

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.В. Глушко
03.07.2018 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.05 Математика

05.03.01 Геология

Геохимия

Паспорт фонда оценочных средств по учебной дисциплине

Б1.Б.05 Математика

1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОК-7 способность к самоорганизации и самообразованию	Знать структуру самосознания, его роль в жизнедеятельности личности; методы и приемы самоорганизации и дисциплины в получении и систематизации знаний; методику самообразования	Разделы: Линейная алгебра, Аналитическая геометрия на плоскости, Введение в анализ, Дифференциальное исчисление, Интегральное исчисление	Устный опрос
	Уметь: развивать свой общекультурный и профессиональный уровень самостоятельно; самостоятельно приобретать и использовать новые знания и умения; самостоятельно оценивать роль новых знаний и навыков в образовательной, профессиональной деятельности; планировать и осуществлять свою деятельность с учетом результатов анализа, оценивать и прогнозировать последствия своей социальной и профессиональной деятельности.	Разделы: Линейная алгебра, Аналитическая геометрия на плоскости, Введение в анализ, Дифференциальное исчисление, Интегральное исчисление	Рефераты на предложенные темы
	Владеть навыками познавательной и учебной деятельности, навыками разрешения проблем; навыками поиска методов решения практических задач, применению различных методов познания; формами и методами самообучения и самоконтроля; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности 5. Работать с литературой и другими информационными источниками	Разделы: Линейная алгебра, Аналитическая геометрия на плоскости, Введение в анализ, Дифференциальное исчисление, Интегральное исчисление	Тестовые задания
ОПК-3 способность использовать в профессио-	Знать: основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитиче-	Разделы: Линейная алгебра, Аналитическая геометрия на плоскости, Введение	Устный опрос, Тестовые и/или практические зада-

нальной деятельности базовые знания математики и естественных наук	ской геометрии	в анализ, Дифференциальное исчисление, Интегральное исчисление, Функции нескольких переменных, Ряды	ния
	Уметь: применять математические методы при решении типовых профессиональных задач, использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения	Разделы: Линейная алгебра, Аналитическая геометрия на плоскости, Введение в анализ, Дифференциальное исчисление, Интегральное исчисление, Функции нескольких переменных, Ряды	Практические задания
	Владеть: методами построения математических моделей при решении профессиональных задач	Разделы: Линейная алгебра, Аналитическая геометрия на плоскости, Введение в анализ, Дифференциальное исчисление, Интегральное исчисление, Функции нескольких переменных, Ряды	Текущая и промежуточная аттестации (КИМы)
Промежуточная аттестация			Комплект КИМ

2. Описание шкалы, показателей и критериев оценивания компетенций (результатов обучения)

Компетенция	Показатель сформированности компетенции	Шкала и критерии оценивания уровня освоения компетенции			
		5	4	3	2
ОК-7 способность к самоорганизации и самообразованию	Знает структуру самосознания, его роль в жизнедеятельности личности, методы и приемы самоорганизации и дисциплины в получении и систематизации знаний, методику самообразования	Сформированные знания о структуре самосознания, о методах и приемах самоорганизации, о методике самообразования	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о структуре самосознания, о методах и приемах самоорганизации, о методике самообразования	Неполное представление о структуре самосознания, о методах и приемах самоорганизации, о методике самообразования	Фрагментарные знания или отсутствие знаний
	Умеет развивать свой общекультурный и профессиональный уровень самостоятельно, самостоятельно приобретать и использовать новые знания и умения, самостоятельно оценивать роль новых знаний и навыков в образовательной и профессиональной деятельности, планировать и осуществлять свою деятельность с учетом результа-	Сформированное умение развивать свой общекультурный и профессиональный уровень, самостоятельно приобретать и использовать новые знания и умения, оценивать роль новых знаний	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение развивать свой общекультурный и профессиональный уровень, самостоятельно приобретать и использовать новые знания и умения, оценивать роль новых знаний	Успешное, но не системное умение развивать свой общекультурный и профессиональный уровень, самостоятельно приобретать и использовать новые знания и умения, оценивать роль новых знаний	Фрагментарные умения или отсутствие умений

