

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
функционального анализа
и операторных уравнений

Каменский М.И.

подпись, расшифровка подписи

26.06.2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.13 Дифференциальные уравнения

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности: 01.03.04
прикладная математика

2. Профиль подготовки / специализации:

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма образования: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: функционального анализа
и операторных уравнений

6. Исполнители программы: Прядко Ирина Николаевна, к.ф.-м.н., доцент, математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений

7. Рекомендована: НМС математического факультета, протокол № 0500-07 от 03.07.2018 г.

8. Учебный год: 2018-2019

Семестр(ы): третий

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью курса является формирование у студентов знаний основ теории обыкновенных дифференциальных уравнений, а также знакомство студентов с практическими методами решения и исследования дифференциальных уравнений.

Задачами курса являются:

- изучение простейших типов уравнений, интегрируемых в квадратурах;
- изучение теорем о существовании и единственности решения задачи Коши;
- знакомство с методами приближенного решения;
- изучение структуры множества решений линейных систем и уравнений;
- освоение способов решения дифференциальных линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами;
- знакомство с основами теории устойчивости.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к базовой части профессионального цикла и является обязательной.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса

«Дифференциальные уравнения»:

- «Математический анализ» (производная и дифференциал функции, неопределенный и определенный интегралы, частные производные, непрерывность, формула Тейлора, числовые и функциональные ряды);
- «Алгебра», «Линейная алгебра» (матрицы, определители, теоремы о разрешимости линейных систем).

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» является необходимой для усвоения таких дисциплин как: «Уравнения с частными производными», «Численные методы», «Методы оптимизации», «Теоретическая механика».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	готовность к самостоятельной работе	знать: основные понятия и определения теории обыкновенных дифференциальных уравнений
		уметь: классифицировать уравнения; применять основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем
ОПК-2	способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования	владеть: навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями; навыками применения качественного анализа решений
		знать: современные математические методы и современные прикладные программные средства исследования дифференциальных уравнений
		уметь: выбрать метод и программное обеспечение для решения конкретной задачи
		владеть: навыками исследования дифференциальных уравнений с помощью современных прикладных программных средств

ПК-10	готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способность применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных	<p>знать: основные теоретические основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений</p> <p>уметь: использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач</p> <p>владеть: навыками решения практических задач</p>
ПК-12	способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук.	<p>знать: основные средства поиска необходимой информации и способы ее качественного и быстрого освоения</p> <p>уметь: самостоятельно осваивать понятия и факты теории обыкновенных дифференциальных уравнений</p> <p>владеть: навыками практического использования самостоятельно полученных знаний</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 6/216.

Форма промежуточной аттестации зачет и экзамен

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		сем. 3
Аудиторные занятия	118	118
в том числе:		
лекции	50	50
практические	0	0
лабораторные	68	68
Самостоятельная работа	62	62
Контроль	36	36
Итого:	216	216

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Элементарная теория.	Основные понятия. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах. Замены переменных. О приближенных методах решения. О составлении дифференциальных уравнений.
1.2	Задача Коши.	Теорема Коши-Пикара. Другие теоремы существования и единственности. Оператор сдвига, простейшие свойства

1.3	Линейные системы.	Существование и единственность решений линейных систем, оператор сдвига. Фундаментальные системы решений. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Краевые задачи.
1.4	Устойчивость	Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость линейных систем. Теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Зависимость решений от начальных значений
2. Практические занятия		
3. Лабораторные работы		
3.1	Элементарная теория	Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним, однородные уравнения и уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах и интегрирующий множитель, уравнения неразрешенные относительно производной, уравнения допускающие понижения порядка, метод изоклин
3.2	Задача Коши	Проверка условий теоремы Коши-Пикара в полосе и локальной теоремы Коши-Пикара. Оценка погрешности. Построение интегральной воронки. Проверка свойств оператора сдвига, построения оператора сдвига.
3.3	Линейные системы	Линейные системы с постоянными коэффициентами, фундаментальные матрицы, линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
3.4	Устойчивость	Устойчивость по определению, устойчивость по первому приближению, критерий Гурвица, особые точки линейных двумерных систем.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
	Элементарная теория.	10		24	14	48
	Задача Коши.	12		10	14	36
	Линейные системы.	16		20	16	52
	Устойчивость	12		14	18	44
	Итого:	50		68	62	180

