

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко  
03.07.2018

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.Б.15 Теория вероятностей**

*Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом*

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:

01.03.04 Прикладная математика

2. Профиль подготовки / специализация/магистерская программа: \_\_\_\_\_

Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавриат

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Михайлова Ирина Витальевна, кандидат физико-математических наук, доцент

*(ФИО, ученая степень, ученое звание)*

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500-07 от 03.07.2018

*(отметки о продлении вносятся вручную)*

8. Учебный год: 2019/2020

Семестры 4

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью курса является ознакомление слушателей со стохастическим подходом описания обширного класса реальных физических явлений, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций.

Основной задачей курса является изучение численных закономерностей в опытах, результаты которых не могут быть предсказаны однозначно до проведения испытаний.

В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей», студент должен владеть основами создания математических моделей (т.е. описанием явлений при помощи набора строго определенных символов и операций над ними), методами и теоретической базой, необходимыми для осуществления прогнозов в области случайных явлений.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Курс входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части обучения.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, теорией функций комплексной переменной, элементами линейной алгебры, знаниями теории интегралов Лебега, теории банаховых и гильбертовых пространств.

Знание стохастических является базовым при изучении математических моделей различных физических, химических, биологических, социальных процессов. Кроме того, теория вероятностей является отдельным современным динамически развивающимся разделом математической науки.

Дисциплина является предшествующей для курсов теория случайных процессов, математическая статистика, стохастические дифференциальные уравнения.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-2	способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования	<b>Знать:</b> основные понятия теории вероятностей: общее вероятностное пространство, свойства вероятностей случайных событий, стохастическая независимость случайных событий, случайных величины и векторы, их числовые характеристики, а также предельные теоремы <b>Уметь:</b> строить стохастические модели обширного класса реальных физических явлений, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций <b>Владеть:</b> владеть основами создания стохастических моделей
ПК-9	способность выявлять естественную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовность использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	<b>Знать:</b> основные способы постановки задач не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций <b>Уметь:</b> решать задачи теоретического и прикладного характера в рамках курса <b>Владеть:</b> пониманием основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с теорией вероятностей
ПК-10	способность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способность применить	<b>Знать:</b> основные способы постановки задач не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций <b>Уметь:</b> применять полученную теоретическую

	соответствующую процессу математическую модель и проверить её адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов	базу для решения конкретных задач теории вероятностей <b>Владеть:</b> методами исследования стохастических моделей
ПК-11	готовность применять знания и навыки управления информацией	<b>Знать:</b> основные понятия курса, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений <b>Уметь:</b> грамотно работать с научной литературой с использованием новых информационных технологий <b>Владеть:</b> навыками моделирования практических задач
ПК-12	способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	<b>Знать:</b> основные понятия курса, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений <b>Уметь:</b> грамотно работать с научной литературой с использованием новых информационных технологий <b>Владеть:</b> навыками моделирования практических задач

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 4 / 144.**

**Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) зачёт**

### 13. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость				
	Всего	По семестрам			
		4	№ семестра	№ семестра	№ семестра
Аудиторные занятия	68	68			
В том числе:					
лекции	34	34			
практические	34	34			
лабораторные	-	-			
Самостоятельная работа	40	40			
Контроль - экзамен	36	36			
Итого:	144	144			

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Случайный опыт. Вероятностное пространство	Случайный опыт. Свойство статистической устойчивости частот. Математическое описание случайного опыта. Общее вероятностное пространство (система аксиом Колмогорова) Теорема об эквивалентных системах аксиом теории вероятностей. Конечное вероятностное пространство. Классическая схема. Дискретное вероятностное пространство

