


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко  
03.03.2018г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1. Б. 17 Случайные процессы**

*Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом*

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:

01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки / специализация/магистерская программа: \_\_\_\_\_

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавриат

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Михайлова Ирина Витальевна, кандидат физико-математических наук, доцент

*(ФИО, ученая степень, ученое звание)*

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500-07 от 03.07.2018

*(отметки о продлении вносятся вручную)*

8. Учебный год: 20120/2021

Семестры 6

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью курса является ознакомление слушателей со стохастическим подходом описания обширного класса реальных физических явлений, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций.

Основной задачей курса является изучение численных закономерностей в опытах, результаты которых не могут быть предсказаны однозначно до проведения испытаний.

В результате изучения дисциплины «Случайные процессы» студент должен владеть основами создания математических моделей (т.е. описанием явлений при помощи набора строго определенных символов и операций над ними), методами и теоретической базой, необходимыми для осуществления прогнозов в области случайных явлений.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Курс входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части обучения.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, теория вероятностей.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, теорией функций комплексной переменной, элементами линейной алгебры, знаниями теории интегралов Лебега, теории банаховых, гильбертовых пространств и элементами теории вероятностей.

Знание стохастических является базовым при изучении математических моделей различных физических, химических, биологических, социальных процессов. Кроме того, теория случайных процессов является современным динамически развивающимся разделом математической науки.

Дисциплина является предшествующей для курса Математическая статистика.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОК-7	способность к самоорганизации и самообразованию	<p><b>Знать:</b> приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности</p> <p><b>Уметь:</b> планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p>
ОПК-1	способностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятности, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей	<p><b>Знать:</b> основные понятия теории случайных процессов: классификация случайных процессов, элементы стохастического анализа, марковские процессы</p> <p><b>Уметь:</b> строить стохастические модели обширного класса реальных физических явлений, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций</p> <p><b>Владеть:</b> владеть основами создания стохастических моделей</p>

	профессиональной деятельности	
ОПК-2	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	<b>Знать:</b> решения задач Теории случайных процессов <b>Уметь:</b> решать задачи теоретического и прикладного характера в рамках курса <b>Владеть:</b> пониманием основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с теорией случайных процессов
ОПК-3	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе	<b>Знать:</b> основные понятия и теоремы курса <b>Уметь:</b> осуществлять профессиональное и личностное самообразование <b>Владеть:</b> методами исследования стохастических моделей

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 2 / 72.**

**Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) зачёт**

### 13. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		6 семестр	№ семестра	№ семестра
Аудиторные занятия	36	36		
В том числе: лекции	16	16		
практические	16	16		
лабораторные	-	-		
Самостоятельная работа	40	40		
Итого:	72	72		

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Случайный процесс. Классификация случайных процессов	Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений случайного процесса. Математическое ожидание и ковариационная функция случайного процесса. Выборочное пространство случайного процесса. Теорема Колмогорова (о конечномерных распределениях случайного процесса) Классификация случайных процессов. Гауссовские случайные процессы: определение, свойства, винеровский случайный процесс
1.2	Элементы стохастического анализа	Непрерывность случайного процесса. Дифференцирование случайного процесса. Интегрирование случайного процесса
1.3	Марковские процессы	Марковские процессы с дискретным и непрерывным временем. Однородные марковские процессы Процессы рождения и гибели: определение, дифференциальные уравнения Колмогорова, связь с

		теорией массового обслуживания
1.4	Ветвящиеся процессы	Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона. Вероятность вырождения
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Случайный процесс. Классификация случайных процессов	Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений случайного процесса. Математическое ожидание и ковариационная функция случайного процесса. Выборочное пространство случайного процесса. Теорема Колмогорова (о конечномерных распределениях случайного процесса) Классификация случайных процессов. Гауссовские случайные процессы: определение, свойства, винеровский случайный процесс
2.2	Элементы стохастического анализа	Непрерывность случайного процесса. Дифференцирование случайного процесса. Интегрирование случайного процесса
2.3	Марковские процессы	Марковские процессы с дискретным и непрерывным временем. Однородные марковские процессы Процессы рождения и гибели: определение, дифференциальные уравнения Колмогорова, связь с теорией массового обслуживания
2.4	Ветвящиеся процессы	Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона. Вероятность вырождения Контрольная работа

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
01	Случайный процесс. Классификация случайных процессов	4	4	-	8	16
02	Элементы стохастического анализа	6	6	-	16	28
03	Марковские процессы	4	4	-	8	16
04	Ветвящиеся процессы	2	2	-	8	12
Итого:		18	18	-	40	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

1. Детальное изучение конспектов лекций
2. Выполнение практических заданий на занятиях
3. Выполнение домашних заданий с последующим разбором на занятиях моментов, вызывающих затруднения
4. Выполнение контрольных работ