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Работа с текстом конспекта лекции, изучение рекомендованной литературы, систематическая подготовка к лабораторным занятиям, выполнение индивидуальных заданий и заданий предложенных в методичках.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Боровских А. В. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям : [учебник] / А.В. Боровских, А.И. Перов .— 2-е изд., испр. и доп. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2014 .— 548 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2.	Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов .— М. ; Ижевск : РХД,

	2000 .— 174 с.
3.	Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : Учебник для студ. мех.-мат. специальностей ун-тов / И.Г. Петровский ; Под ред. А.Д. Мышкиса, О.А. Олейника .— М. : Изд-во Моск. ун-та, 1984 .— 295 с.
4.	Арнольд В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений : Учеб.пособие для физико-мат.спец.вузов / В. И. Арнольд .— М. : Наука: Физматлит, 1978 .— 304 с
5.	Красносельский М. А. Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений / М.А. Красносельский .— М. : Наука, 1966 .— 331 с
6.	Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник для студ. мат. спец. ун-тов / Л.С. Понтрягин .— 5-е изд. — М. : Наука, 1982 .— 331 с
7.	Тихонов А. Н. Дифференциальные уравнения : Учебник для студ. вузов, обуч. по спец. "Физика" и "Прикладная математика" / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников .— 3-е изд. — М. : Наука : Физматлит, 1998 .— 231 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	ИсточникП
8.	Дифференциальные уравнения : план лабораторных занятий : методические указания / Воронеж. гос. ун-т; сост. : И.Ф. Леженина [и др.] .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— 7 с. <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/sep06004.pdf >.
9.	Дифференциальные уравнения : материалы к первой аттестации : учебное пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. : И.Ф. Леженина [и др.] .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— 11 с. <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07213.pdf >.
10.	Ахмеров Р.Р., Садовский Б.Н. Очерки по ОДУ <URL: http://www.nsc.ru/rus/textbooks/akhmerov/ode/index.html >.
11.	Прядко И.Н., Садовский Б.Н. Дифференциальные уравнения (конспект лекций). Части 1,2. <URL: http://bsadovskiy.ru/include/1/1-21-2.pdf?1350578321 >.
12.	Прядко И.Н., Садовский Б.Н. Дифференциальные уравнения (конспект лекций). Часть 3. <URL: http://bsadovskiy.ru/include/1/1-21-4.pdf?1354434688 >.
13.	Прядко И.Н., Садовский Б.Н. Дифференциальные уравнения (конспект лекций). Часть 3. <URL: http://bsadovskiy.ru/include/1/1-21-6.pdf?1355983663 >.

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Боровских А. В. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям : [учебник] / А.В. Боровских, А.И. Перов .— 2-е изд., испр. и доп. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2014 .— 548 с.
2.	Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов .— М. ; Ижевск : РХД, 2000 .— 174 с.
3.	Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : Учебник для студ. мех.-мат. специальностей ун-тов / И.Г. Петровский ; Под ред. А.Д. Мышкиса, О.А. Олейника .— М. : Изд-во Моск. ун-та, 1984 .— 295 с.
4.	Арнольд В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений : Учеб.пособие для физико-мат.спец.вузов / В. И. Арнольд .— М. : Наука: Физматлит, 1978 .— 304 с
5.	Красносельский М. А. Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений / М.А. Красносельский .— М. : Наука, 1966 .— 331 с
6.	Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник для студ. мат. спец. ун-тов / Л.С. Понтрягин .— 5-е изд. — М. : Наука, 1982 .— 331 с
7.	Тихонов А. Н. Дифференциальные уравнения : Учебник для студ. вузов, обуч. по спец. "Физика" и "Прикладная математика" / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников .— 3-е изд. — М. : Наука : Физматлит, 1998 .— 231 с.
8.	Дифференциальные уравнения : план лабораторных занятий : методические указания / Воронеж. гос. ун-т; сост. : И.Ф. Леженина [и др.] .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— 7 с. <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/sep06004.pdf >.
9.	Дифференциальные уравнения : материалы к первой аттестации : учебное пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. : И.Ф. Леженина [и др.] .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— 11 с. <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/ma07213.pdf >.
10.	Ахмеров Р.Р., Садовский Б.Н. Очерки по ОДУ <URL: http://www.nsc.ru/rus/textbooks/akhmerov/ode/index.html >.

