

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко  
03.07.2018

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1. В. 05 Уравнения математической физики**

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование,  
математические методы в экономике и финансах

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в  
частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Глушко Андрей Владимирович, доктор физико-  
математических наук, профессор  
Рябенко Александр Сергеевич, кандидат физико-математических наук,  
доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического  
факультета. Протокол № 0500-07 от 03.07.18

8. Учебный год: 2018/2019

Семестры 5, 6

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Целью курса является изучение основ классификации уравнений с частными производными, приведение уравнений с частными производными к каноническому виду, изучение основ теории обобщенных функций для современного анализа решаемых задач. Для каждого из типов уравнений с частными производными ставятся и изучаются основные классические задачи и описываются способы их решений. Практическая часть курса предполагает освоение всего комплекса методов решения задач для уравнений с частными производными и изучение сопутствующих математических методов.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Курс входит в цикл профессиональных дисциплин в профильной (вариативной) части обучения.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, теоретическая механика.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, теорией функций комплексной переменной, элементами линейной алгебры, обладать полными знаниями курса обыкновенных дифференциальных уравнений, знаниями теории интегралов Лебега, теории банаховых и гильбертовых пространств.

Знание методов изучения решений начальных и начально-краевых задач для уравнений с частными производными является базовым при изучении математических моделей различных физических, химических, биологических, социальных процессов. Кроме того, уравнения с частными производными и задачи для них являются отдельным современным динамически развивающимся разделом математической науки.

Дисциплина является предшествующей для курсов методов вычислений, механики сплошной среды, математического моделирования, концепций современного естествознания, всех специальных курсов, изучающих задачи математической физики.

### 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОК-7	способность к самоорганизации и самообразованию	<p>Знать: 1. Структуру самосознания, его роль в жизнедеятельности личности.</p> <p>2. Методы и приемы самоорганизации и дисциплины в получении и систематизации знаний.</p> <p>3. Методику самообразования.</p> <p>Уметь: 1. Развивать свой общекультурный и профессиональный уровень самостоятельно.</p> <p>2. Самостоятельно приобретать и использовать новые знания и умения.</p> <p>3. самостоятельно оценить роль новых знаний и навыков в образовательной, профессиональной деятельности.</p> <p>4. Планировать и осуществлять свою деятельность с учетом результатов анализа, оценивать и прогнозировать последствия своей социальной и профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть: 1. Навыками познавательной и учебной деятельности, навыками разрешения проблем.</p> <p>2. Навыками поиска методов решения практических задач</p> <p>3. Формами и методами самообучения и самоконтроля.</p> <p>4. Самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p>5. Работать с литературой и другими профессиональными источниками.</p>
ОПК-1	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов,	<p>Знать: как использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.</p> <p>Уметь: применять фундаментальные знания в области</p>

	численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности. Владеть: методами в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики.
ОПК-2	способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий с учетом основных требований информационной безопасности	Знать: как решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий с учетом основных требований информационной безопасности. Уметь: решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий с учетом основных требований информационной безопасности Владеть: навыками решения стандартных задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий с учетом основных требований информационной безопасности.
ОПК-3	способность к самостоятельной научно-исследовательской работе	Знать: как проводить самостоятельную научно-исследовательскую работу. Уметь: проводить самостоятельную научно-исследовательскую работу. Владеть: методами позволяющими осуществлять самостоятельную научно-исследовательскую работу.
ПК-1	способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Знать: как определять общие формы и закономерности отдельной предметной области. Уметь: определять общие формы и закономерности отдельной предметной области Владеть: методами позволяющими определять общие формы и закономерности отдельной предметной области..

