МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей

А.В. Глушко
03.07.2018

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1. Б.17 Уравнения математической физики

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

01.03.04 Прикладная математика

2. Профиль подготовки/специализация: Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Логинова Екатерина Александровна, кандидат физико-математических наук

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500-07 от 03.07.2018

8. Учебный год: 2020/2021 **Семестр(ы):** 5

9.Цели и задачи учебной дисциплины: Целью курса является изучение основных уравнений математической физики, приведение уравнений с частными производными к каноническому виду, изучение основ метода разделения переменных для решения задач математической. Для каждого из типов уравнений с частными производными ставятся и изучаются основные классические задачи и описываются способы их решений. Практическая часть курса предполагает освоение всего комплекса методов решения задач для уравнений с частными производными и изучение сопутствующих математических методов.

Задачей курса является формирование у студентов:

способности применения основных методов исследования решений начальных и начально-краевых задач для математической физики;

способности применения методов математического моделирования при изучении реальных процессов и объектов с целью нахождения эффективных решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля;

способности применения фундаментальных математических знаний и творческих навыков для быстрой адаптации к новым задачам, возникающим в процессе развития вычислительной техники и математических методов.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Учебная дисциплина «Уравнения математической физики» входит в базовую часть математических и естественнонаучных дисциплин (Б1); она непосредственно связана с такими дисциплинами как «Дифференциальные уравнения», «Математический анализ», «Алгебра», «Теоретическая механика», «Физика». Данная дисциплина показывает взаимообусловленность естественно-научных знаний в современном мире. Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, элементами линейной алгебры, обладать полными знаниями курса обыкновенных дифференциальных уравнений, знаниями теории интегралов Римана и Лебега.

Знание методов изучения решений начальных и начально-краевых задач для уравнений математической физики является базовым при изучении математических моделей различных физических, химических, биологических, социальных процессов. Кроме того, уравнения с частными производными и задачи для них являются отдельным современным динамически развивающимся разделом математической науки.

Дисциплина является предшествующей для курсов методов вычислений, математического моделирования, концепций современного естествознания, всех специальных курсов, изучающих задачи математической физики.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	готовность к самостоятельной работе	знать: основные понятия, законы, модели и теоремы из курса уметь: определять к какому типу относится уравнение и выбирать метод его решения владеть (иметь навык(и)): математическим аппаратом уравнений математической физики
ОПК-2	способность использовать современные математические	знать: основные математические методы, применяемые для решения задач математической физики

	методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования	уметь: классифицировать линейные дифференциальные уравнения в частных производных и приводить уравнения к канонической форме, формулировать краевые и начальные условия владеть (иметь навык(и)): основными методами научного исследования, навыками численного решения уравнений в частных производных
ПК-9	способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	знать: основные способы постановки задач математической физики, математические описания физических процессов уметь: решать задачи теоретического и прикладного характера в рамках курса владеть (иметь навык(и)): пониманием основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с Уравнениями математической физики
ПК-10	готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных	знать: основные способы постановки задач математической физики, основные модели и способы решения задач математической физики уметь: применять полученную теоретическую базу для решения конкретных краевых задач математической физики владеть (иметь навык(и)): функциональными методами решения краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений
ПК-12	способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	знать: основные понятия курса, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений уметь: грамотно работать с научной литературой с использованием новых информационных технологий владеть (иметь навык(и)): навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями; языком предметной области, навыками самостоятельной работы с учебным материалом

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 4 /144.

Форма промежуточной аттестации *экзамен*.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		5 семестр
Аудиторные занятия	68	68
в том числе: лекции	34	34
практические	34	34
лабораторные		
Самостоятельная работа	40	40
Форма промежуточной аттестации	экзамен	Экзамен - 36

Итого:	144	144

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
	1. Лекции	
1.1	Основные уравнения математической физики	Основные уравнения математической физики, постановка граничных условий. Корректная постановка задач математической физики.
1.2	Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с частными производными.	Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонический вид основных уравнений математической физики. Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического типа. Характеристики. Приведение к каноническому виду уравнений эллиптического и параболического типов
1.3	Свободные колебания бесконечной струны. Формула Даламбера.	Уравнение колебаний струны. Задача Коши для волнового оператора. Формула Даламбера. Фундаментальное решение уравнения колебаний струны. Запаздывающие потенциалы простого слоя, двойного слоя. Объемный запаздывающий потенциал. Формула представления решения задачи Коши для неоднородного уравнения с ненулевыми начальными условиями. Формула Киркгоффа.
1.4	Метод разделения переменных решения задачи о колебаниях струны конечной длины	Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны. Построение решения начально-краевой задачи. Вынужденные колебания струны конечной длины. Уравнения колебаний струны с подвижными концами
1.5	Уравнения параболического типа	Уравнение теплопроводности. Принцип максимума и минимума для однородного уравнения теплопроводности. Теорема единственности начальной задачи для уравнения теплопроводности Формула представления общего решения однородного уравнения теплопроводности. Интеграл Фурье. Сходимость к начальным условиям Неоднородная начальная задача для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона
1.6	Уравнения эллиптического типа	Гармонические функции. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума и минимума, теорема о среднем.
	2. Практические занятия	
2.1	Основные уравнения математической физики	Классификация уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Канонический вид основных уравнений математической физики.
2.2	Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с частными производными.	Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического типа. Характеристики. Приведение к каноническому виду уравнения эллиптического типа Приведение к каноническому виду уравнения параболического типа
2.3	Свободные колебания бесконечной струны. Формула Даламбера.	Решение задачи Коши для волнового оператора. Формула Даламбера. Графический анализ формулы Даламбера Контрольная работа № 1
2.4	Метод разделения переменных решения задачи о колебаниях струны конечной длины	Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны. Разделение переменных. Собственные значения и собственные функции. Построение решения начально-краевой задачи Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны. Построение частных решений и решения начально-краевой задачи.