11.	Прядко И.Н., Садовский Б.Н. Дифференциальные уравнения (конспект лекций). Части 1,2. <URL: http://bsadovskiy.ru/include/1/1-21-2.pdf?1350578321 >.
12.	Прядко И.Н., Садовский Б.Н. Дифференциальные уравнения (конспект лекций). Часть 3. <URL: http://bsadovskiy.ru/include/1/1-21-4.pdf?1354434688 >.
13.	Прядко И.Н., Садовский Б.Н. Дифференциальные уравнения (конспект лекций). Часть 3. <URL: http://bsadovskiy.ru/include/1/1-21-6.pdf?1355983663 >.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Maxima (ПО)

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, аудитории для лабораторных, компьютер, мультимедийный проектор, доска (мел, маркеры).

19. Фонд оценочных средств:

19.1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС (средства оценивания)
ОПК-1 готовность к самостоятельной работе	Знать: основные понятия и определения теории обыкновенных дифференциальных уравнений	Разделы 1-4 Элементарная теория Задача Коши Линейные системы Устойчивость	Устный опрос, практико-ориентированные задания
	Уметь классифицировать уравнения; применять основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем	Разделы 1-4 Элементарная теория Задача Коши Линейные системы Устойчивость	Контрольная работа №1, контрольная работа №2, практико-ориентированные задания
	Владеть навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями; навыками применения качественного анализа решений	Разделы 1-4 Элементарная теория Задача Коши Линейные системы Устойчивость	Контрольная работа №1, контрольная работа №2, практико-ориентированные задания
ОПК-2 способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования	знать: современные математические методы и современные прикладные программные средства исследования дифференциальных уравнений	Разделы 1-4 Элементарная теория Задача Коши Линейные системы Устойчивость	Практико-ориентированные задания
	Уметь: выбрать метод и программное обеспечение для решения конкретной задачи	Разделы 1-4 Элементарная теория Задача Коши Линейные системы Устойчивость	Практико-ориентированные задания

	Владеть: навыками исследования дифференциальных уравнений с помощью современных прикладных программных средств	Разделы 1-4 Элементарная теория Задача Коши Линейные системы Устойчивость	Практико-ориентированные задания
ПК-10 готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способность применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных	Знать: основные теоретические основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений	Разделы 1-4 Элементарная теория Задача Коши Линейные системы Устойчивость	Устный опрос, практико-ориентированные задания
	Уметь: использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач	Разделы 1-4 Элементарная теория Задача Коши Линейные системы Устойчивость	Контрольная работа №1, контрольная работа №2, практико-ориентированные задания
	Владеть: навыками решения практических задач	Разделы 1-4 Элементарная теория Задача Коши Линейные системы Устойчивость	Контрольная работа №1, контрольная работа №2, практико-ориентированные задания
ПК-12 способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук.	знать: основные средства поиска необходимой информации и способы ее качественного и быстрого освоения	Разделы 1-4 Элементарная теория Задача Коши Линейные системы Устойчивость	Практико-ориентированные задания, устный опрос
	уметь: самостоятельно осваивать понятия и факты теории обыкновенных дифференциальных уравнений	Разделы 1-4 Элементарная теория Задача Коши Линейные системы Устойчивость	Практико-ориентированные задания
	владеть: навыками практического использования самостоятельно полученных знаний	Разделы 1-4 Элементарная теория Задача Коши Линейные системы Устойчивость	Практико-ориентированные задания
Промежуточная аттестация			Комплект КИМ

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели (ЗУНы из 19.1):

- 1) знание учебного материала и владение теоретическими основами дисциплины;
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) умение классифицировать уравнения; применять основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем;
- 4) владение навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями; навыками исследования свойств решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.