	тов анализа, оценивать и прогнозировать последствия своей социальной и профессиональной деятельности				
	Владеет навыками познавательной и учебной деятельности, навыками разрешения проблем, навыками поиска методов решения практических задач, формами самообучения и самоконтроля, самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности, работать с литературой и другими информационными источниками	Сформировано умение владеть навыками познавательной и учебной деятельности, навыками разрешения проблем, навыками поиска методов решения практических задач, формами самообучения и самоконтроля, самостоятельно строить процесс овладения информацией	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение владеть навыками познавательной и учебной деятельности, навыками разрешения проблем, навыками поиска методов решения практических задач, формами самообучения и самоконтроля, самостоятельно строить процесс овладения информацией	Успешное, но не системное умение владеть навыками познавательной и учебной деятельности, навыками разрешения проблем, навыками поиска методов решения практических задач, формами самообучения и самоконтроля, самостоятельно строить процесс овладения информацией	Фрагментарные умения или отсутствие умений
ОПК – 3 способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания математики и естественных наук	Знает основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии	Сформированы знания основных понятий и методов математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии.	Успешное, но содержащее отдельные пробелы знаний основных понятий и методов математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии	Успешное, но не системное умение владеть знаниями основных понятий и методов математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии	Фрагментарные умения или отсутствие умений

	Умеет применять математические методы при решении типовых профессиональных задач, использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Оценка «отлично» выставляется, если студент в полном объеме и правильно ответил на все вопросы контрольно-измерительного материала (как на теоретическую, так и на практическую части)	Обучающийся полностью владеет знаниями учебного материала, успешно выполняя предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно и в полном объеме ответил на все теоретические вопросы билета, но не допустил погрешности в практических примерах	Обучающийся владеет знаниями основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент знает все определения по контрольно-измерительному материалу и может решить хотя бы один практический пример	Обучающийся не владеет основами учебного материала, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка "неудовлетворительно" ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине
	Владеет методами построения математических моделей при решении профессиональных задач	Всесторонне владеет методами построения математических моделей при решении математических задач	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение владеть методами построения математических моделей при решении математических задач	Успешное, но не системное умение владеть методами построения математических моделей при решении математических задач	Фрагментарные умения или отсутствие умений

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание:

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных заданий и домашних работ, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях.

Формы, методы и периодичность текущего контроля определяет преподаватель.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено».

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» проводится в форме зачета и экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины «Математика» и степень сформированности компетенции.

На экзамене оценивается уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

«ОТЛИЧНО» – обучаемый показывает высокий интеллектуальный и общекультурный уровень, глубокое и всестороннее знание предмета, все вопросы билета будут даны правильные исчерпывающие ответы, обучающийся аргументировано и логично излагает материал, правильно решает все предложенные практические задания.

«ХОРОШО» – обучаемый показывает свой интеллектуальный и общекультурный уровень, твердо знает предмет учебной дисциплины, логично излагает изученный материал, умеет применять теоретические знания для решения практических задания, но допустивший в ответах погрешности.

«УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» – обучаемый показывает свой общекультурный уровень, в основном знает предмет учебной дисциплины, знает основные определения и термины, имеет определенные знания предмета, практические задания решить не может

«НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» – степень освоения учебной дисциплины обучаемым не соответствует критериям, предъявляемым к оценке «удовлетворительно»

«Зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание.

Обязательным условием выставленной оценки является правильное решение предложенных примеров (60%) Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.

«Не зачтено» Выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.

Приложение
Примерный перечень оценочных средств

№ п/п	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценки
1	2	3	4
1	Устный опрос Собеседование	Вопросы по темам/разделам дисциплины	
2	Тестовые задания	Содержит 8 тестовых вопросов, за правильный ответ на каждый из которых дается 1 балл	– оценка «зачтено» выставляется, если безошибочно выполнено не менее 55% заданий; – оценка «не зачтено» выставляется, если выполнено менее 55% заданий.
3	Практическое задание	Практические задания по темам/разделам дисциплины	оценка «отлично» выставляется студенту, если выполнены все практические задания оценка «хорошо» выставляется студенту, если он решил все практические задания, но допустил погрешности в вычислениях оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он решил 50% предложенных практических заданий оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не может решать практические задания
4	КИМ промежуточной аттестации	Контрольно-измерительный материал содержит два вопроса теоретической части и два вопроса практической	Шкалы оценивания приведены в разделе 3