		Геометрическая модель. Свойства вероятностей случайных событий
1.2	Условная вероятность. Стохастическая независимость случайных событий. Независимые испытания	Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события Независимые испытания. Схема Бернулли
1.3	Случайные величины и векторы	Случайная величина: определение, примеры, распределение вероятностей случайной величины. Функция распределения случайной величины: определение, примеры, свойства. Выборочное вероятностное пространство. Непосредственно заданные случайные величины. Классификация случайных величин. Дискретные случайные величины (распределения): определение, примеры. Абсолютно непрерывные случайные величины (распределения): определение, примеры. Примеры дискретных распределений: $Bi, \gamma$ , гипергеометрическое, $P_0$ , вырожденное распределение, равномерное, логарифмическое. Связь биномиального и гипергеометрического распределений, связь биномиального распределения с распределением Пуассона. Примеры абсолютно непрерывных распределений: $R, N$ (функция Лапласа, связь с биномиальным распределением), распределение Парето, Г-распределение и его частные случаи: $\chi_n^2, \Pi, Er$ . Свойства показательного распределения. Случайный вектор: определение, примеры, распределение вероятностей случайного вектора, выборочное пространство. Классификация случайных векторов. Примеры дискретных и абсолютно непрерывных распределений. Маргинальные распределения Стохастическая независимость случайных величин: определение, критерии независимости случайных величин, примеры. Функция от случайного вектора
1.4	Числовые характеристики случайных величин и векторов	Математическое ожидание случайной величины: определение, свойства, примеры, математическое ожидание функции от случайного вектора. Математическое ожидание типовых дискретных распределений. Математическое ожидание типовых абсолютно непрерывных распределений Дисперсия случайной величины: определение, геометрический смысл, свойства, примеры. Дисперсия типовых дискретных распределений. Дисперсия типовых абсолютно непрерывных распределений. Моменты случайных величин Ковариационная матрица случайного вектора. Коэффициент корреляции. Многомерное нормальное распределение.
1.5	Предельные теоремы	Характеристическая функция случайной величины: определение, свойства, примеры Неравенства Маркова, Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Бернулли Следствия из закона больших чисел. Центральная предельная теорема Теорема Муавра-Лапласа. Применение теоремы Муавра-Лапласа
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Случайный опыт. Вероятностное пространство	Случайный опыт. Свойство статистической устойчивости частот. Математическое описание

		случайного опыта. Общее вероятностное пространство (система аксиом Колмогорова) Теорема об эквивалентных системах аксиом теории вероятностей. Конечное вероятностное пространство. Классическая схема. Дискретное вероятностное пространство Геометрическая модель. Свойства вероятностей случайных событий
2.2	Условная вероятность. Стохастическая независимость случайных событий. Независимые испытания	Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события Независимые испытания. Схема Бернулли Контрольная работа
2.3	Случайные величины и векторы	Случайная величина: определение, примеры, распределение вероятностей случайной величины. Функция распределения случайной величины: определение, примеры, свойства. Выборочное вероятностное пространство. Непосредственно заданные случайные величины. Классификация случайных величин. Дискретные случайные величины (распределения): определение, примеры. Абсолютно непрерывные случайные величины (распределения): определение, примеры. Примеры дискретных распределений: $Bi, \gamma$ , гипергеометрическое, $P_0$ , вырожденное распределение, равномерное, логарифмическое. Связь биномиального и гипергеометрического распределений, связь биномиального распределения с распределением Пуассона. Примеры абсолютно непрерывных распределений: $R, N$ (функция Лапласа, связь с биномиальным распределением), распределение Парето, Г-распределение и его частные случаи: $\chi_n^2, \Pi, Er$ . Свойства показательного распределения. Случайный вектор: определение, примеры, распределение вероятностей случайного вектора, выборочное пространство. Классификация случайных векторов. Примеры дискретных и абсолютно непрерывных распределений. Маргинальные распределения Стохастическая независимость случайных величин: определение, критерии независимости случайных величин, примеры. Функция от случайного вектора
2.4	Числовые характеристики случайных величин и векторов	Математическое ожидание случайной величины: определение, свойства, примеры, математическое ожидание функции от случайного вектора. Математическое ожидание типовых дискретных распределений. Математическое ожидание типовых абсолютно непрерывных распределений Дисперсия случайной величины: определение, геометрический смысл, свойства, примеры. Дисперсия типовых дискретных распределений. Дисперсия типовых абсолютно непрерывных распределений. Моменты случайных величин Ковариационная матрица случайного вектора. Коэффициент корреляции. Многомерное нормальное распределение.
2.5	Предельные теоремы	Характеристическая функция случайной величины: определение, свойства, примеры Неравенства Маркова, Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Бернулли

	Следствия из закона больших чисел. Центральная предельная теорема Теорема Муавра-Лапласа. Применение теоремы Муавра-Лапласа Контрольная работа
--	--

