уравнения теплопроводности.
2.7	Компактность семейства решений	Теорема о сходимости последовательности решений для уравнения теплопроводности. Теорема о компактности.

2.8	Гладкость объемных потенциалов. Обобщенное решение для уравнения теплопроводности	Теорема о гладкости объемных потенциалов. Постановка обобщенной задачи для уравнения теплопроводности. Дифференциальные свойства решения обобщенной задачи. Контрольная работа
-----	--	---

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.1	Формулы Грина. Фундаментальное решение	2			5	7
1.2	Постановка краевых задач и задачи Коши. Принцип максимума в ограниченной области	2			4	6
1.3	Априорные оценки решений краевых задач. Теоремы единственности.	2			5	7
1.4	Аналитичность решений по пространственной переменной	2			5	7
1.5	Теоремы об устранимой особенности	2			5	7
1.6	Построение решения задачи Коши при помощи преобразования Фурье	3			5	8
1.7	Гипоэллиптичность оператора теплопроводности	3			5	8
3.1	Представление решений с помощью потенциалов. Бесконечная дифференцируемость решений		2		5	7
3.2	Принцип максимума в неограниченной области. Строгий принцип максимума		2		5	7
3.3	Оценки решений неоднородных уравнений		2		5	7
3.4	Априорные оценки решений задачи Коши. Теорема единственности для задачи Коши. Стабилизация решений		2		5	7
3.5	Оценки производных решений уравнения теплопроводности		2		5	7
3.6	Теорема Лиувилля		2		5	7

3.7	Компактность семейства решений		2		5	7
3.8	Гладкость объемных потенциалов. Обобщенное решение для уравнения теплопроводности		2		7	9
	Итого:	16	16		76	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Преподавание дисциплины заключается в чтении лекций и проведении практических занятий. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Начально-краевые задачи для параболических уравнений» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения обучающимся рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.
2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После лабораторного занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникают вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутствующий час преподавателю.
3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметьте план решения, попробуйте на его основе решить практические задачи.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
01	Олейник О. А. Лекции об уравнениях с частными производными / О. А. Олейник. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 260 с.
02	Владимиров В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – М. : Наука, 2008. – 400 с.
03	Глушко В. П. Курс уравнений математической физики с использованием пакета Mathematica. Теория и технология решения задач + CD / В. П. Глушко, А. В. Глушко. – СПб. : Лань, 2010. – 320 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
04	Масленникова В. Н. Дифференциальные уравнения в частных производных : учебник / В. Н. Масленникова. – М. : Изд-во РУДН, 1997. – 447 с.
05	Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В. П. Михайлов. – М. : Наука, 1983. – 424 с.
06	Шубин М. А. Лекции об уравнениях математической физики / М. А. Шубин. – М. : МЦНМО, 2001. – 303 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Источник
07	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
08	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ
09	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

#### 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
01	Олейник О. А. Лекции об уравнениях с частными производными / О. А. Олейник. – М. : БИНОМ.

	Лаборатория знаний, 2007. – 260 с.
02	Владимиров В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – М. : Наука, 2008. – 400 с.
03	Глушко В. П. Курс уравнений математической физики с использованием пакета Mathematica. Теория и технология решения задач + CD / В. П. Глушко, А. В. Глушко. – СПб. : Лань, 2010. – 320 с.

### 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Урок-лекция с применением современных технологий (урок-презентация).

Урок зачет с использованием компьютерных тестов.

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

1. Типовое оборудование учебной аудитории
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ

(<http://www.lib.vsu.ru>)

### 19. Фонд оценочных средств

#### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1 – способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	сформировать и развить находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	1.1 Формулы Грина. Фундаментальное решение 1.2 Постановка краевых задач и задачи Коши. Принцип максимума в ограниченной области 1.3 Априорные оценки решений краевых задач. Теоремы единственности. 1.4 Аналитичность решений по пространственной переменной 1.5 Теоремы об устранимой особенности 1.6 Построение решения задачи Коши при помощи преобразования Фурье 1.7 Гипоэллиптичность оператора теплопроводности 3.1 Представление решений с помощью потенциалов. Бесконечная дифференцируемость решений 3.2 Принцип максимума в неограниченной области. Строгий принцип	Текущая аттестация – контрольная работ. Контрольно-измерительный материал к контрольной работе. Промежуточная аттестация – зачет. Контрольно-измерительные материалы к зачету.