Примерный перечень вопросов к экзамену

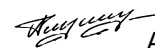
1. Матрицы. Операции над матрицами
2. Определитель матрицы. Свойства определителей
3. Обратная матрица
4. Решение систем линейных уравнений
5. Введение координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении
6. Вектор. Абсолютная величина и направление вектора. Координаты вектора
7. Сложение векторов
8. Умножение вектора на число
9. Коллинеарные векторы
10. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
11. Скалярное произведение вектор
12. Угол между векторами
13. Общий вид уравнения прямой на плоскости
14. Уравнения перпендикулярности и параллельности двух прямых. Уравнение прямой в нормальной форме
15. Полярные координаты
16. Кривые второго порядка: окружность
17. Кривые второго порядка: эллипс
18. Кривые второго порядка: гипербола
19. Кривые второго порядка: парабола
20. Числовая последовательность. Предел последовательности. Лемма о двух милиционерах
21. Теорема о сумме и произведении сходящихся последовательностей
22. Теорема о частном сходящейся последовательности
23. Бесконечно большая последовательность. Монотонные последовательности. Число e
24. Функция. Предел функции. Теоремы о пределах
25. Производная функции. Дифференциал функции. Теорема о дифференцируемости функции.
- Связь между непрерывностью и дифференцируемостью
26. Таблица производных
27. Дифференцирование арифметических выражений
28. Геометрический смысл производной и дифференциала
29. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя
30. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла
31. Таблица неопределенных интегралов
32. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле
33. Метод замены переменной в неопределенном интеграле
34. Метод неопределенных коэффициентов
35. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница
36. Метод замены переменной в определенном интеграле
37. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле
38. геометрические приложения определенного интеграла
39. Вектор. Векторное пространство. Векторное произведение
40. Функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Теоремы о пределах
41. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал
42. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции
43. Производная по заданному направлению. Градиент
44. Частные производные высших порядков
45. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума
46. Числовой ряд. Сходимость числового ряда. Свойства числовых рядов
47. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Знакоположительные ряды
48. Первый признак сравнения
49. Второй признак сравнения
50. Признак Коши. Признак Даламбера. Интегральный признак
51. Обобщенный гармонический ряд
52. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признак Лейбница для знакочередующегося ряда

53. Степенной ряд. Теорема Абеля. Радиус и область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов

Примерная структура теста (вариант теста)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.В. Глушко
03.07.18

1 семестр

1. Определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ равен: а) -201 б) 210 в) 204
2. Какая из следующих матриц будет размером 2×3 : а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
3. Даны точки $A(-4; 5)$ и $B(1; -3)$. Вектор $\overrightarrow{AB}$ будет иметь координаты а) $\{3; 4\}$ б) $\{5; -8\}$ в) $\{-5; 8\}$
4. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB} = (5; 1)$ и $\overrightarrow{BC} = (-9; -13)$ равно: а) 56 б) -58 в) $\cos \frac{\pi}{6}$
5. Прямые $y = kx + 1$ и $2x + y - 11 = 0$ перпендикулярны при k , равном:
а) -0,5 б) 2 в) -2 г) 0,5
6. Если прямая задана общим уравнением $6x + 2y - 7 = 0$, то ее угловой коэффициент равен:
7. Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ равен: а) 0,6 б) 20 в) 0,75 г) 1,25
8. Центр окружности $x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = 0$ находится в точке:
а) $D(-1; 1)$ б) $D(1; 1)$ в) $O(1; -1)$ г) $O(-1; -1)$

2 семестр

1. Общий член числовой последовательности $1; \frac{4}{6}; \frac{5}{9}; \dots$ имеет вид:
а) $a_n = \frac{4n-1}{3n}$; б) $a_n = \frac{3n-2}{2n-1}$; в) $a_n = (-1)^{n+1} \frac{4n-1}{3n}$; г) $a_n = \frac{n+2}{3n}$
2. Предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4-n^2}{3+n^2}$ равен а) -1 б) 1 в) 0
3. Производная функции $y = \sin 3x$ равна а) $\cos 3x$ б) $3 \cos 3x$ в) $-3 \cos 3x$ г) $-\cos 3x$
4. Производная функции $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ в точке $x = 2$ равна: а) -1 б) $\frac{1}{16}$ в) $-\frac{1}{16}$ г) $\frac{1}{4}$
5. Известно, что $F(x)$ - первообразная функции $f(x)$. Тогда неопределённым интегралом $\int f(x) dx$ называется ...
1) первообразная $F(x)$ 2) сумма $F(x) + f(x)$ 3) совокупность всех первообразных $F(x) + C$
4) совокупность всех функций вида $f(x) + C$
 C - произвольная постоянная.

6. Вычисление $\int 2xe^{x^2} dx$ сводится к вычислению табличного интеграла следующей заменой переменной

интегрирования... 1. $x = t$ 2. $t = \sqrt{x}$ 3. $t = x^2$ 4. $t = \frac{1}{x}$

7. $\int_0^{\pi} x \cos x dx$ равен ... 1) 0 2) -2 3) $\pi - 2$ 4) π

8. Интеграл $\int_1^2 x^2 dx$ равен... а) 3 б) 7 в) $\frac{3}{7}$ г) $\frac{7}{3}$

3 семестр

1. Частная производная $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$ функции двух переменных $z = x^4 - 4y^4$ равна

а) $4x^3 - 16y^3$ б) $4x^3$ в) x^3 г) $-16x^2$

2. Частная производная $\frac{\partial z(x, y)}{\partial y}$ функции двух переменных $z = 3x^2 y$ равна