		Вынужденные колебания струны, закрепленной на концах. Вынужденные колебания струны с подвижными концами
2.5	Уравнения параболического типа	Решение первой краевой задачи для однородного уравнения теплопроводности с неоднородными начальными условиями и однородными граничными условиями. Решение первой краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности с неоднородными начальными условиями и однородными граничными условиями Решение первой краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности с неоднородными начальными условиями и неоднородными граничными условиями.
2.6	Уравнения эллиптического типа	Представление оператора Лапласа в полярных координатах. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге на плоскости. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике. Контрольная работа № 2

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные уравнения математической физики	2	2		6	10
2	Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с частными производными.	6	4		7	17
3	Свободные колебания бесконечной струны. Формула Даламбера.	8	6		7	21
4	Метод разделения переменных решения задачи о колебаниях струны конечной длины	4	10		7	21
5	Уравнения параболического типа	8	6		7	21
6	Уравнения эллиптического типа	6	6		6	18
	Контроль – экзамен 36					36
	Итого:	34	34		40	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

1. Детальное изучение конспектов лекций.
2. Выполнение практических заданий на занятиях.
3. Выполнение домашних заданий с последующим разбором на занятиях моментов, вызывающих затруднения.
4. Выполнение контрольных работ.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины *(список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)*

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Глушко А.В. Уравнения математической физики: учеб. пособие / А.В. Глушко, А.Д. Баев, А.С. Рябенко; Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. – 520 с.
2.	Сабитов К.Б. Уравнения математической физики: Учебное пособие для студ., обуч. по специальностям "Математика", "Прикладная математика и информатика" и "Физика"/ К.Б.

	Сабитов. – М.: Высш. шк., 2013. – 254 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров. – М : Физматлит, 2003. – 398 с.
2.	Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров, В.П. Михайлов. – М : Физматлит, 2003. – 286 с.
3.	Глушко В.П. Курс уравнений математической физики с использованием пакета Mathematica. Теория и технология решения задач : учеб. пособие / В.П. Глушко, А.В. Глушко. – СПб : Лань, 2010. – 320 с. илл.

в)информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)***:**

№ п/п	Ресурс
1.	*http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ*
2.	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
3.	http://eqworld.ipmnet.ru – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов по учебной дисциплине «Уравнения математической физики» предполагает изучение и конспектирование всех необходимых материалов по программе курса с использованием рекомендуемой преподавателем литературы, а также самостоятельное освоение и запоминание понятийного аппарата изучаемой дисциплины и выполнение ряда теоретических и практических заданий, выдаваемых студентам преподавателем на лекционных и лабораторных занятиях.

№ п/п	Источник
1	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

1. Типовое оборудование учебной аудитории
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ (http://www.lib.vsu.ru)

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1, готовность к самостоятельной работе	Знать: основные понятия, законы, модели и теоремы из курса	Основные уравнения математической физики Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с частными производными. Свободные колебания бесконечной струны. Формула Даламбера. Метод разделения переменных решения задачи о колебаниях струны конечной длины Уравнения параболического типа Уравнения эллиптического типа	Комплект КИМ
	Уметь: определять к какому типу относится уравнение и выбирать метод его решения		Контрольная работа 1, 2
	Владеть: математическим аппаратом уравнений математической физики		Комплект КИМ
ОПК-2 способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования	Знать: решения задач математической физики	Основные уравнения математической физики Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с частными производными. Свободные колебания бесконечной струны. Формула Даламбера. Метод разделения переменных решения задачи о колебаниях струны конечной длины Уравнения параболического	Комплект КИМ
	Уметь: классифицировать линейные дифференциальные уравнения в частных производных и приводить уравнения к канонической форме, формулировать краевые и начальные условия		Контрольная работа 1
	Владеть: основными методами научного исследования, навыками численного решения уравнений в частных производных		Комплект КИМ