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Случайный опыт. Вероятностное пространство	6	6		8	20
02	Условная вероятность. Стохастическая независимость случайных событий. Независимые испытания	4	4		8	16
03	Случайные величины и векторы	12	12		8	32
04	Числовые характеристики случайных величин и векторов	8	8		8	24
05	Предельные теоремы	4	4		8	16
	Контроль					36
	Итого	34	34		40	144

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

1. Детальное изучение конспектов лекций
2. Выполнение практических заданий на занятиях
3. Выполнение домашних заданий с последующим разбором на занятиях моментов, вызывающих затруднения
4. Выполнение контрольных работ

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Буре В.М. Теория вероятностей и математическая статистика / В.М.Буре, Е.М. Парилина. – Санкт-Петербург : Лань, 2013, - 416 с. // Издательство «Лань» : электронно-библиотечная система. – URL: <a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Прохоров А.В. Задачи по теории вероятностей / А.В. Прохоров, В.Г. Ушаков. – М.: Наука, 1986. – 327 с.

2	Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей / А.М. Зубков, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков. – М.: Наука, 1989. – 319 с.
3	Гнеденко В.В. Курс теории вероятности / В.В. Гнеденко. – М.: Наука, 1988. – 400 с.
4	Волков И.К. Случайные процессы / Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. – М.: МГТУ, 2000. – 448 с.
5	Боровков А.А. Теория вероятностей / А.А. Боровков. – М.: УРСС, 2003. – 470 с.
6	Севастьянов В.А. Курс теории вероятностей и математической статистики / В.А. Севастьянов. – Ижевск : Ин-т компьютерных исследований, 2004. – 272 с.
7	Булинский А.В. Теория случайных процессов / А.В. Булинский, А.Н. Ширяев. – М.: Физматлит, 2003. – 399 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Источник
7	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ
8	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Стохастический анализ: учебно-методическое пособие / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2014. – 39 с.

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование учебной аудитории
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ

(<http://www.lib.vsu.ru>)

## 19. Фонд оценочных средств

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)

<p>ОПК-2 способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования</p>	<p><b>Знать:</b> основные понятия теории вероятностей: общее вероятностное пространство, свойства вероятностей случайных событий, стохастическая независимость случайных событий, случайных величины и векторы, их числовые характеристики, а также предельные теоремы  <b>Уметь:</b> строить стохастические модели обширного класса реальных физических явлений, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций  <b>Владеть:</b> владеть основами создания стохастических моделей</p>	<p>1.1-1.5</p>	<p>КИМ(Контрольная работа №1),  КИМ(Контрольная работа №2),  КИМ(экзамен)</p>
<p>ПК-9 способность выявлять естественную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовность использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат</p>	<p><b>Знать:</b> основные способы постановки задач не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций  <b>Уметь:</b> решать задачи теоретического и прикладного характера в рамках курса  <b>Владеть:</b> пониманием основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с теорией вероятностей</p>	<p>1.1-1.5</p>	<p>КИМ(Контрольная работа №1),  КИМ(Контрольная работа №2),  КИМ(экзамен)</p>
<p>ПК-10 способность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способность применить соответствующую процессу математическую модель и проверить её адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов</p>	<p><b>Знать:</b> основные способы постановки задач не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций  <b>Уметь:</b> применять полученную теоретическую базу для решения конкретных задач теории вероятностей  <b>Владеть:</b> методами исследования стохастических моделей</p>	<p>1.1-1.5</p>	<p>КИМ(Контрольная работа №1),  КИМ(Контрольная работа №2),  КИМ(экзамен)</p>
<p>ПК-11 готовность применять знания и навыки управления информацией</p>	<p><b>Знать:</b> основные понятия курса, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений  <b>Уметь:</b> грамотно работать с научной литературой с использованием новых информационных технологий  <b>Владеть:</b> навыками</p>	<p>1.1-1.5</p>	<p>КИМ(Контрольная работа №1),  КИМ(Контрольная работа №2),  КИМ(экзамен)</p>

	моделирования практических задач		
ПК-12 способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	<p><b>Знать:</b> основные понятия курса, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений</p> <p><b>Уметь:</b> грамотно работать с научной литературой с использованием новых информационных технологий</p> <p><b>Владеть:</b> навыками моделирования практических задач</p>	1.1-1.5	КИМ(Контрольная работа №1), КИМ(Контрольная работа №2), КИМ(экзамен)
<b>Промежуточная аттестация</b>			Экзамен

\* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<p>Оценка «отлично» выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Выполнение пяти требований к ответу на каждый вопрос экзаменационного билета:</p> <p>1) правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, законов, закономерностей, принципов; опора при ответе на исходные методологические положения; анализ основных теоретических материалов, описанных в различных источниках, связь теории с практикой; иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах);</p> <p>2) логическая последовательность изложения материала в процессе ответа;</p> <p>3) грамотное изложение материала на высоком научном уровне, высокая культура речи;</p> <p>4) наличие полных и обоснованных выводов;</p> <p>5) демонстрация собственной профессиональной позиции (творческое применение знаний в практических ситуациях, демонстрация убежденности, а не безразличия; демонстрация умения сравнивать, классифицировать, обобщать).</p> <p>2. Невыполнение одного из перечисленных требований (к одному из вопросов экзаменационного билета) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>3. <i>Невыполнение двух из перечисленных</i></p>	повышенный	<b>ОТЛИЧНО</b>

<p><i>требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</i></p>		
<p>Оценка «хорошо» выставляется в любом из трех случаев:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Невыполнение одного из требований к ответу (к одному из вопросов экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</li> <li>2. Невыполнение двух требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один дополнительный вопрос в пределах программы.</li> <li>3. <i>Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильные ответы не менее, чем на два дополнительных вопроса в пределах программы.</i></li> </ol>	<p>достаточный</p>	<p><b>ХОРОШО</b></p>
<p>Оценка «удовлетворительно» выставляется в любом из трех случаев:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Невыполнение двух требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</li> <li>2. Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один дополнительный вопрос в пределах программы.</li> <li>3. <i>Невыполнение четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильные ответы не менее, чем на два дополнительных вопроса в пределах программы.</i></li> </ol>	<p>пороговый</p>	<p><b>УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО</b></p>
<p>Оценка «неудовлетворительно» выставляется в любом из трех случаев:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Невыполнение более четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1).</li> <li>2. Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</li> <li>3. <i>Невыполнение четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один из не менее двух дополнительных вопросов в пределах программы.</i></li> </ol>	<p>–</p>	<p><b>НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО</b></p>

**19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:**

1. Случайный опыт. Свойство статистической устойчивости частот.
2. Математическое описание случайного опыта. Общее вероятностное пространство (система аксиом Колмогорова)
3. Теорема об эквивалентных системах аксиом теории вероятностей.
4. Конечное вероятностное пространство. Классическая схема. Дискретное вероятностное пространство
5. Геометрическая модель.
6. Свойства вероятностей случайных событий
7. Условные вероятности.
8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
9. Независимые события.
10. Независимые испытания. Схема Бернулли.
11. Случайная величина: определение, примеры, распределение вероятностей случайной величины.
12. Функция распределения случайной величины: определение, примеры, свойства. Выборочное вероятностное пространство. Непосредственно заданные случайные величины.
13. Классификация случайных величин.
14. Дискретные случайные величины (распределения): определение, примеры.
15. Абсолютно непрерывные случайные величины (распределения): определение, примеры.
16. Примеры дискретных распределений:  $Bi, \gamma$ , гипергеометрическое,  $P_0$ , вырожденное распределение, равномерное, логарифмическое.
17. Связь биномиального и гипергеометрического распределений.
18. Связь биномиального распределения с распределением Пуассона.
19. Примеры абсолютно непрерывных распределений:  $R, N$  (функция Лапласа, связь с биномиальным распределением), распределение Парето,  $\Gamma$ -распределение и его частные случаи:  $\chi_n^2, \Pi, Er$ . Свойства показательного распределения.
20. Случайный вектор: определение, примеры, распределение вероятностей случайного вектора, выборочное пространство.
21. Классификация случайных векторов.
22. Примеры дискретных и абсолютно непрерывных распределений.
23. Маргинальные распределения.
24. Стохастическая независимость случайных величин: определение, критерии независимости случайных величин, примеры.
25. Функция от случайного вектора.
26. Математическое ожидание случайной величины: определение, свойства, примеры, матожидание функции от случайного вектора.
27. Математическое ожидание типовых дискретных распределений.
28. Математическое ожидание типовых абсолютно непрерывных распределений
29. Дисперсия случайной величины: определение, геометрический смысл, свойства, примеры.
30. Дисперсия типовых дискретных распределений.
31. Дисперсия типовых абсолютно непрерывных распределений.
32. Моменты случайных величин
33. Ковариационная матрица случайного вектора.
34. Коэффициент корреляции.
35. Многомерное нормальное распределение.
36. Характеристическая функция случайной величины: определение, свойства, примеры
37. Неравенства Маркова, Чебышева.
38. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.
39. Следствия из закона больших чисел.
40. Центральная предельная теорема.
41. Теорема Муавра-Лапласа. Применение теоремы Муавра-Лапласа.