а) $6x$ б) $4x^2$ в) $6xy + 3x^2$ г) $-16y^2$

3. Значение $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$ функции $z = 3x^2 y$ в точке $M(1; 4)$ равно а) 3 б) 24 в) 45 г) 8

4. Ряд $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$ является: а) сходящимся б) расходящимся

5. Если числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$ сходится, а $S_n = \sum_{i=1}^n a_i$ – его частичная сумма, то:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$ б) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$ в) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n < S$ г) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n > S$

6. Пусть даны два знакоположительных числовых ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$. Если при всех $n \in \mathbb{N}$ выполнены

оценки $a_n \leq b_n$ и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$:

а) является сходящимся б) является расходящимся в) может быть как сходящимся, так и расходящимся

7. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ равен а) 1 б) 5 в) $+\infty$

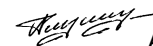
8. Установите соответствие между знакопеременными рядами и видами их сходимости.

1	Абсолютно сходится	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 4}$	1
2	Условно сходится	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n + 1}$	2
3	Расходится	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln n$	3

Пример практических заданий

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.В. Глушко

03.07.2018

Тема «Элементы линейной алгебры»

1. Решить систему
$$\begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ 4x - 2y + z = 15 \\ -x - y + 4z = -1 \end{cases}$$
2. Посчитать определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
3. Найти обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
4. Найти значение матричного многочлена $f(x) = x^2 + 3x - 1$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & -4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
5. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

Тема «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Дано $\vec{a} = \{3; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; 1\}$. Найти $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $2\vec{a}$; $\frac{1}{2}\vec{b}$
2. Вычислить длину вектора $\overline{AB}$, если даны точки $A(-3; 5)$ и $B(1; -3)$
3. Найти квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$, если известно $\vec{a} = (2; 6)$; $\vec{b} = (8; 4)$
4. Найти скалярное произведение векторов $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$, если $A(-2; 4)$; $B(3; 5)$; $C(-6; -8)$
5. Даны три вершины треугольника $A(-2; 4)$; $B(3; 5)$; $C(-6; -8)$. Найти угол ABC .
6. Найти полярные координаты точки $M(1; -\sqrt{3})$
7. Найти прямоугольные координаты точки A , полярные координаты которой $A\left(-3; \frac{5\pi}{4}\right)$

Тема «Линии первого порядка. Различные виды уравнения прямой»

1. Написать уравнение прямой, проходящей через точки $A(-3; 5)$ и $B(6; 0)$
2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; 6)$ параллельно и перпендикулярно прямой $2x - 3y + 6 = 0$
3. Определить угол между прямыми $y = -3x + 7$ и $y = 2x + 1$
4. Показать, что прямые $3x - 5y + 7 = 0$ и $10x + 6y - 3 = 0$ перпендикулярны
5. Показать, что прямые $2x - 3y + 1 = 0$ и $4x - 6y - 5 = 0$ параллельны
6. Дан треугольник ABC с координатами $A(-2; 4)$; $B(3; 5)$; $C(-6; -8)$. Найти уравнение стороны AC ; уравнение высоты BH ; уравнение медианы AM ; уравнение прямой, проходящей через вершину C , параллельно стороне AB ; площадь треугольника ABC

Тема «Кривые второго порядка»

1. Написать уравнение окружности с центром в точке $O(2; -3)$ и радиусом, равным 6
2. Показать, что $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ является уравнением окружности. Найти ее центр и радиус

3. Какую линию определяет уравнение $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$
4. Построить эллипс $9x^2 + 25y^2 = 225$
5. Дано уравнение $24x^2 + 49y^2 = 1176$. Найти длины его полуосей, координаты фокусов, эксцентриситет эллипса
6. Дано уравнение $5x^2 - 4y^2 = 20$. Доказать, что это гипербола. Найти ее характеристики. Сделать чертеж
7. Составить каноническое уравнение гиперболы, если а) $2c=10, a=3$ б) $c=3, e=1,5$
8. Парабола $y^2 = 2px$ проходит через точку $A(2; 4)$ Определить ее параметр p
9. Дана кривая $y^2 - 2y + 4x + 9 = 0$. Доказать, что данная кривая – парабола

Тема «Последовательность. Пределы»

1. Написать первые четыре члена последовательности $\{x_n\}$, если $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$
2. Зная несколько членов последовательности $\{x_n\}$, написать формулу общего члена
 $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{3}, x_3 = \frac{1}{5}, x_4 = \frac{1}{7}, \dots$
3. Написать последовательность $\alpha x_n + \beta y_n$, если $x_n = (\sqrt{2})^n, y_n = 1, \alpha = \sqrt{2}, \beta = -5$
4. Вычислить последовательность $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n^3 - 2n - 1}{4n^2 - 2n^3 + \frac{1}{5}n^5 + 5}$
5. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right)$
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}$
7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 7x}{7 \sin 3x}$
8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{6x} \right)^{3x}$