Для оценивания результатов обучения на экзамене (зачете с оценкой) используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено. Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами дисциплины, умеет связать теорию с практикой, классифицировать уравнения и применять основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем; владеет навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями и исследования свойств решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Обучающийся владеет теоретическими основами дисциплины; в целом, умеет связать теорию с практикой, классифицировать уравнения и применять основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем, владеет навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями и исследования свойств решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Обучающийся частично владеет теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен классифицировать уравнения, не умеет решать и исследовать дифференциальные уравнения или допускает существенные ошибки, не умеет связать теорию с практикой.</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.</i>	<i>–</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

1. Основные определения.
2. Теорема об уравнении с разделенными переменными.
3. Утверждение об общем решении ЛОУ.
4. Свойства решений ЛУ.
5. Утверждение о различных трактовках симметричного уравнения.
6. Теорема об интегрировании УПД.
7. Признак полного дифференциала и алгоритм нахождения ПФ.
8. Уравнение колебательного контура.
9. Математическая модель системы «хищник-жертва».
10. Уравнение маятника.
11. Метод изоклин (пример).
12. Метод ломаных Эйлера (пример).
13. Формулировка теоремы Коши–Пикара.
14. Лемма об эквивалентном интегральном уравнении.

15. Определение последовательных приближений.
16. Формулировка теоремы Коши–Пикара с переменной константой Липшица.
17. Формулировка локальной теоремы Коши–Пикара.
18. Теорема Коши–Пикара для уравнения n -го порядка.
19. Формулировка теоремы Пеано; интегральная воронка.
20. Теорема Коши–Пикара для комплексной нормальной системы.
21. Оператора сдвига для (НС) и (НАС).
22. Теорема об ОС для ЛОС.
23. Теорема о структуре множества решений ЛОС.
24. Утверждение о решениях и ОС для ЛС.
25. Теорема о фср ЛАОС.
26. Теорема о выделении вещественных решений.
27. . Сведение уравнения n -го порядка к системе.
28. Общее решение ЛНУп.
29. Теорема о фср ЛАОУп.
30. Краевая задача на собственные значения (формулировка результата).
31. Пример функции Грина для неоднородной краевой задачи.
32. Основные определения теории устойчивости.
33. Утверждение о приведенной системе.
34. . Критерий устойчивости ЛСПК.
35. Критерий Гурвица.
36. . Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
37. Теорема Ляпунова о неустойчивости по первому приближению.

19.3.2 Перечень практических заданий

Найти практическую задачу, сводящуюся к дифференциальным уравнениям и представить её компьютерную модель.

19.3.4 Тестовые задания

19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ Пример контрольной работы № 1

Решить уравнения

1. $y' - y^4 \cos x = y \operatorname{tg} x$
2. $(x - y \cos \frac{y}{x})dx + x \cos \frac{y}{x} dy = 0$
3. $(x^2 + y^2 + y)dx + (2xy + x + e^y)dy = 0$
4. $3y'^4 = y' + y$

Пример контрольной работы № 2

1. Покажите, что задача Коши

$$x' = (\operatorname{tg} t) \cdot \sin(t+x), \quad x(0) = 0$$

имеет на интервале $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ единственное решение.

2. Решить систему:

$$\begin{cases} x' = x + y + 2t, \\ y' = 2x + 6e^{-t} \end{cases} \text{ и найти } \bar{g}_0^t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость

$$\begin{cases} \dot{x} = (x+1)(y-1), \\ \dot{y} = xy + 2. \end{cases}$$

4. Найти частное решение уравнения

$$y^{(4)} + 4y''' + 7y'' + 6y' + 2y = e^{-x}$$

и исследовать его на устойчивость.

5. Решить уравнение

$$y^{(5)} - 2y^{(4)} + 2y''' - 4y'' + y' - 2y = 0$$

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: *устного опроса (индивидуальный опрос, фронтальная беседа); письменных работ (контрольные, выполнение практико-ориентированных заданий)*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков .

При оценивании используются качественная шкала оценок. Критерии оценивания приведены выше.