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 7 / 252.**

**Форма промежуточной аттестации 5 семестр – зачет, 6 семестр – экзамен**

### 13. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		№ 5	№ 6
Аудиторные занятия	136	68	68

В том числе:	лекции	68	34	34
	практические			
	лабораторные	68	34	34
	Самостоятельная работа	116	40	76
	Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – ____ час.)		зачет	экзамен
	Итого:	252	108	144

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Постановка основных задач и классификация уравнений с частными производными	Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Вывод основных уравнений математической физики, постановка граничных условий. Корректная постановка задач математической физики. Системы типа Ковалевской. Теорема Ковалевской.
1.2	Введение в теорию обобщенных функций	Пространство основных функций $D$ . Пространство обобщенных функций $D'$ . Непрерывные операции в $D$ и $D'$ . Пространство основных функций $S$ . Пространство обобщенных функций медленного роста $S'$ .
1.3	Преобразование Фурье	Преобразование Фурье в $S$ и $S'$ . Его свойства.
1.4	Фундаментальное решение	Фундаментальное решение. Фундаментальные решения для конкретных операторов в частных производных
1.5	Построение обобщенных решений с помощью свертки	Прямое произведение обобщенных функций и его свойства. Свертка обобщенных функций и ее свойства. Решение уравнений в частных производных с правой частью в обобщенных функциях.
1.6	Уравнения гиперболического типа	Задача Коши для волнового оператора. Запоздывающие потенциалы. Начально-краевые задачи для гиперболических уравнений. Интеграл энергии. Единственность решения. Непрерывная зависимость решений от начальных данных.
1.7	Уравнения параболического типа	Задача Коши для оператора теплопроводности. Тепловые потенциалы. Первая начально-краевая задача для уравнения теплопроводности. Теорема о максимуме и минимуме. Следствие о единственности решения.
1.8	Уравнения эллиптического типа	Гармонические функции. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума и минимума, теорема о среднем. Преобразования инверсии и Кельвина. Теоремы единственности решения краевых задач для уравнения Пуассона Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Свойства функции Грина. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре. Некоторые сведения о решениях краевых задач для уравнения Пуассона. Представления решений краевых задач для уравнения Пуассона через функции Грина соответствующих задач для уравнения Лапласа. Ньютоновы потенциалы.

		Теорема Рисса. Пространства $W^s(\Omega)$ и $W_0^s(\Omega)$ . Обобщенные решения краевых задач для уравнения Пуассона в ограниченных областях.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1		
<b>3. Лабораторные занятия</b>		
3.1	Постановка основных задач и классификация уравнений с частными производными	Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Корректная постановка задач математической физики.
3.2	Введение в теорию обобщенных функций	Пространство основных функций $D$ . Пространство обобщенных функций $D'$ . Непрерывные операции в $D$ и $D'$ . Пространство основных функций $S$ . Пространство обобщенных функций медленного роста $S'$ . Контрольная работа
3.3	Преобразование Фурье	Преобразование Фурье в $S$ и $S'$ . Его свойства.
3.4	Фундаментальное решение	Фундаментальное решение. Фундаментальные решения для конкретных операторов в частных производных.
3.5	Построение обобщенных решений с помощью свертки	Прямое произведение обобщенных функций и его свойства. Свертка обобщенных функций и ее свойства. Решение уравнений в частных производных с правой частью в обобщенных функциях. Контрольная работа
3.6	Уравнения гиперболического типа	Задача Коши для волнового оператора. Западающие потенциалы. Начально-краевые задачи для гиперболических уравнений. Интеграл энергии. Единственность решения. Непрерывная зависимость решений от начальных данных.
3.7	Уравнения параболического типа	Задача Коши для оператора теплопроводности. Тепловые потенциалы. Первая начально-краевая задача для уравнения теплопроводности. Теорема о максимуме и минимуме. Следствие о единственности решения.
3.8	Уравнения эллиптического типа	Гармонические функции. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума и минимума, теорема о среднем. Преобразования инверсии и Кельвина. Теоремы единственности решения краевых задач для уравнения Пуассона Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Свойства функции Грина. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре. Некоторые сведения о решениях краевых задач для уравнения Пуассона. Представления решений краевых задач для уравнения Пуассона через функции Грина соответствующих задач для уравнения Лапласа. Ньютоновы потенциалы. Теорема Рисса. Пространства $W^s(\Omega)$ и $W_0^s(\Omega)$ . Обобщенные решения краевых задач для уравнения Пуассона в ограниченных областях. Контрольная работа