		<p>максимума</p> <p>3.3 Оценки решений неоднородных уравнений</p> <p>3.4 Априорные оценки решений задачи Коши. Теорема единственности для задачи Коши. Стабилизация решений</p> <p>3.5 Оценки производных решений уравнения теплопроводности</p> <p>3.6 Теорема Лиувилля</p> <p>3.7 Компактность семейства решений</p> <p>3.8 Гладкость объемных потенциалов.</p> <p>Обобщенное решение для уравнения теплопроводности</p>	
<p>ОПК-2 – способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках</p>	<p>сформировать и развить способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках</p>	<p>1.1 Формулы Грина. Фундаментальное решение</p> <p>1.2 Постановка краевых задач и задачи Коши. Принцип максимума в ограниченной области</p> <p>1.3 Априорные оценки решений краевых задач. Теоремы единственности.</p> <p>1.4 Аналитичность решений по пространственной переменной</p> <p>1.5 Теоремы об устранимой особенности</p> <p>1.6 Построение решения задачи Коши при помощи преобразования Фурье</p> <p>1.7 Гипоэллиптичность оператора теплопроводности</p> <p>3.1 Представление решений с помощью потенциалов. Бесконечная дифференцируемость решений</p> <p>3.2 Принцип максимума в неограниченной области. Строгий принцип максимума</p> <p>3.3 Оценки решений неоднородных уравнений</p> <p>3.4 Априорные оценки решений задачи Коши. Теорема единственности для задачи Коши. Стабилизация решений</p> <p>3.5 Оценки производных решений уравнения теплопроводности</p> <p>3.6 Теорема Лиувилля</p> <p>3.7 Компактность семейства решений</p>	<p>Текущая аттестация – контрольная работ.</p> <p>Контрольно-измерительный материал к контрольной работе.</p> <p>Промежуточная аттестация – зачет.</p> <p>Контрольно-измерительные материалы к зачету.</p>

		3.8 Гладкость объемных потенциалов. Обобщенное решение для уравнения теплопроводности	
ПК-1 способность к интенсивной научно-исследовательской работе	сформировать и развить способность к интенсивной научно-исследовательской работе	1.1 Формулы Грина. Фундаментальное решение 1.2 Постановка краевых задач и задачи Коши. Принцип максимума в ограниченной области 1.3 Априорные оценки решений краевых задач. Теоремы единственности. 1.4 Аналитичность решений по пространственной переменной 1.5 Теоремы об устранимой особенности 1.6 Построение решения задачи Коши при помощи преобразования Фурье 1.7 Гипоэллиптичность оператора теплопроводности 3.1 Представление решений с помощью потенциалов. Бесконечная дифференцируемость решений 3.2 Принцип максимума в неограниченной области. Строгий принцип максимума 3.3 Оценки решений неоднородных уравнений 3.4 Априорные оценки решений задачи Коши. Теорема единственности для задачи Коши. Стабилизация решений 3.5 Оценки производных решений уравнения теплопроводности 3.6 Теорема Лиувилля 3.7 Компактность семейства решений 3.8 Гладкость объемных потенциалов. Обобщенное решение для уравнения теплопроводности	Текущая аттестация – контрольная работ. Контрольно-измерительный материал к контрольной работе. Промежуточная аттестация – зачет. Контрольно-измерительные материалы к зачету.
ПК-2 – способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению	сформировать и развить способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению учебным коллективом	1.1 Формулы Грина. Фундаментальное решение 1.2 Постановка краевых задач и задачи Коши. Принцип максимума в ограниченной области 1.3 Априорные оценки	Текущая аттестация – контрольная работ. Контрольно-измерительный материал к контрольной работе. Промежуточная