# **Контрольно-измерительный материал №1**

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 1**

1. Общее вероятностное пространство (система аксиом Колмогорова)
2. Случайный вектор: определение, примеры, распределение вероятностей случайного вектора, выборочное пространство

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В. Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 2**

1. Теорема об эквивалентных системах аксиом теории вероятностей.
2. Неравенства Маркова, Чебышева

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В. Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 3**

1. Конечное вероятностное пространство. Классическая схема
2. Центральная предельная теорема

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В. Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 4**

1. Вероятность объединения случайных событий
2. Математическое ожидание случайной величины: определение, свойства, примеры, мат. ожидание функции от случайного вектора

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В. Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 5**

1. Выборочное вероятностное пространство. Непосредственно заданные случайные величины
2. Функция от случайного вектора

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 6**

1. Дискретное вероятностное пространство
2. Характеристическая функция случайной величины: определение, свойства, примеры

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
Глушко А.В.

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 7**

1. Г-распределение и его частные случаи:  $\chi_n^2, N, Er$ . Свойства показательного распределения
2. Теорема Муавра-Лапласа

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 8**

1. Формула полной вероятности. Формула Байеса
2. Коэффициент корреляции: определение, геометрический смысл, свойства, примеры

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 9**

1. Полиномиальная схема
2. Моменты случайных величин

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В. Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 10**

1. Свойства вероятностей случайных событий (все, кроме вероятности объединения случайных событий)
2. Ковариационная матрица случайного вектора

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В. Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 11**

1. Независимые события
2. Применение теоремы Муавра-Лапласа

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В. Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 12**

1. Схема Бернулли
2. Дисперсия типовых абсолютно непрерывных распределений

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В. Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 13**

1. Связь биномиального и гипергеометрического распределений, связь биномиального распределения с распределением Пуассона
2. Классификация случайных векторов. Примеры дискретных и абсолютно непрерывных распределений

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 14**

1. Случайная величина: определение, примеры, распределение вероятностей случайной величины
2. Следствия из закона больших чисел

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 15**

1. Условные вероятности
2. Функция распределения случайного вектора

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 16**

1. Полиномиальная схема
2. Следствия из закона больших чисел

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей

А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика

Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей

Курс 2

Форма обучения очная

Вид аттестации промежуточная

Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 17**

1. Функция распределения случайной величины: определение, примеры, свойства
2. Закон больших чисел

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей

А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика

Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей

Курс 2

Форма обучения очная

Вид аттестации промежуточная

Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 18**

1. Классификация случайных величин
2. Моменты случайных величин

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей

А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика

Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей

Курс 2

Форма обучения очная

Вид аттестации промежуточная

Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 19**

1. Геометрическая модель
2. Многомерное нормальное распределение

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей

А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика

Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей

Курс 2

Форма обучения очная

Вид аттестации промежуточная

Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 20**

1. Дискретные случайные величины (распределения): определение, примеры
2. Стохастическая независимость случайных величин: определение, критерии независимости случайных величин, примеры

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 21**

1. Абсолютно непрерывные случайные величины (распределения):  
определения, примеры
2. Маргинальные распределения

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 22**

1. Примеры дискретных распределений:  $Bi, \gamma$ , гипергеометрическое,  
 $P_0$ , вырожденное распределение
2. Математическое ожидание типовых абсолютно непрерывных  
распределений

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 23**

1. Связь биномиального и гипергеометрического распределений, связь  
биномиального распределения с распределением Пуассона
2. Центральная предельная теорема

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика  
Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 24**

1. Примеры абсолютно непрерывных распределений:  $R, N$  (функция  
Лапласа, связь с биномиальным распределением), распределение  
Парето.
2. Дисперсия случайной величины: определение, геометрический  
смысл, свойства, примеры