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего

01	Постановка основных задач и классификация уравнений с частными производными	10		6	8	24
02	Введение в теорию обобщенных функций	6		8	4	18
03	Преобразование Фурье	4		4	2	10
04	Фундаментальное решение	4		4	2	10
05	Построение обобщенных решений с помощью свертки	10		12	6	28
06	Уравнения гиперболического типа	8		8	28	44
07	Уравнения параболического типа	6		6	13	25
08	Уравнения эллиптического типа	20		20	53	93
	Итого:	68		68	116	252

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Преподавание дисциплины заключается в чтении лекций и проведении лабораторных занятий. На лекциях рассказывается теоретический материал, на лабораторных занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Уравнения математической физики» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения обучающимся рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.
2. Перед лабораторным занятием обязательно повторить лекционный материал. После лабораторного занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникают вопросы, обязательно задать на следующем лабораторном занятии или в присутствующий час преподавателю.
3. При подготовке к лабораторным занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить лабораторные задачи.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
-------	----------

01	Глушко А.В. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А.В. Глушко, А.Д. Баев, А.С. Рябенко; Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. – 520 с.
----	---

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
02	Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров. – М : Физматлит, 2003. – 398 с.
03	Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров, В.П. Михайлов. – М : Физматлит, 2003. – 286 с.
04	Глушко В.П. Курс уравнений математической физики с использованием пакета Mathematica. Теория и технология решения задач : учеб. пособие / В.П. Глушко, А.В. Глушко. – СПб : Лань, 2010. – 320 с. илл. (+CD).

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Источник
05	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
06	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ
07	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
01	Глушко А.В. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А.В. Глушко, А.Д. Баев, А.С. Рябенко; Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. – 520 с.
02	Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров. – М : Физматлит, 2003. – 398 с.
03	Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров, В.П. Михайлов. – М : Физматлит, 2003. – 286 с.

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Урок-лекция с применением современных технологий (урок-презентация).

Урок зачет с использованием компьютерных тестов.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

1. Типовое оборудование учебной аудитории
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ

(<http://www.lib.vsu.ru>)

## 19. Фонд оценочных средств

**19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС (средства оценивания)
ОК-7 – способность к самоорганизации и самообразованию	развить способность к самоорганизации и самообразованию	01 Постановка основных задач и классификация уравнений с частными производными 02 Введение в теорию обобщенных функций 03 Преобразование Фурье 04 Фундаментальное решение 05 Построение обобщенных решений с помощью свертки 06 Уравнения гиперболического типа 07 Уравнения параболического типа 08 Уравнения эллиптического типа	Текущая аттестация – контрольные работы. Контрольно-измерительный материал к контрольным работам. Промежуточная аттестация – зачет. Контрольно-измерительные материалы к зачету. Промежуточная аттестация – экзамен. Контрольно-измерительные материалы к экзамену.
ОПК-1 – готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	сформировать и развить способность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	01 Постановка основных задач и классификация уравнений с частными производными 02 Введение в теорию обобщенных функций 03 Преобразование Фурье 04 Фундаментальное решение 05 Построение обобщенных решений с помощью свертки 06 Уравнения гиперболического типа 07 Уравнения параболического типа 08 Уравнения эллиптического типа	Текущая аттестация – контрольные работы. Контрольно-измерительный материал к контрольным работам. Промежуточная аттестация – зачет. Контрольно-измерительные материалы к зачету. Промежуточная аттестация – экзамен. Контрольно-измерительные материалы к экзамену.