учебным коллективом		решений краевых задач. Теоремы единственности. 1.4 Аналитичность решений по пространственной переменной 1.5 Теоремы об устранимой особенности 1.6 Построение решения задачи Коши при помощи преобразования Фурье 1.7 Гипоэллиптичность оператора теплопроводности 3.1 Представление решений с помощью потенциалов. Бесконечная дифференцируемость решений 3.2 Принцип максимума в неограниченной области. Строгий принцип максимума 3.3 Оценки решений неоднородных уравнений 3.4 Априорные оценки решений задачи Коши. Теорема единственности для задачи Коши. Стабилизация решений 3.5 Оценки производных решений уравнения теплопроводности 3.6 Теорема Лиувилля 3.7 Компактность семейства решений 3.8 Гладкость объемных потенциалов. Обобщенное решение для уравнения теплопроводности	аттестация – зачет. Контрольно-измерительные материалы к зачету.
<b>Промежуточная аттестация 2 семестр – зачет</b>			

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Высокий	Обучающийся способен понимать и интерпретировать освоенную информацию, что является основой успешного формирования умений и навыков для принятия решения практико-ориентированных задач; способен	«Зачтено» заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных

	<p>анализировать, проводить сравнение и обоснование методов решения заданий в практико-ориентированных ситуациях; способен использовать сведения из различных источников для успешного исследования и поиска решения в нестандартных практико-ориентированных ситуациях.</p>	<p>программой, усвоивший основную литературу, рекомендованную к программе, а также знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программой материал: правильно и аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания; владеет приемами рассуждения и сопоставления материала из разных источников; без ошибок выполняет практические задания. Обязательным условием выставления оценки является правильное решение предложенных примеров. Дополнительным условием получения оценки могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельных и контрольных работ, систематическая и активная работа на лекционных и лабораторных занятиях.</p>
Низкий	<p>Обучающийся не способен: понимать и интерпретировать освоенную информацию, анализировать, проводить сравнение и обоснование методов решения заданий в практико-ориентированных ситуациях,</p>	<p>«Не зачтено» заслуживает студент который не может продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине. Как</p>

	использовать сведения различных источников успешного исследования поиска решения.	из для и	правило, оценка « не зачтено» выставляется студенту, который не справился с предложенными заданиями и в ответах на дополнительные вопросы допустил существенные ошибки.
--	---	----------	---

### **19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **19.3.1 Перечень вопросов к экзамену (зачету): (нужное выбрать) Перечень вопросов к зачету.**

1. Оператор теплопроводности.
  2. Формулы Грина.
  3. Фундаментальное решение и его интерпретация.
  4. Постановки задач для уравнения теплопроводности.
  5. Принципы максимума для уравнения теплопроводности.
  6. Оценка и единственность решений краевых задач для уравнения теплопроводности.
  7. Аналитичность решений по пространственной переменной и оценка аналитического продолжения.
  8. Теоремы об устранимых особенностях.
  9. Стабилизация решений уравнения теплопроводности.
  10. Оценка производных решения уравнения теплопроводности.
  11. Теорема Лиувилля.
  12. Теорема о сходимости последовательности решений для уравнения теплопроводности. Теорема о компактности.
  13. Теорема о гладкости объемных потенциалов.
- Постановка обобщенной задачи для уравнения теплопроводности.
14. Дифференциальные свойства решения обобщенной задачи.
  15. Построение решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

#### **19.3.2 Перечень практических заданий**

#### **19.3.3 Тестовые задания**

#### **19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ**

#### **19.3.5. Темы курсовых работ**

#### **19.3.6 Темы рефератов**

### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины «Начально-краевые задачи для параболических уравнений» в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины и степень сформированности компетенций оценками «зачет» и «не зачет».

Задания текущего контроля и проведение промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности; степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и практически значимую информацию; приобретение умений профессионально значимых для профессиональной деятельности.