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины** (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Бородин А.Н. Случайные процессы / А.Н. Бородин. – Санкт-Петербург : Лань, 2013, - 640 с. // Издательство «Лань» : электронно-библиотечная система. – URL: <a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Прохоров А.В. Задачи по теории вероятностей / А.В. Прохоров, В.Г. Ушаков. – М.: Наука, 1986. – 327 с.
2	Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей / А.М. Зубков, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков. – М.: Наука, 1989. – 319 с.
3	Гнеденко В.В. Курс теории вероятности / В.В. Гнеденко. – М.: Наука, 1988. – 400 с.
4	Волков И.К. Случайные процессы / Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. – М.: МГТУ, 2000. – 448 с.
5	Боровков А.А. Теория вероятностей / А.А. Боровков. – М.: УРСС, 2003. – 470 с.
6	Севастьянов В.А. Курс теории вероятностей и математической статистики / В.А. Севастьянов. – Ижевск : Ин-т компьютерных исследований, 2004. – 272 с.
7	Булинский А.В. Теория случайных процессов / А.В. Булинский, А.Н. Ширяев. – М.: Физматлит, 2003. – 399 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Источник
7	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ
8	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Теория случайных процессов: пособие для студентов 4-5 курсов всех форм обучения математического факультета / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2004. – № 1013. – 15 с.
2	Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Теория случайных процессов Часть 2: учебно-методическое пособие для студентов 4-5 курсов всех форм обучения математического факультета / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2005. – 15 с.

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование учебной аудитории
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ

(<http://www.lib.vsu.ru>)

### 19. Фонд оценочных средств

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОК-7 способность к самоорганизации и самообразованию	<p><b>Знать:</b> приемы саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности</p> <p><b>Уметь:</b> планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p>	1.1-1.4	КИМ(Контрольная работа №1), КИМ(зачёт)
ОПК-1 способность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятности, математической статистики и случайных процессов, численных методов,	<p><b>Знать:</b> основные понятия теории случайных процессов: классификация случайных процессов, элементы стохастического анализа, марковские процессы</p> <p><b>Уметь:</b> строить стохастические модели обширного класса реальных физических явлений, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций</p> <p><b>Владеть:</b> владеть основами создания стохастических моделей</p>	1.1-1.4	КИМ(Контрольная работа №1), КИМ(зачёт)

теоретической механики в будущей профессиональной деятельности			
ОПК-2 способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	<b>Знать:</b> решения задач Теории случайных процессов <b>Уметь:</b> решать задачи теоретического и прикладного характера в рамках курса <b>Владеть:</b> пониманием основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с теорией случайных процессов	1.1-1.4	КИМ(Контрольная работа №1), КИМ(зачёт)
ОПК-3 способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе	<b>Знать:</b> основные понятия и теоремы курса <b>Уметь:</b> осуществлять профессиональное и личностное самообразование <b>Владеть:</b> методами исследования стохастических моделей	1.1-1.4	КИМ(Контрольная работа №1), КИМ(зачёт)
<b>Промежуточная аттестация</b>			<b>Зачёт</b>

\* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
оценка «зачтено» выставляется студенту, если решены две или более задач Контрольной работы	достаточный	<b>Зачтено</b>
оценка «не зачтено» в случае решения менее двух задач Контрольной работы	-	<b>Незачтено</b>

### 19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

1. Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений случайного процесса.
2. Математическое ожидание и ковариационная функция случайного процесса.
3. Выборочное пространство случайного процесса. Теорема Колмогорова (о конечномерных распределениях случайного процесса)
4. Классификация случайных процессов.
5. Гауссовские случайные процессы: определение, свойства, винеровский случайный процесс
6. Непрерывность случайного процесса.
7. Дифференцирование случайного процесса.
8. Интегрирование случайного процесса
9. Марковские процессы с дискретным и непрерывным временем. Однородные марковские процессы
10. Процессы рождения и гибели: определение, дифференциальные уравнения Колмогорова, связь с теорией массового обслуживания
11. Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона.
12. Вероятность вырождения

### 19.3.2 Перечень практических заданий

1. Найти характеристики случайного процесса

$$\xi_t(\omega) = t^2 \xi_1 + t \xi_2 + 3,$$

если

$\xi_1, \xi_2$  - случайные величины с

$$M \xi_1 = 2, D \xi_1 = 3, M \xi_2 = 1, D \xi_2 = 3, \rho(\xi_1, \xi_2) = -0,3.$$

- 2 Доказать неотрицательную определенность функции

$$B(t, s) = \min(t, s), t, s \geq 0.$$

3.  $\{\xi(t) = \xi + t\}_{t \geq 0}$  — случайный процесс, где  $\xi \sim N(0, 1)$ . Найти  $M\left(\int_1^3 \xi(t) dt\right)$ .

### 19.3.3 Тестовые задания

### 19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ

#### Контрольная работа №1

##### Вариант № 5

1. Найти характеристики случайного процесса

$$\xi_t(\omega) = 8\xi_1 + 3t\xi_2 - t^3, \text{ если } \xi_1, \xi_2 \text{ - случайные величины с}$$

$M \xi_1 = 2, D \xi_1 = 1, M \xi_2 = 3, D \xi_2 = 2$  и случайные величины стохастически независимы.

2. Найти ковариационную функцию винеровского случайного процесса, используя условие независимости его приращений.

3.  $\{\xi(t) = \xi + t^2\}_{t \in R}$  — случайный процесс, где  $\xi \sim N(0, 5)$ . Найти  $M\left(\int_{-1}^1 \xi(t) dt\right)$ .

### 19.3.5. Темы курсовых работ

### 19.3.6 Темы рефератов

## 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть



направлены *на оценивание*:

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

**Текущий контроль** предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных заданий и домашних работ, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях.

Формы, методы и периодичность текущего контроля определяет преподаватель.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено».

**Промежуточная аттестация** предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Случайные процессы» проводится в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины «Случайные процессы» и степень сформированности компетенции.