<p>ОПК-2 – способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p>сформировать и развить способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p>01 Постановка основных задач и классификация уравнений с частными производными  02 Введение в теорию обобщенных функций  03 Преобразование Фурье  04 Фундаментальное решение  05 Построение обобщенных решений с помощью свертки  06 Уравнения гиперболического типа  07 Уравнения параболического типа  08 Уравнения эллиптического типа</p>	<p>Текущая аттестация – контрольные работы.  Контрольно-измерительный материал к контрольным работам.  Промежуточная аттестация – зачет.  Контрольно-измерительные материалы к зачету.  Промежуточная аттестация – экзамен.  Контрольно-измерительные материалы к экзамену.</p>
<p>ОПК-3 – способность к самостоятельной научно-исследовательской работе</p>	<p>сформировать и развить способность к самостоятельной научно-исследовательской работе</p>	<p>01 Постановка основных задач и классификация уравнений с частными производными  02 Введение в теорию обобщенных функций  03 Преобразование Фурье  04 Фундаментальное решение  05 Построение обобщенных решений с помощью свертки  06 Уравнения гиперболического типа  07 Уравнения параболического типа  08 Уравнения эллиптического типа</p>	<p>Текущая аттестация – контрольные работы.  Контрольно-измерительный материал к контрольным работам.  Промежуточная аттестация – зачет.  Контрольно-измерительные материалы к зачету.  Промежуточная аттестация – экзамен.  Контрольно-измерительные материалы к экзамену.</p>
<p>ПК-1</p>	<p>способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области</p>	<p>01 Постановка основных задач и классификация уравнений с частными производными  02 Введение в теорию обобщенных функций  03 Преобразование Фурье  04 Фундаментальное решение  05 Построение обобщенных решений с помощью свертки  06 Уравнения гиперболического типа  07 Уравнения параболического типа  08 Уравнения эллиптического типа</p>	<p>Текущая аттестация – контрольные работы.  Контрольно-измерительный материал к контрольным работам.  Промежуточная аттестация – зачет.  Контрольно-измерительные материалы к зачету.  Промежуточная аттестация – экзамен.  Контрольно-измерительные материалы к экзамену.</p>
<p><b>Промежуточная аттестация 5 семестр – зачет, 6 семестр – экзамен</b></p>			

**19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации**

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Пороговый	Обучающийся способен понимать и интерпретировать освоенную информацию, что является основой успешного формирования умений и навыков для принятия решения практико-ориентированных задач.	«Удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим в ответе погрешности, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.
Достаточный	Обучающийся способен анализировать, проводить сравнение и обоснование методов решения заданий в практико-ориентированных ситуациях.	«Хорошо» заслуживает студент обнаруживший знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивших основную литературу, рекомендованную к программе. Как правило, оценка «хорошо» выставляется студентам, показавшим систематических характер знаний по дисциплине и способных к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.
Повышенный	Обучающийся способен использовать сведения из различных источников для успешного исследования и поиска решения в нестандартных практико-ориентированных ситуациях.	«Отлично» заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий

		дисциплины в из значении для приобретенной профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала
--	--	--

«Неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему проблемы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившего принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Оценка «зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программой материал: правильно и аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания; владеет приемами рассуждения и сопоставления материала из разных источников; без ошибок выполняет практические задания.

Обязательным условием выставления оценки является правильное решение предложенных примеров. Дополнительным условием получения оценки могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельных и контрольных работ, систематическая и активная работа на лекционных и лабораторных занятиях.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, который не справился с предложенными заданиями и в ответах на дополнительные вопросы допустил существенные ошибки.

### 19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Перечень вопросов к экзамену (зачету):

##### Перечень вопросов к зачету.

1. Записать общий вид дифференциальных уравнений второго порядка от  $n$  независимых переменных.
2. Назвать три типа дифференциальных уравнений в частных производных.
3. Как определяется тип дифференциального уравнения по дискриминанту.
4. Записать канонический вид эллиптических уравнений.
5. Записать канонический вид гиперболических уравнений.
6. Записать канонический вид параболических уравнений.
7. Дать определение пространства  $D(\mathbb{R}^n)$ .
8. Дать определение сходимости в пространстве  $D(\mathbb{R}^n)$ .
9. Дать определение пространства  $D'(\mathbb{R}^n)$ .
10. Дать определение сходимости в пространстве  $D'(\mathbb{R}^n)$ .
11. Написать вид функции Хевисайда.
12. Записать как действует регулярная обобщенная функция.
13. Записать как действует  $\delta$  – функция Дирака.
14. Утверждение о полноте пространства  $D'(\mathbb{R}^n)$ .
15. Определение обобщенной производной.
16. Определить тип дифференциального уравнения

$$2\sqrt{3}\frac{\partial^2 u(x, y, z)}{\partial x \partial y} + 2\frac{\partial^2 u(x, y, z)}{\partial x \partial z} + 2\sqrt{3}\frac{\partial^2 u(x, y, z)}{\partial y \partial z} + u(x, y, z) = 0.$$