Тема «Производная функции»

1. Таблица производных
2. Вычислить производную $y = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 5x$
3. Вычислить производную $y = x^2 \sin^2 7x + \arctg \ln x$
4. Вычислить производную третьего порядка $y = \sin 3x^2$
5. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя :
а). $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 5x^2 + 2x + 8}{x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 2x + 15}$; б). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$ в). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2 \arctg x - 5}$

Тема «Неопределенный интеграл»

1. Таблица неопределенных интегралов
2. Вычислить $\int \left(x + \sqrt{x} - 3x^2 + \frac{2}{x^3} - \frac{1}{\sin^2 x} + \operatorname{tg} 5 \right) dx$
3. Вычислить $\int x e^{x^2} dx$
4. Вычислить $\int \cos 5x dx$
5. Вычислить $\int x^2 e^{-x} dx$
6. Вычислить $\int \sin 5x \sin 7x dx$

7. Вычислить $\int \frac{(x^2 - 6x + 8) dx}{x^3 + 8}$

8. Вычислить $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$

9. Вычислить $\int \frac{3 - 2 \operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx$

Тема «Определенный интеграл»

1. Вычислить определенный интеграл $\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx$

3. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 e^{2x} dx$

4. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi} e^x \sin x dx$

5. Исследовать несобственный интеграл на сходимость, если сходится вычислить значение $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$

Тема «Функции двух переменных»

1. Найти $\operatorname{grad} u$ и $|\operatorname{grad} u|$: $u = x^2 + y^2$ в точке $M(1; -1)$

2. Найти дифференциал второго порядка функции $z = y^2 \ln x$

3. $z = e^x \cos y$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

4. Найти частные производные второго порядка $z = x^4 + 5x^3y + 3xy^4 - x + 2y - 8$

5. Найти экстремум функции $z = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y$

6. Найти дифференциал второго порядка функции $z = e^x \sin 3y$

7. Найти экстремум следующей функции $z = xy - x^2y - xy^2$

Тема «Ряды»

1. Является ли сходящимся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$? Ответ обосновать

2. Является ли сходящимся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 9}{n - 3}$? Ответ обосновать.

3. Является ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$ абсолютно сходящимся? Ответ обоснуйте.

4. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{5n}$

5. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n x^{3n}}{5n+17}$.

6. Исследовать ряд на сходимость: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{3n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+6}$

7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-3)^n$

Пример контрольно-измерительного материала

заведующий кафедрой уравнений в частных производных
и теории вероятностей

УТВЕРЖДАЮ

А.В. Глушко

Направление подготовки / специальность 05.03.01 Геология,

Дисциплина Б1.Б.05 Математика

Форма обучения Заочная

Вид контроля Экзамен

Вид аттестации Промежуточная

Контрольно-измерительный материал № 2

1. Матрицы. Операции над матрицами
2. Неопределенный интеграл. Правила интегрирования
3. Найти экстремум следующей функции $z = 3x^3 + y^2 + 4xy - x + 2$
4. Установите соответствие между знакопеременными рядами и видами их сходимости.

1	Абсолютно сходится	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$
2	Условно сходится	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}$
3	Расходится	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2$

Преподаватель Л.Б. Райхельгауз

Ответ на контрольно-измерительный материал № 2

1. Матрицы. Операции над матрицами

Матрица – это прямоугольная таблица каких-либо элементов. Матрицы обычно обозначают прописными латинскими буквами A, B, C .

Виды матриц.

Определение. Матрица размера $n \times n$ называется квадратной. Число n называется порядком матрицы.

Пример. $A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ – квадратная матрица порядка 2 или матрица второго порядка.

Определение. Матрица θ называется нулевой, если все ее элементы равны нулю.

Пример. $\theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Определение. Матрица, состоящая из одной строки, называется вектор-строкой, а матрица, состоящая из одного столбца, – вектор-столбцом.

Пример. $D = (7 \ 3 \ -12 \ 0 \ 34)$ – вектор-строка, $C = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ – вектор-столбец.

Определение. Квадратная матрица D называется диагональной, если все ее элементы, стоящие вне главной диагонали, равны нулю.

Пример. $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \text{diag}(1; 0; 3).$

Замечание. Диагональные элементы матрицы (т.е. элементы, стоящие на главной диагонали) могут также равняться нулю.

Определение. Скалярной называется диагональная матрица S , у которой все ее диагональные элементы равны между собой.