		типа Уравнения эллиптического типа	
ПК-9 способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	Знать: основные способы постановки задач математической физики, математические описания физических процессов	Основные уравнения математической физики Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с частными производными. Свободные колебания бесконечной струны. Формула Даламбера. Метод разделения переменных решения задачи о колебаниях струны конечной длины Уравнения параболического типа Уравнения эллиптического типа	Комплект КИМ
	Уметь: решать задачи теоретического и прикладного характера в рамках курса		Контрольная работа 1, 2
	Владеть: пониманием основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с Уравнениями математической физики		Комплект КИМ
ПК-10 готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных	Знать: основные способы постановки задач математической физики, основные модели и способы решения задач математической физики	Основные уравнения математической физики Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с частными производными. Свободные колебания бесконечной струны. Формула Даламбера. Метод разделения переменных решения задачи о колебаниях струны конечной длины Уравнения параболического типа Уравнения эллиптического типа	Комплект КИМ
	Уметь: применять полученную теоретическую базу для решения конкретных краевых задач математической физики		Контрольная работа 1, 2
	Владеть: функциональными методами решения краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений		Комплект КИМ
ПК-12 способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	основные понятия курса, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений	Основные уравнения математической физики Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с	Комплект КИМ
	Уметь: грамотно работать с научной литературой с использованием новых		Комплект КИМ

	информационных технологий	частными производными. Свободные колебания бесконечной струны. Формула Даламбера. Метод разделения переменных решения задачи о колебаниях струны конечной длины Уравнения параболического типа Уравнения эллиптического типа	
	Владеть: навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями; языком предметной области, навыками самостоятельной работы с учебным материалом		Комплект КИМ
Промежуточная аттестация			Комплект КИМ

* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели (ЗУНы из 19.1):

(как пример):

1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом курса «Уравнения математической физики»;
2) умение связывать теорию с практикой;
4) умение применять основные методы теории уравнений в частных производных, решать уравнения гиперболического, параболического, эллиптического типов.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Выполнение пяти требований к ответу на каждый вопрос экзаменационного билета: 1) правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, законов, закономерностей, принципов; опора при ответе на исходные методологические положения; анализ основных теоретических материалов, описанных в различных источниках, связь теории с практикой; иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах); 2) логическая последовательность изложения материала в процессе ответа; 3) грамотное изложение материала на высоком научном уровне, высокая культура речи; 4) наличие полных и обоснованных выводов; 5) демонстрация собственной профессиональной позиции (творческое применение знаний в практических ситуациях, демонстрация убежденности, а не безразличия; демонстрация	Повышенный уровень	Отлично

умения сравнивать, классифицировать, обобщать). ИЛИ Невыполнение одного из перечисленных требований (к одному из вопросов экзаменационного билета) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы. ИЛИ Невыполнение двух из перечисленных требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.		
Невыполнение одного из требований к ответу (к одному из вопросов экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы. ИЛИ Невыполнение двух требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один дополнительный вопрос в пределах программы. ИЛИ Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильные ответы не менее, чем на два дополнительных вопроса в пределах программы.	Базовый уровень	Хорошо
Невыполнение двух требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы. ИЛИ Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один дополнительный вопрос в пределах программы. ИЛИ Невыполнение четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильные ответы не менее, чем на два дополнительных вопроса в пределах программы.	Пороговый уровень	Удовлетвори-тельно
Невыполнение более четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1). ИЛИ Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы. ИЛИ Невыполнение четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один из не менее двух дополнительных вопросов в пределах программы.	–	Неудовлетвори-тельно

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

1. Формулы Грина.
2. Интегральная формула представления дважды непрерывно дифференцируемой функции.
3. Фундаментальное решение оператора Лапласа (при n=3).

4. Теоремы единственности решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
5. Гармоническая функция в ограниченной области. Основные свойства гармонической функции.
6. Функция Грина. Свойства функции Грина.
7. Лемма об устранимой особенности.
8. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.
9. Условия существования объемного теплового потенциала.
10. Теорема единственности решения внешней задачи Неймана для уравнения Лапласа.
11. Преобразование Кельвина. Поведение гармонической вне шара функции при $|x| \to \infty$.
12. Постановка основных краевых задач для уравнений Лапласа (Пуассона).

19.3.4 Тестовые задания

1. Для задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad 0 < x < \pi, t > 0$$
$$u|_{t=0} = u_0(x)$$
$$\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = u_1(x)$$
$$u|_{x=0} = u|_{x=\pi} = 0$$

определить, какие из функций являются собственными функциями $X_k(x)$

A) $\sin k\pi x$; B) $\cos k\pi x$; C) $\sin \frac{3\pi}{2} x$; D) $\cos 5\pi x$?

2. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $\Delta u(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$, задачей Дирихле для уравнения Лапласа в области D называется следующая задача:

а) $\begin{cases} \Delta u(x) = 0, x \in D, \\ u(x) = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ б) $\begin{cases} \Delta u(x) = f(x), x \in D, \\ u(x) = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ в) $\begin{cases} \Delta u(x) = 0, x \in D, \\ \frac{\partial u(x)}{\partial n} = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ г) $\begin{cases} \Delta u(x) = f(x), x \in D, \\ \frac{\partial u(x)}{\partial n} = \varphi(x), x \in \partial D. \end{cases}$

3. Фундаментальное решение для уравнения Лапласа (n=3, $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$) имеет вид:

A) $u(x,y,z) = \frac{1}{r}$; B) $u(x,y,z) = \frac{1}{r^2}$; C) $u(x,y,z) = \frac{1}{2r}$; D) $u(x,y,z) = \ln\frac{1}{r}$?

4. Для задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad 0 < x < \pi, t > 0$$
$$u|_{t=0} = u_0(x)$$
$$\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = u_1(x)$$
$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=\pi} = 0$$

определить, какие из функций являются собственными функциями $X_k(x)$

A) $\sin 2x$; B) $\cos 2x$; C) $\sin \frac{3}{2} x$; D) $\cos \frac{5}{2} x$?

5. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $\Delta u(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$, задачей Дирихле для уравнения Пуассона в области D называется следующая задача:

а) $\begin{cases} \Delta u(x) = 0, x \in D, \\ u(x) = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ б) $\begin{cases} \Delta u(x) = f(x), x \in D, \\ u(x) = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ в) $\begin{cases} \Delta u(x) = 0, x \in D, \\ \frac{\partial u(x)}{\partial n} = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ г) $\begin{cases} \Delta u(x) = f(x), x \in D, \\ \frac{\partial u(x)}{\partial n} = \varphi(x), x \in \partial D. \end{cases}$

6. Фундаментальное решение для уравнения теплопроводности $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ имеет вид:

A) $F(x,t,\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \exp(-\frac{(\xi - x)^2}{4a^2 t})$; C) $F(x,t,\xi) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \exp(-\frac{(\xi - x)^2}{4a^2 t})$;

B) $F(x,t,\xi) = \frac{1}{2a\sqrt{t}} \exp(-\frac{(\xi - x)}{4a^2 t})$; D) $F(x,t,\xi) = \exp(-\frac{(\xi - x)^2}{4a^2 t})$?

7. Для задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad 0 < x < \pi, t > 0$$

$$u\big|_{t=0} = u_0(x); \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = u_1(x)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = u\big|_{\pi} = 0$$

определить, какие из функций являются собственными функциями $X_k(x)$:

A) $\cos\frac{3}{2}x$; B) $\sin\frac{5}{2}x$; C) $\sin x$; D) $\cos 4x$?

8. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $\Delta u(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$, задачей Неймана для уравнения Лапласа в области D называется следующая задача

а) $\begin{cases} \Delta u(x) = 0, x \in D, \\ u(x) = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ б) $\begin{cases} \Delta u(x) = f(x), x \in D, \\ u(x) = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ в) $\begin{cases} \Delta u(x) = 0, x \in D, \\ \frac{\partial u(x)}{\partial n} = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ г) $\begin{cases} \Delta u(x) = f(x), x \in D, \\ \frac{\partial u(x)}{\partial n} = \varphi(x), x \in \partial D. \end{cases}$

9. Решение уравнения теплопроводности $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ при начальном условии $u\big|_{t=0} = u_0(x)$ имеет вид:

A) $u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\xi) e^{-\frac{(\xi - x)^2}{4a^2 t}} d\xi$; B) $u(x,t) = \frac{1}{2a} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\xi) e^{-\frac{(\xi - x)^2}{4a^2 t}} d\xi$;

C) $u(x,t) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\xi) e^{-\frac{(\xi - x)^2}{4a^2 t}} d\xi$; D) правильного ответа нет?

10. Для задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad 0 < x < \pi, t > 0$$

$$u\big|_{t=0} = u_0(x); \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = u_1(x) \qquad u\big|_{x=0} = \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=\pi} = 0$$

определить, какие из функций являются собственными функциями $X_k(x)$:

A) $\sin 2x$; B) $\cos x$; C) $\sin\frac{3}{2}x$; D) $\sin 5x$?

11. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $\Delta u(x)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$, задачей Неймана для уравнения Пуассона в области D называется следующая задача

а) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ б) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ в) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ \frac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ г) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ \frac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D.\end{cases}$

12. Пусть $x\in D\subset\mathbb{R}^3$, $x_0\notin D$, тогда фундаментальным решением для уравнения Лапласа будет функция

а) $-\frac{1}{4\pi|x-x_0|}$, б) $|x-x_0|$, в) $\frac{\ln|x-x_0|}{2\pi}$, г) $e^{|x-x_0|}$.