17. Привести к каноническому виду дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} - 3\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} + \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = 0.$$

18. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} - 2\sin x \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} - \cos^2 x \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} - \cos x \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = 0.$$

19. Вычислить при помощи определения обобщенную производную от  $e^{|x|}$ .
20. Используя формулу, связывающую обычную и обобщенную производные, вычислить обобщенную производную от  $\operatorname{sgn}(x^2 - 1)$ .
21. Используя формулу Лейбница вычислить обобщенную производную от функции

$$y(x) = \begin{cases} \sin x, & x < -1; \\ 1, & -1 \leq x \leq 1; \\ \cos x, & x > 1. \end{cases}$$

### Перечень вопросов к экзамену

1. Дать определение дифференциального уравнения.
2. Дать определение линейного дифференциального уравнения.
3. Дать определение порядка дифференциального уравнения.
4. Записать общий вид линейного дифференциальных уравнений второго порядка от  $n$  независимых переменных.
- 5.\* Классификация дифференциальных уравнений второго порядка. Примеры.
6. Определение канонического вида линейных дифференциальных уравнений в частных производных.
- 7.\* Преобразование дифференциального уравнения второго порядка от  $n$  независимых переменных при произвольной не особой замене.
8. Для случая двух переменных записать канонический вид гиперболических уравнений.
9. Для случая двух переменных записать канонический вид параболических уравнений.
10. Для случая двух переменных записать канонический вид эллиптических уравнений.
- 11.\* Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического типа.
- 12.\* Приведение к каноническому виду уравнений эллиптического типа.
- 13.\* Приведение к каноническому виду уравнений параболического типа.
14. Уравнения распространения тепла в изотропном неоднородном теле.
15. Уравнения стационарного распределения тепла в изотропном неоднородном теле.
16. Уравнения колебательных процессов.
17. Задача Коши. Теорема Ковалевской.
18. О корректной постановке задач математической физики.
19. Дать определение пространства  $D(\mathbb{R}^n)$ . Дать определение сходимости в пространстве  $D(\mathbb{R}^n)$ .
- 20.\* Доказать, что функция «шапочка» принадлежит пространству  $D(\mathbb{R}^n)$ .
21. Дать определение непрерывной операции в  $D(\mathbb{R}^n)$ .
- 22.\* Доказать, что операция умножение на бесконечно дифференцируемую функцию не выводит из пространства  $D(\mathbb{R}^n)$  и непрерывна в  $D(\mathbb{R}^n)$ .
- 23.\* Доказать, что линейная неособая замена не выводит из пространства  $D(\mathbb{R}^n)$  и является непрерывной операцией в  $D(\mathbb{R}^n)$ .
- 24.\* Доказать, что операция дифференцирования не выводит из пространства  $D(\mathbb{R}^n)$  и непрерывна в  $D(\mathbb{R}^n)$ .
25. Дать определение пространства  $D'(\mathbb{R}^n)$ . Действия над обобщенными функциями. Сходимость в пространстве  $D'(\mathbb{R}^n)$ .
26. Дать определение регулярной обобщенной функции.
- 27.\* Доказать, что локальноинтегрируемая функция порождает регулярную обобщенную функцию.
28. Лемма о диагональном представлении.
- 29.\* Теорема о полноте пространства  $D'(\mathbb{R}^n)$ .
30. Носитель и нулевое множество обобщенных функций. Дать определение  $\delta$  – функции Дирака.
- 31.\* Доказать, что  $\delta$  – функции Дирак принадлежит пространству  $D'(\mathbb{R}^n)$ . Носитель  $\delta$  – функции Дирака.
32. Сингулярные обобщенные функции. Лемма дю Буа-Реймона.
- 33.\*  $\delta$  – функции Дирака, как предел последовательности основных функций.
- 34.\* Сингулярность  $\delta$  – функции Дирака.
- 35.\* Формулы Сохоцкого.