Пример. $S = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ – скалярная матрица.

Замечание. Если нулевая матрица является квадратной, то она также является и скалярной.

Определение. Единичной матрицей E_n называется скалярная матрица порядка n , диагональные элементы которой равны 1.

Пример. $E_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$ – единичная матрица.

Замечание. Для сокращения записи порядок единичной матрицы можно не писать, тогда единичная матрица обозначается просто E .

Действия с матрицами:

1. Действие первое. Вынесение «минуса» из матрицы (внесение минуса в матрицу).

Например, мы рассмотрим матрицу $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -5 & 4 & -7 \\ 6 & -4 & -6 \end{pmatrix}$, в которой слишком много отрицательных чисел. Вынесем минус за пределы матрицы, сменив у **каждого** элемента матрицы знак:

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -5 & 4 & -7 \\ 6 & -4 & -6 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 5 & -4 & 7 \\ -6 & 4 & 6 \end{pmatrix}. \text{ У нуля знак не меняется.}$$

Или другой пример: $E = - \begin{pmatrix} -4 & 13 & -6 \\ -17 & 5 & 7 \\ -3 & -4 & -15 \end{pmatrix}$. Выглядит некрасиво. Внесем «минус» в матрицу, также сменив у каждого элемента матрицы знак:

$$E = - \begin{pmatrix} -4 & 13 & -6 \\ -17 & 5 & 7 \\ -3 & -4 & -15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -13 & 6 \\ 17 & -5 & -7 \\ 3 & 4 & 15 \end{pmatrix}.$$

2. Действие второе. Умножение матрицы на число.

Для того чтобы умножить матрицу на число, нужно каждый элемент матрицы умножить на данное число.

Пример. $3 \cdot \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 12 & 3 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 7 & 3 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & -3 \\ 21 & 0 \end{pmatrix}.$

3. Действие третье. Транспонирование матрицы.

Для того чтобы транспонировать матрицу, нужно ее строки записать в столбцы транспонированной матрицы.

Пример. Транспонировать матрицу: $D = (7 \ 3 \ -12 \ 0 \ 34)$.

Строка здесь всего одна и, согласно правилу, ее нужно записать в столбец: $D^T = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ -12 \\ 0 \\ 34 \end{pmatrix}$.

Это транспонированная матрица.

Транспонированная матрица обычно обозначается надстрочным индексом T или штрихом справа сверху.

4. Действие четвертое. Сумма (разность) матриц.

Для выполнения сложения (вычитания) матриц, необходимо, чтобы они были одинаковыми по размеру. Например, если дана матрица «два на два», то ее можно складывать (вычитать) только с матрицей «два на два» и никакой другой. Для того чтобы сложить матрицы, необходимо сложить их соответствующие элементы.

$$\begin{aligned} F + G &= \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 15 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 + (-4) & -1 + (-3) \\ -5 + 15 & 0 + 7 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 12 - 4 & -1 - 3 \\ -5 + 15 & 0 + 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 10 & 7 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Разности матриц правило аналогичное, необходимо найти разность соответствующих элементов.

$$\begin{aligned} A - H &= \begin{pmatrix} 3 & 5 & -17 \\ -1 & 0 & 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 & 3 & -15 \\ -5 & -7 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - (-4) & 5 - 3 & -17 - (-15) \\ -1 - (-5) & 0 - (-7) & 10 - 0 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 3 + 4 & 5 - 3 & -17 + 15 \\ -1 + 5 & 0 + 7 & 10 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 4 & 7 & 10 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

5. Действие пятое. Умножение матриц.

Чтобы матрицу A можно было умножить на матрицу B нужно, чтобы число столбцов матрицы A равнялось числу строк матрицы B . При умножении переставлять матрицы нельзя!

Определение. Произведением матрицы A порядка $p \times n$ и матрицы B порядка $n \times q$ называется такая матрица C порядка $p \times q$, каждый элемент которой равен сумме произведений элементов i -той строки матрицы A на соответствующие элементы j -того столбца матрицы B , то есть $c_{ij} = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \dots + a_{in} \cdot b_{nj}$, $i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, q$

Пример. $K \cdot L = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $m = n$ – значит, умножать данные матрицы можно. А

вот если матрицы переставить местами, то тогда умножение будет невозможно.