13. Для задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad 0<x<\pi, t>0$$

$$u\big|_{t=0}=u_0(x)\quad \frac{\partial u}{\partial t}\bigg|_{t=0}=u_1(x)$$

$$u\big|_{x=0}=u\big|_{x=\pi}=0$$

определить, какие из функций являются собственными функциями $X_k(x)$

A) $\sin x$; B) $\cos x$; C) $\sin\frac{3}{2}x$; D) $\cos 5x$?

14. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $\Delta u(x)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$, задачей Дирихле для уравнения Лапласа в области D называется следующая задача:

а) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ б) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ в) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ \frac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ г) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ \frac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D.\end{cases}$

15. Пусть $x\in D\subset\mathbb{R}^3$, $S_R(x_0)$ – сфера радиуса R с центрам в точке x_0, а функция $u(x)$ гармонична в шаре $B_R(x_0)$ и принадлежит $C^1(\bar{B}_R(0))$, тогда справедливо представление

а) $u(x_0)=\frac{1}{4\pi R^2}\int\limits_{S_R(x_0)}u(x)\,dS$, б) $u(x_0)=\frac{1}{4\pi R^2}\int\limits_{B_R(x_0)}u(x)\,dS$, в) $u(x_0)=\int\limits_{S_R(x_0)}u(x)\,dS$.

16. Поверхностный запаздывающий потенциал двойного слоя является решение следующей задачи Коши для волнового уравнения:

а) $\begin{cases}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}-a^2\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2}=f(x,t),\ x\in\mathbb{R}^n,\ t>0,\\ u(x,0)=0,\ \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=0,\ x\in\mathbb{R}^n,\end{cases}$ б) $\begin{cases}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}-a^2\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2}=0,\ x\in\mathbb{R}^n,\ t>0,\\ u(x,0)=0,\ \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=u_1(x),\ x\in\mathbb{R}^n,\end{cases}$

в) $\begin{cases}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}-a^2\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2}=0,\ x\in\mathbb{R}^n,\ t>0,\\ u(x,0)=u_0(x),\ \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=0,\ x\in\mathbb{R}^n.\end{cases}$

17. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $\Delta u(x)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$, задачей Дирихле для уравнения Пуассона в области D называется следующая задача:

а) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ б) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ в) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ \dfrac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ г) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ \dfrac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D.\end{cases}$

18. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, функция $u(x)$ гармоническая в области D, непрерывна в $\bar{D}$ и не равна постоянной, тогда функция $u(x)$ достигает своего наибольшего значения в $\bar{D}$

а) на границе области D, б) в области D, в) может как на границе области D так и в области D.

19. Для задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad 0<x<\pi, t>0$$

$$u\big|_{t=0}=u_0(x);\qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=u_1(x)\qquad u\big|_{x=0}=\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=\pi}=0$$

определить, какие из функций являются собственными функциями $X_k(x)$:

A) $\sin 2x$; B) $\cos x$; C) $\sin\dfrac{3}{2}x$; D) $\sin 5x$?

20. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $\Delta u(x)=\sum_{i=1}^{n}\dfrac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$, задачей Неймана для уравнения Лапласа в области D называется следующая задача

а) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ б) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ в) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ \dfrac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ г) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ \dfrac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D.\end{cases}$

21. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $u(x)$ гармоническая в области D функция, $G(x,x_0)$ является функцией Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в области D и $u(x)\in C^2(D)\bigcap C^1(\overline{D})$, тогда при $x_0\in D$

а) $u(x_0)=-\int\limits_{\partial D}u(x)\dfrac{\partial G(x,x_0)}{\partial n}dS$, б) $u(x_0)=\int\limits_{\partial D}u(x)G(x,x_0)dS$, в) $u(x_0)=\int\limits_{D}G(x,x_0)\dfrac{\partial u(x)}{\partial n}dx$.

22. Для задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad 0<x<1, t>0$$

$$u\big|_{t=0}=u_0(x)\quad u'_t\big|_{t=0}=u_1(x)$$

$$u'\big|_{x=0}=u'\big|_{x=1}=0$$

определить, какие из функций являются собственными функциями $X_k(x)$

A) $\sin k\pi x$; B) $\cos k\pi x$; C) $\sin\dfrac{3\pi}{2}x$; D) $\cos 5\pi x$?

23. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $\Delta u(x)=\sum_{i=1}^{n}\dfrac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$, задачей Неймана для уравнения Пуассона в области D называется следующая задача

а) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ б) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ в) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ \dfrac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ г) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ \dfrac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D.\end{cases}$

24. Решение уравнения теплопроводности $\dfrac{\partial u}{\partial t}=a^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+f(x,t)$ при нулевом начальном условии $u\big|_{t=0}=0$ имеет вид:

A) $u(x,t)=\dfrac{1}{\sqrt{\pi t}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(\xi,t)e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2t}}d\xi$; B) $u(x,t)=\dfrac{1}{2a}\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{\infty}\dfrac{f(\xi,\tau)}{\sqrt{\pi(t-\tau)}}e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2(t-\tau)}}d\xi d\tau$;

C) $u(x,t)=\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{\infty}\dfrac{f(\xi,\tau)}{\sqrt{\pi t}}e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2(t-\tau)}}d\xi d\tau$; D) $u(x,t)=\dfrac{1}{2a}\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(\xi,\tau)e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2(t-\tau)}}d\xi d\tau$?

25. Пусть Ω – конечная область в $\mathbb{R}^n$, $T>0$. Через Q_T обозначим множество $\Omega\times(0;T)$. Часть границы Q_T, состоящую из нижнего основания и боковой поверхности, обозначим через Γ. Если функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}=a^2\sum\limits_{i=1}^n\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2},\ (x,t)\in Q_T,\\ u(x,0)=\varphi(x),\ x\in\overline{\Omega},\\ u(x,t)=\psi(x,t),\ (x,t)\in\partial\Omega\times[0;T),\end{cases}$$

то в $\overline{Q_T}$ функция $u(x,t)$ достигает своего наибольшего значения

а) в Q_T, б) на Ω, в) на боковой поверхности цилиндра Q_T, в) на Γ.

26. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $\Delta u(x)=\sum\limits_{i=1}^n\dfrac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$, задачей Дирихле для уравнения Лапласа в области D называется следующая задача:

а) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ б) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ в) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ \dfrac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ г) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ \dfrac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D.\end{cases}$

27. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n –единичный вектор внешней нормали к ∂D, функция $u(x)$ гармоническая в области D и $u(x)\in C^2\left(\overline{D}\right)$,

а) $\int\limits_{\partial D}\dfrac{\partial u(x)}{\partial n}dS<0$, б) $\int\limits_{\partial D}\dfrac{\partial u(x)}{\partial n}dS>0$, в) $\int\limits_{\partial D}\dfrac{\partial u(x)}{\partial n}dS=0$.

28. Поверхностный тепловой потенциал является решением следующей задачи Коши для уравнения теплопроводности:

а) $\begin{cases}\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}-a^2\sum\limits_{i=1}^n\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2}=f(x,t),\ x\in\mathbb{R}^n,\ t>0,\\ u(x,0)=0,\ x\in\mathbb{R}^n,\end{cases}$ б) $\begin{cases}\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}-a^2\sum\limits_{i=1}^n\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2}=f(x,t),\ x\in\mathbb{R}^n,\ t>0,\\ u(x,0)=u_0(x),\ x\in\mathbb{R}^n,\end{cases}$

в) $\begin{cases}\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}-a^2\sum\limits_{i=1}^n\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2}=0,\ x\in\mathbb{R}^n,\ t>0,\\ u(x,0)=u_0(x),\ x\in\mathbb{R}^n.\end{cases}$

29. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $\Delta u(x)=\sum\limits_{i=1}^n\dfrac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$, задачей Дирихле для уравнения Пуассона в области D называется следующая задача:

а) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ б) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ u(x)=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ в) $\begin{cases}\Delta u(x)=0, x\in D,\\ \dfrac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D,\end{cases}$ г) $\begin{cases}\Delta u(x)=f(x), x\in D,\\ \dfrac{\partial u(x)}{\partial n}=\varphi(x), x\in\partial D.\end{cases}$

30. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$. Какие из следующих пунктов должны быть выполнены, чтобы в области D функция $G(x,x_0)$, $x\in\overline{D}$, $x_0\in D$ была функцией Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа?

а) $G(x,x_0)$ – гармоническая по $x\in D\setminus\{x_0\}$. б) $G(x,x_0)\big|_{x\in\partial D}=0$.

в) При $x \in D$ справедливо представление $G(x,x_0) = \frac{1}{4\pi|x-x_0|} + g(x,x_0)$, где $g(x,\, x_0)$ – гармоническая в D функция.

31. Объемный тепловой потенциал является решение следующей задачи Коши для уравнения теплопроводности

а) $\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - a^2 \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2} = f(x,t),\ x \in \mathbb{R}^n,\ t > 0, \\ u(x,0) = 0,\ x \in \mathbb{R}^n, \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - a^2 \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2} = f(x,t),\ x \in \mathbb{R}^n,\ t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x),\ x \in \mathbb{R}^n, \end{cases}$

в) $\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - a^2 \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2} = 0,\ x \in \mathbb{R}^n,\ t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x),\ x \in \mathbb{R}^n. \end{cases}$

32. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $\Delta u(x) = \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$, задачей Неймана для уравнения Лапласа в области D называется следующая задача