36. Дать определение производной от обобщенной функции.
- 37.\* Доказать, что обобщенная производная принадлежит пространству  $D'(\mathbb{R}^n)$ .
38. Дать определение непрерывной операции в пространстве  $D'(\mathbb{R}^n)$ .
- 39.\* Доказать, что дифференцирование является непрерывной операцией в пространстве  $D'(\mathbb{R}^n)$ .
40. Линейная неособая замена в  $D'(\mathbb{R}^n)$ .
- 41.\* Примеры на замену переменных в  $D'(\mathbb{R}^n)$  обобщенных функций.
42. Дать определение умножения обобщенной функции на бесконечно дифференцируемую функцию.
- 43.\* Доказать, что произведение обобщенной функции на бесконечно дифференцируемую функцию принадлежит пространству  $D'(\mathbb{R}^n)$ .
- 44.\* Доказать, что умножение на бесконечно дифференцируемую функцию является непрерывной операцией в  $D'(\mathbb{R}^n)$ .
- 45.\* Пример на умножения обобщенной функции на бесконечно дифференцируемую функцию.
- 46.\* Дать определение обобщенной производной по Соболеву. Пример функции, не имеющей обобщенной производной по Соболеву.
- 47.\* Связь между обобщенной и классической производной.
- 48.\* Свойства обобщенных производных.
- 49.\* Доказать формулу Лейбница для обобщенных функций.
50. Определение прямого произведения обобщенных функций.
51. Техническая лемма.
- 52.\* Доказать, что прямое произведение функций из пространств  $D'(\mathbb{R}^n)$  и  $D'(\mathbb{R}^m)$  принадлежит пространству  $D'(\mathbb{R}^{n+m})$ .
53. Лемма о плотности.
- 54.\* Доказать коммутативность прямого произведения обобщенных функций.
- 55.\* Доказать линейность и непрерывность прямого произведения обобщенных функций по каждому сомножителю.
56. Ассоциативность прямого произведения.
- 57.\* Дифференцируемость прямого произведения обобщенных функций.
- 58.\* Умножение прямого произведения обобщенных функций на бесконечно дифференцируемую функцию.
- 59.\* Умножение обобщенной функции на  $1(y)$ .
60. Свертка обобщенных функций (определение).
- 61.\* Свертка с  $\delta$  – функцией Дирака.
- 62.\* Линейность свертки обобщенных функций.
63. Коммутативность свертки обобщенных функций.
- 64.\* Дифференцируемость свертки обобщенных функций.
- 65.\* Теорема о свертке с финитным функционалом.
66. Пространство  $S(\mathbb{R}^n)$  (определение и сходимости).
- 67.\* Дифференцирование в  $S(\mathbb{R}^n)$ .
68. Линейная неособая замена в  $S(\mathbb{R}^n)$ .
- 69.\* Умножение функции из  $S(\mathbb{R}^n)$  на функцию класса  $\Theta_m$ .
70. Определение пространства  $S'(\mathbb{R}^n)$ .
- 71.\* Дифференцирование в  $S'(\mathbb{R}^n)$ .
72. Линейная неособая замена переменных в  $S'(\mathbb{R}^n)$ .
- 73.\* Умножение функций из  $S'(\mathbb{R}^n)$  на функцию класса  $\Theta_m$ .
- 74.\* Теорема Лорана-Шварца.
75. Определение функции медленного роста.
- 76.\* Лемма о функции из  $S'(\mathbb{R}^n)$  порожденной функцией медленного роста.