Умножим матрицу $K = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ на матрицу $L = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Приведем формулу для этого случая:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a_1 c_1 + b_1 c_2 \\ a_2 c_1 + b_2 c_2 \end{pmatrix}. \\ K \cdot L &= \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \cdot 3 + 1 \cdot (-1) \\ 5 \cdot 3 + 4 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 - 1 \\ 15 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 11 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Матрицы размеров 2×2 умножаем по формуле

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 & d_1 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1c_1 + b_1c_2 & a_1d_1 + b_1d_2 \\ a_2c_1 + b_2c_2 & a_2d_1 + b_2d_2 \end{pmatrix}.$$

Матрицы третьего порядка умножаются по формуле:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1d_1 + b_1d_2 + c_1d_3 \\ a_2d_1 + b_2d_2 + c_2d_3 \\ a_3d_1 + b_3d_2 + c_3d_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 & f_1 & g_1 \\ d_2 & f_2 & g_2 \\ d_3 & f_3 & g_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1d_1 + b_1d_2 + c_1d_3 & a_1f_1 + b_1f_2 + c_1f_3 & a_1g_1 + b_1g_2 + c_1g_3 \\ a_2d_1 + b_2d_2 + c_2d_3 & a_2f_1 + b_2f_2 + c_2f_3 & a_2g_1 + b_2g_2 + c_2g_3 \\ a_3d_1 + b_3d_2 + c_3d_3 & a_3f_1 + b_3f_2 + c_3f_3 & a_3g_1 + b_3g_2 + c_3g_3 \end{pmatrix}$$

2. Неопределенный интеграл. Правила интегрирования

Функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$, если $F'(x) = f(x)$ или $dF(x) = f(x)dx$.

Определение. Неопределенным интегралом от функции $f(x)$ (или от выражения $f(x)dx$) называется совокупность всех ее первообразных.

Обозначение: $\int f(x)dx = F(x) + C$,

Здесь $\int$ – знак интеграла, $f(x)$ – подынтегральная функция, $f(x)dx$ – подынтегральное выражение, x – переменная интегрирования.

Отыскание неопределенного интеграла называется интегрированием функции.

Правила интегрирования

1. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$

2. $d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx$

3. $\int dF(x) = F(x) + C$

4. $\int af(x)dx = a \int f(x)dx, a = const$

5. $\int [f_1(x) \pm f_2(x)]dx = \int f_1(x)dx \pm \int f_2(x)dx$

6. $\left. \begin{aligned} \int [f_1(x) \cdot f_2(x)]dx &= \int f_1(x)dx \int f_2(x)dx \\ \int [f_1(x) : f_2(x)]dx &= \int f_1(x)dx \int f_2(x)dx \end{aligned} \right\} - \text{нет!!!}$

7. Если $\int f(x)dx = F(x) + C$ и $u = \varphi(x)$, то $\int f(u)du = F(u) + C$

3. Найти экстремум следующей функции $z = 3x^3 + y^2 + 4xy - x + 2$

Найдем частные производные первого порядка

$$\frac{\partial z}{\partial x} = (3x^3 + y^2 + 4xy - x + 2)'_x = 9x^2 + 4y - 1$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = (3x^3 + y^2 + 4xy - x + 2)'_y = 2y + 4x$$

Теперь, в соответствии с достаточным условием экстремума функции двух переменных, находим точки, которые удовлетворяют условию

$$\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 9x^2 + 4y - 1 = 0 \\ 2y + 4x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 9x^2 + 4y - 1 = 0 \\ 2y = -4x \end{cases} \quad \begin{cases} 9x^2 + 4y - 1 = 0 \\ y = -2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x^2 + 4(-2x) - 1 = 0 \\ y = -2x \end{cases} \quad \begin{cases} 9x^2 - 8x - 1 = 0 \\ y = -2x \end{cases}$$

Выпишем отдельно первое уравнение системы и найдем его корни:

$$9x^2 - 8x - 1 = 0$$

$$D = 64 + 36 = 100, \quad \sqrt{D} = 10,$$

$$x_{1/2} = \frac{8 \pm 10}{18}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -\frac{1}{9}$$

После подстановки этих значений во второе уравнение системы, находим значения y :

$$\begin{cases} x_1 = 1, \quad y_1 = -2 \\ x_2 = -\frac{1}{9}, \quad y_2 = \frac{2}{9} \end{cases}.$$

Таким образом, мы получили две точки $M_1(1; -2)$ и $M_2\left(-\frac{1}{9}; \frac{2}{9}\right)$, в которых продолжаем исследование функции z на экстремум.