а) $\begin{cases} \Delta u(x) = 0, x \in D, \\ u(x) = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ б) $\begin{cases} \Delta u(x) = f(x), x \in D, \\ u(x) = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ в) $\begin{cases} \Delta u(x) = 0, x \in D, \\ \frac{\partial u(x)}{\partial n} = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ г) $\begin{cases} \Delta u(x) = f(x), x \in D, \\ \frac{\partial u(x)}{\partial n} = \varphi(x), x \in \partial D. \end{cases}$

33. Пусть $x \in D \subset \mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D. Второй формулой Грина называется формула

а) $\int\limits_D \left(\frac{\partial u(x)}{\partial x_1} \frac{\partial \mathrm{v}(x)}{\partial x_1} + \frac{\partial u(x)}{\partial x_2} \frac{\partial \mathrm{v}(x)}{\partial x_2} + \frac{\partial u(x)}{\partial x_3} \frac{\partial \mathrm{v}(x)}{\partial x_3} \right) dx = \int\limits_{\partial D} u(x) \frac{\partial \mathrm{v}(x)}{\partial n}\, dS - \int\limits_D u(x) \Delta \mathrm{v}(x)\, dx$,

б) $\int\limits_D \big(u(x) \Delta \mathrm{v}(x) - \mathrm{v}(x) \Delta u(x) \big)\, dx = \int\limits_{\partial D} \left(u(x) \frac{\partial \mathrm{v}(x)}{\partial n} - \mathrm{v}(x) \frac{\partial u(x)}{\partial n} \right) dS$, в) $\int\limits_{\partial D} \left(\frac{1}{|x-x_0|} \frac{\partial u(x)}{\partial n} - u(x) \frac{\partial \left(\frac{1}{|x-x_0|} \right)}{\partial n} \right) dS = 0$.

34. Поверхностный тепловой потенциал является решением следующей задачи Коши для уравнения теплопроводности:

а) $\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - a^2 \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2} = f(x,t),\ x \in \mathbb{R}^n,\ t > 0, \\ u(x,0) = 0,\ x \in \mathbb{R}^n, \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - a^2 \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2} = f(x,t),\ x \in \mathbb{R}^n,\ t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x),\ x \in \mathbb{R}^n, \end{cases}$

в) $\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - a^2 \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2} = 0,\ x \in \mathbb{R}^n,\ t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x),\ x \in \mathbb{R}^n. \end{cases}$

35. Пусть D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D, $\Delta u(x) = \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$, задачей Неймана для уравнения Пуассона в области D называется следующая задача

а) $\begin{cases} \Delta u(x) = 0, x \in D, \\ u(x) = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ б) $\begin{cases} \Delta u(x) = f(x), x \in D, \\ u(x) = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ в) $\begin{cases} \Delta u(x) = 0, x \in D, \\ \frac{\partial u(x)}{\partial n} = \varphi(x), x \in \partial D, \end{cases}$ г) $\begin{cases} \Delta u(x) = f(x), x \in D, \\ \frac{\partial u(x)}{\partial n} = \varphi(x), x \in \partial D. \end{cases}$

36. Пусть $x \in D \subset \mathbb{R}^3$, n – единичный вектор внешней нормали к ∂D. Первой формулой Грина называется формула

а) $\int\limits_D \left(\frac{\partial u(x)}{\partial x_1} \frac{\partial \mathrm{v}(x)}{\partial x_1} + \frac{\partial u(x)}{\partial x_2} \frac{\partial \mathrm{v}(x)}{\partial x_2} + \frac{\partial u(x)}{\partial x_3} \frac{\partial \mathrm{v}(x)}{\partial x_3} \right) dx = \int\limits_{\partial D} u(x) \frac{\partial \mathrm{v}(x)}{\partial n}\, dS - \int\limits_D u(x) \Delta \mathrm{v}(x)\, dx$, б) $\int\limits_D \left(u(x)\Delta \mathrm{v}(x)-\mathrm{v}(x)\Delta u(x)\right)dx=\int\limits_{\partial D}\left(u(x)\frac{\partial \mathrm{v}(x)}{\partial n}-\mathrm{v}(x)\frac{\partial u(x)}{\partial n}\right)dS$,

в) $\int\limits_{\partial D}\left(\frac{1}{|x-x_0|}\frac{\partial u(x)}{\partial n}-u(x)\frac{\partial\left(\frac{1}{|x-x_0|}\right)}{\partial n}\right)dS=0$.