77. Фinitный функционал в  $D'(\mathbb{R}^n)$ .
78. Преобразование Фурье в  $S(\mathbb{R}^n)$  (определение).
- 79\*. Теорема о преобразовании Фурье в пространство  $S(\mathbb{R}^n)$ .
- 80\*. Теорема о непрерывности преобразования Фурье в пространстве  $S(\mathbb{R}^n)$ .
81. Обратное преобразование Фурье в пространстве  $S(\mathbb{R}^n)$ .
82. Определение преобразование Фурье в  $S(\mathbb{R}^n)$ .
- 83\*. Доказать, что преобразование Фурье функции из  $S'(\mathbb{R}^n)$  принадлежит пространству  $S'(\mathbb{R}^n)$ . Доказать, что преобразование Фурье является непрерывной операцией в  $S'(\mathbb{R}^n)$ .
84. Обратное преобразование Фурье в  $S'(\mathbb{R}^n)$ .
- 85\*. Дифференцирование преобразования Фурье в  $S'(\mathbb{R}^n)$ .
- 86\*. Преобразование Фурье производной в  $S'(\mathbb{R}^n)$ .
87. Теорема о преобразовании Фурье фinitного функционала.
- 88\*. Теорема о преобразовании Фурье сверки.
89. Определение обобщенного решения линейного дифференциального уравнения в частных производных.
90. Определение фундаментального решения дифференциального оператора.
- 91\*. Лемма о фундаментальном решении дифференциального оператора.
92. Схема построения решений дифференциальных уравнений при помощи преобразования Фурье.
93. Теорема Хермандера.
- 94\*. Основная теорема УЧП.
- 95\*. Фундаментальное решение линейного дифференциального оператора с обыкновенными производными.
- 96\*. Фундаментальное решение оператора теплопроводности.
- 97\*. Фундаментальное решение волнового оператора в трехмерном пространстве.
- 98\*. Фундаментальное решение оператора Лапласа в трехмерном пространстве.
99. Классическая задача Коши для волнового уравнения.
- 100\*. Сведение классической задачи Коши для волнового уравнения к обобщенной задаче.
101. Носитель фундаментального решения волнового оператора.
102. Дополнительная теорема о свертке.
103. Решение обобщенной задачи Коши для волнового уравнения.
- 104\*. Объемный волновой потенциал (лемма).
- 105\*. Теорема об объемном волновом потенциале.
- 106\*. Поверхностный волновой потенциал простого слоя (лемма).
- 107\*. Теорема о поверхностном волновом потенциале простого слоя.
108. Поверхностный волновой потенциал двойного слоя (вычисление).
109. Теорема о поверхностном волновом потенциале двойного слоя.
- 110\*. Формула Кирхгофа.
- 111\*. Единственность решения начально-краевой задачи для гиперболического уравнения.
- 1124\*. Непрерывная зависимость решения начально-краевой задачи для гиперболического уравнения от начальных данных.
113. Постановка классической задачи Коши для уравнения теплопроводности.
- 114\*. Сведение классической задачи Коши для уравнения теплопроводности к обобщенной задаче Коши.
115. Решение обобщенной задачи Коши для уравнения теплопроводности.
- 116\*. Объемный тепловой потенциал (лемма).
- 117\*. Объемный тепловой потенциал (теорема).
118. Поверхностный тепловой потенциал.
- 119\*. Построение классического решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
120. Теоремы об экстремумах.
- 121\*. Принцип максимума (минимума) для уравнения теплопроводности.
- 122\*. Единственность решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.

- 123\*. Непрерывная зависимость решения начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности от начальных и граничных данных.
124. Определение гармонической функции.
125. Лемма о гармоничности.
- 126\*. Формулы Грина.
127. Лемма об интегральном представлении дважды непрерывно дифференцируемой функции.
- 128\*. Основные свойства гармонических функций.
- 129\*. Теорема о среднем.
130. Теорема о максимуме и минимуме для гармонических функций. Следствие.
- 131\*. Задача Дирихле для уравнения Лапласа.
132. Задача Дирихле для уравнения Пуассона.
- 133\*. Задача Неймана для уравнения Лапласа.
- 134\*. Задача Неймана для уравнения Пуассона.
135. Преобразование Кельвина.
136. Лемма о связи гармоничности и преобразовании Кельвина.
137. Теорема о поведении гармонической функции на бесконечности.
138. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
- 139\*. Представление гармонической функции через функцию Грина. Теорема о выражении решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа через функцию Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
- 140\*. Некоторые свойства функции Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
- Звездочкой отмечены вопросы с доказательством.**

### **19.3.2 Перечень практических заданий**

### **19.3.3 Тестовые задания**

### **19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ**

### **19.3.5. Темы курсовых работ**

### **19.3.6 Темы рефератов**

## **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины «Уравнения математической физики» в форме зачета и экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На экзамене оценивается уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенций оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины и степень сформированности компетенций оценками «зачет» и «не зачет».

Задания текущего контроля и проведение промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности; степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и практически значимую информацию; приобретение умений профессионально значимых для профессиональной деятельности.