Теперь найдем все вторые частные производные от функции z :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = (9x^2 + 4y - 1)'_x = 18x$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (2y + 4x)'_y = 2$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (9x^2 + 4y - 1)'_y = 4, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = (2y + 4x)'_x = 4$$

Теперь для каждой из точек $M_1(1; -2)$ и $M_2\left(-\frac{1}{9}; \frac{2}{9}\right)$ установим наличие экстремума функции z (для этого вычислим значения вторых производных и найдем знак Δ в указанных точках):

а) для точки $M_1(1; -2)$:

$$A = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right)_{M_1} = 18 \cdot 1 = 18, \quad B = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)_{M_1} = 4, \quad C = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right)_{M_1} = 2$$

Находим знак Δ :

$$\Delta = AC - B^2 = 18 \cdot 2 - 4^2 = 36 - 16 = 20 > 0.$$

Т.к. $\Delta > 0$ и $A > 0$, следовательно, функция $z = 3x^3 + y^2 + 4xy - x + 2$ имеет минимум в точке $M_1(1; -2)$

$$z_{\min} = 3 \cdot 1^2 + (-2)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (-2) - 1 + 2 = 3 + 4 - 8 + 1 = 0$$

б) для точки $M_2\left(-\frac{1}{9}; \frac{2}{9}\right)$:

$$A = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right)_{M_2} = 18 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = -2, \quad B = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)_{M_2} = 4, \quad C = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right)_{M_2} = 2$$

$$\Delta = AC - B^2 = (-2) \cdot 2 - 4^2 = -4 - 16 = -20 < 0$$

Так как $\Delta < 0$, то функция $z = 3x^3 + y^2 + 4xy - x + 2$ в точке $M_2\left(-\frac{1}{9}; \frac{2}{9}\right)$ не имеет

ни минимума, ни максимума.

Ответ: в точке $M_1(1; -2)$ функция $z = 3x^3 + y^2 + 4xy - x + 2$ имеет минимум и $z_{\min} = 0$.

3. Установите соответствие между знакопеременными рядами и видами их сходимости.

1	Абсолютно сходится	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$
2	Условно сходится	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}$
3	Расходится	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2$

1. Рассмотрим ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$ - это знакочередующийся ряд.

Проверим его на выполнение условия Лейбница:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{8} > \dots$$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0 \Rightarrow$ ряд сходится условно. Проверим его на абсолютную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} : \text{ по признаку Д'Аламбера имеем } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2^{n+1}}}{\frac{1}{2^n}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^n}{2^{n+1}} = \frac{1}{2} < 1. \text{ Следовательно,}$$

но, ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$ сходится абсолютно

2. Рассмотрим ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}$ - это знакочередующийся ряд.

Проверим его на выполнение условия Лейбница:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \dots$$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0 \Rightarrow$ ряд сходится условно. Проверим его на абсолютную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} : \text{ по признаку Д'Аламбера имеем } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n+2}}{\frac{1}{n+1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n+2} = 1. \text{ Следовательно,}$$

ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}$ сходится только условно.

3. Рассмотрим ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2$ - это знакочередующийся ряд.

Проверим его на выполнение условия Лейбница:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 = -1 + 4 - 9 + \dots$$

$$1 < 4 < 9 < \dots$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = \infty \Rightarrow$ условие Лейбница не выполнено и ряд расходится.

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2$ расходится.

Темы рефератов

1 семестр: - Матрицы и определители

- Матрицы. Действия с матрицами
- Обратная матрица
- Способы решения систем линейных уравнений
- Матрицы и линейные операции над ними
- Векторы. Действия над ними
- Прямая на плоскости
- Линии на плоскости
- Элементы аналитической геометрии на плоскости
- Кривые второго порядка. Окружность
- Кривые второго порядка. Эллипс
- Кривые второго порядка. Гипербола
- Кривые второго порядка. Парабола

2 семестр: - Предел функции и предел последовательности

- Пределы: определения, история развития, применение пределов
- Вычисление пределов
- Замечательные пределы
- Исследование функции с помощью производной
- Полное исследование функций и построение графиков
- Интеграл и его свойства
- Методы вычисления неопределенных интегралов
- Определенный интеграл. Методы вычисления определенных интегралов
- Интеграл и его применение

Оценка «зачтено» выставляется студенту за реферат, который

- правильно оформлен, т.е. содержит введение, основную часть, заключение и литературу. Введение подразумевает вводную часть, подчеркивает актуальность работы, цели и задачи, поставленные для ее выполнения. В заключении обобщены все выводы и подчеркнута, что цель работы достигнута. Введение и заключение обязаны быть авторскими. Полностью раскрыта тема реферата

В противном случае реферат будет не зачтен.

3 семестр: - Функции нескольких переменных

- Предел и непрерывность функции нескольких переменных
- Частные производные
- Частные производные высших порядков

Оценка «отлично» выставляется студенту в случае, если реферат правильно оформлен, полностью раскрыта тема реферата, студент проявил самостоятельность в написании работы.

Оценка «хорошо» выставляется студенту в случае, если реферат правильно оформлен, полностью раскрыта тема реферата.

Оценка «удовлетворительно» ставится студенту в случае, если реферат оформлен правильно, но совсем полно раскрыта тема.

Во всех других случаях выставляется оценка «неудовлетворительно».