19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

Контрольная работа 1

Вариант 1

Задание 1. Определить тип дифференциального уравнения

$$2\sqrt{3}\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial x\partial y}+2\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial x\partial z}+2\sqrt{3}\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial y\partial z}+u(x,y,z)=0.$$

Задание 2. Определить тип дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 u(\xi,\eta)}{\partial \xi^2}+\frac{\partial u(\xi,\eta)}{\partial \eta}+u(\xi,\eta)=0.$$

Задание 3. Привести к каноническому виду дифференциальное уравнение

$$x^2\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+y^2\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=0,\ (x>0, y>0).$$

Задание 4. Решить задачу Коши

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+3x^2;\\&u(x,0)=x^7;\\&\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=3.\end{aligned}$$

Вариант 2

Задание 1. Определить тип дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial y^2}+2\sqrt{2}\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial x\partial z}+\frac{\partial u(x,y,z)}{\partial x}+\frac{\partial u(x,y,z)}{\partial y}+\frac{\partial u(x,y,z)}{\partial z}=0.$$

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 u(\xi,\eta)}{\partial \xi^2}+\frac{\partial^2 u(\xi,\eta)}{\partial \eta^2}+3\frac{\partial u(\xi,\eta)}{\partial \xi}-3\frac{\partial u(\xi,\eta)}{\partial \eta}=0.$$

Задание 3. Привести к каноническому виду дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}-6\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}+10\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}+\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}-3\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}=0.$$

Задание 4. Решить задачу Коши

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}=(x+4)t;\\&u(x,0)=\cos(x);\\&\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=3x.\end{aligned}$$

Вариант 3

Задание 1. Определить тип дифференциального уравнения

$$2\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial z^2}+4\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial y\partial z}+3\left(\frac{\partial u(x,y,z)}{\partial z}-\frac{\partial u(x,y,z)}{\partial y}\right)=0.$$

Задание 2. Определить тип дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 u(\xi,\eta)}{\partial \xi^2}-\frac{\partial^2 u(\xi,\eta)}{\partial \eta^2}+\frac{\partial u(\xi,\eta)}{\partial \xi}+5u(\xi,\eta)=0.$$

Задание 3. Привести к каноническому виду дифференциальное уравнение

$$y^2\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+x^2\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=0,\ (x>0, y>0).$$

Задание 4. Решить задачу Коши

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial t^2}=4\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+8;\\&u(x,0)=\sin 2x;\\&\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\cos x.\end{aligned}\quad .$$

Вариант 4

Задание 1. Определить тип дифференциального уравнения

$$3\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial x^2}+5\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial z^2}+-2\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial x\partial y}-2\frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial x\partial z}+u(x,y,z)=0.$$

Задание 2. Определить тип дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 u(\xi,\eta)}{\partial \xi\partial \eta}+\frac{\partial u(\xi,\eta)}{\partial \xi}+4\frac{\partial u(\xi,\eta)}{\partial \eta}-3u(\xi,\eta)=0.$$

Задание 3. Привести к каноническому виду дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}+\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}-\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}+u(x,y)=0.$$

Задание 4. Решить задачу Коши

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}=t^2x;\\&u(x,0)=3;\\&\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=-2x.\end{aligned}$$

Контрольная работа 2

Вариант 1.

Задание 1. Решить следующую начально-граничную задачу для волнового уравнения

$$u_{tt}=u_{xx}\ \ (0<x<1)$$

$$u(0,t)=0 \qquad u(x,0)=0$$

$$u(1,t)=0 \qquad u_t(x,0)=1-x$$

Задание 2. Решить следующую начально-граничную задачу для параболического уравнения

$$u_t=u_{xx}\ \ (0<x<1)$$

$$u_x(0,t)=u(1,t)=0 \qquad u(x,0)=x^2-1$$

Вариант 2.

Задание 1. Решить следующую начально-граничную задачу для волнового уравнения

$$u_{tt}=u_{xx} \qquad (0<x<l)$$
$$u(0,t)=0 \qquad u(x,0)=0$$
$$u(l,t)=0 \qquad u_t'(x,0)=\frac{x}{l}$$

Задание 2. Решить следующую начально-граничную задачу для параболического уравнения

$$u_{xx}=u_t \qquad (0<x<l)$$
$$u(0,t)=u(l,t)=0 \qquad u(x,0)=1\ .$$

Вариант 3.

Задание 1. Решить следующую начально-граничную задачу для волнового уравнения

$$u_{tt}=u_{xx},\ \ (0<x<\pi)$$
$$u(0,t)=0 \qquad u(x,0)=\sin 2x$$
$$u(\pi,t)=0 \qquad u_t(x,0)=0$$

Задание 2. Решить следующую начально-граничную задачу для параболического уравнения

$$u_t=u_{xx} \qquad (0<x<\pi)$$

Вариант 4.

Задание 1. Решить следующую начально-граничную задачу для волнового уравнения

$$u_{tt}=u_{xx} \qquad (0<x<1)$$
$$u(0,t)=0 \qquad u(x,0)=0$$
$$u(1,t)=0 \qquad u_t(x,0)=2x$$

Задание 2. Решить следующую начально-граничную задачу для параболического уравнения

$$u_t=u_{xx} \qquad (0<x<l)$$
$$u_x(0,t)=0 \qquad u(x,0)=1$$
$$u(l,t)=0$$

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и степень сформированности умений.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.