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В.Михайлова

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой уравнений в частных  
производных и теории вероятностей  
А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 01.03.04 – Прикладная  
математика

Дисциплина Б1.Б.15 Теория вероятностей

Курс 2

Форма обучения очная

Вид аттестации промежуточная

Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 25**

1. Классификация случайных величин
2. Теорема Муавра-Лапласа

Преподаватель \_\_\_\_\_ И.В. Михайлова

### 19.3.2 Перечень практических заданий

1. Студент знает ответ на 20 теоретических вопросов из 30 и сможет решить 30 задач из 50. Определить вероятность того, что студент полностью ответит на билет, который состоит из двух теоретических вопросов и трех задач.

2. Производятся четыре независимых опыта Бернулли, причем вероятность успеха в каждом опыте равна 0.6. Случайная величина  $X$  - число успехов в четырех опытах. Составьте закон распределения случайной величины  $X$ .

3. Найти  $F(x, y)$ , маргинальные распределения, математическое ожидание, ковариационную матрицу и проверить стохастическую независимость координат случайного вектора  $(x, y)$ , если

$y_i$	-1	0	1
$x_i$			
7	0,15	0,21	0,24
9	0,18	0,2	0,02

### 19.3.3 Тестовые задания

### 19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ

#### Контрольная работа №1

##### Вариант № 5

1. Все грани куба раскрасили следующим образом: каждые две противоположные грани – одного цвета: красного, желтого или фиолетового; любые две грани, имеющие общее ребро, - различных цветов. Затем кубик распилили на 125 одинаковых кубиков и тщательно перемешали. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик имеет только одну окрашенную грань

2. В группе из 12 человек четверо имеют спортивные разряды. Случайным образом группа разбивается на две команды с одинаковым числом участников. Определить вероятность того, что в каждой команде окажется равное число разрядников

3. В цехе фабрики 30% продукции производится на первом станке, на втором – 25%, а остальная продукция – на третьем станке. Первый станок дает 1% брака, второй – 2%, третий – 3%. 1) Найти вероятность того, что случайно выбранная единица продукции оказалась бракованной. 2) Случайно выбранная единица продукции оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она произведена на третьем станке

#### Контрольная работа №2

##### Вариант № 5

1. Два стрелка стреляют по одной мишени, делая независимо друг от друга по два выстрела. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0.5, для второго - 0.6. Найдите закон распределения случайной величины  $X$ , равной общему числу попадания в мишень

2. Найти  $p$ , функцию распределения,  $MX$  и  $DX$ , если задан ряд распределения

$x_i$	-2	-1	2	4	5
$p_i$	0,1	$p$	0,1	0,2	0,3

3. Найти  $F(x, y)$ , маргинальные распределения, математическое ожидание, ковариационную матрицу и проверить стохастическую независимость координат случайного вектора  $(x, y)$ , если

$y_i$	3	5	11
$x_i$			
-3	0,05	0,35	0,15
2	0,2	0,14	0,11

### 19.3.5. Темы курсовых работ

### 19.3.6 Темы рефератов

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены *на оценивание*:

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

**Текущий контроль** предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных заданий и домашних работ, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях.

Формы, методы и периодичность текущего контроля определяет преподаватель.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками за контрольные работы.

**Промежуточная аттестация** предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория вероятностей» проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На экзамене оценивается уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

«ОТЛИЧНО» – обучаемый показывает высокий интеллектуальный и общекультурный уровень, глубокое и всестороннее знание предмета, все вопросы билета будут даны правильные исчерпывающие ответы, обучающийся аргументировано и логично излагает материал, правильно решает все предложенные практические задания.

«ХОРОШО» – обучаемый показывает свой интеллектуальный и общекультурный уровень, твердо знает предмет учебной дисциплины, логично излагает изученный материал, умеет применять теоретические знания для решения практических задания, но допустивший в ответах погрешности.

«УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» – обучаемый показывает свой общекультурный уровень, в основном знает предмет учебной дисциплины, знает основные определения и термины, имеет определенные знания предмета, практические задания решить не может

«НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» – степень освоения учебной дисциплины обучаемым не соответствует критериям, предъявляемым к оценке «удовлетворительно».