

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
функционального анализа  
и операторных уравнений

Каменский М.И.

подпись, расшифровка подписи

\_\_\_.\_\_\_.2018г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.Б.11 Дифференциальные уравнения

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:** 02.03.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки/специализация:**
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составитель программы:** Петрова Любовь Петровна, к.ф.-м.н.
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол № 0500-07 от 3.07.2018
- 8. Учебный год:** 2018-2019 **Семестр:** третий
- 9. Цели и задачи учебной дисциплины:**  
Целью курса является ознакомление студентов с основными понятиями и методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений.  
Задачами курса являются:
  - 1) изучение типов уравнений, интегрируемых в квадратурах;
  - 2) изучение теорем о существовании и единственности решения задачи Коши;
  - 3) изучение теории линейных дифференциальных уравнений;
  - 4) знакомство с основными фактами теории устойчивости.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** : дисциплина относится к профессиональному циклу и является обязательной дисциплиной базовой (обще-professionalной) части данного цикла.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Дифференциальные уравнения»:

- математический анализ (производная и дифференциал функции, неопределенный и определенный интегралы, частные производные, непрерывность, формула Тейлора, числовые и функциональные ряды);
- линейная алгебра (матрицы, определители, теоремы о разрешимости линейных систем).

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» является необходимой для усвоения учебных курсов по уравнениям в частных производных, методам вычислений, вариационному исчислению и методам оптимизации, теоретической механике.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОК-7	способность к самоорганизации и к самообразованию.	<p><b>Знать:</b> содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p>
ОПК-1	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики.	<p><b>Знать:</b> основные задачи, понятия, и утверждения курса «Дифференциальные уравнения»;</p> <p><b>Уметь:</b> применять аппарат дифференциальных уравнений в других областях знаний;</p> <p><b>Владеть:</b> навыками решения конкретных профессиональных задач с помощью средств изученных в данном курсе.</p>
ОПК-2	способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением	<p><b>Знать:</b> теоретические обоснования применения тех или иных методов решения дифференциальных уравнений;</p> <p><b>Уметь:</b> решать основные типы дифференциальных уравнений;</p> <p><b>Владеть:</b> методами приближённых решений дифференциальных уравнений.</p>

	информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	
ОПК-3	способность к самостоятельной научно-исследовательской работе.	<b>Знать:</b> теоретическую базу исследования устойчивости дифференциальных уравнений; <b>Уметь:</b> применять теорию устойчивости в практических задачах; <b>Владеть:</b> навыками самостоятельно исследования устойчивости дифференциальных уравнений.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 8/288.**

**Форма промежуточной аттестации — зачёт, экзамен**

### 13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		3-й семестр
Аудиторные занятия	136	136
в том числе: лекции	68	68
практические		
лабораторные	68	68
Самостоятельная работа	116	116
Форма промежуточной аттестации (зачет – час. / экзамен – час.)	зачёт, экзамен - 36	зачёт, экзамен - 36
Итого:	288	288

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Элементарная теория.	Постановка задач, основные понятия. Уравнения с разделёнными переменными. Линейные дифференциальные первого порядка и оператор сдвига по траекториям их решений. Различные трактовки симметричных уравнений.
		Уравнения с разделёнными переменными.
		Линейные дифференциальные первого порядка и оператор сдвига по траекториям их решений.
		Различные трактовки симметричных уравнений.
		Уравнения в полных дифференциалах
		Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям
	Методы приближённого решения дифференциальных уравнений	
1.2	Задача Коши.	Теорема Коши-Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши нормальной системы в полосе, последовательные приближения.

		Другие теоремы о существовании и единственности решения.
		Оператор сдвига по траекториям нормальной системы, его свойства и особенности для автономных систем.
1.3	Линейные системы.	Общие решения линейных однородных и неоднородных систем, автономных систем.
		Линейные дифференциальные уравнения, их общие решения.
		Краевые задачи.
1.4	Устойчивость.	Устойчивость линейных систем. Приведённая система. Критерии устойчивости.
		Устойчивость особых точек нелинейных систем. Теоремы об устойчивости и неустойчивости по первому приближению
		Фазовые портреты особых точек двумерных систем.
<b>2. Практические занятия</b>		
<b>3. Лабораторные работы</b>		
3.1	Элементарная теория.	Решение уравнений с разделяющимися переменными и приводящихся к ним.
		Решение однородных уравнений и приводимых к однородным.
		Решение линейных уравнений первого порядка и уравнений Бернулли.
		Решение уравнений в полных дифференциалах, поиск интегрирующего множителя.
		Понижение порядка уравнений, поиск решения неразрешённых относительно производной уравнений.
3.2	Задача Коши.	Проверка выполнения условий теорем существования и единственности для нормальных систем..
		Построение последовательных приближений и оператора сдвига.
3.3	Линейные системы.	Поиск общего решения линейных систем с постоянными коэффициентами.
		Поиск общего решения линейных уравнений с простоянными коэффициентами.
3.4	Устойчивость.	Проверка устойчивости по определениям.
		Проверка критериев устойчивости для линейных систем.
		Проверка устойчивости по первому приближению.
		Определение характера фазовых портретов двумерных систем.

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Элементарная теория.	18		18	30	66
2	Задача Коши.	18		18	30	66
3	Линейные системы.	16		16	28	60
4	Устойчивость.	16		16	28	60
	Итого:	68		68	116	252

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется:

- изучать основную и дополнительную литературу;
- разбирать и изучать конспекты лекций;
- выполнять контрольные задания для закрепления теоретического материала;

- выполнять практические задания с применением теоретического материала.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	<b>Петровский, Иван Георгиевич.</b> Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : [учебное пособие для физ.-мат. фак. ун-тов] / И.Г. Петровский .— М. : Физматлит, 2009 .— 207 с. : ил. — (Классика и современность. Математика) .— ISBN 978-5-9221-1144-7.
2.	<b>Боровских, Алексей Владиславович.</b> Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям / А.В. Боровских, А.И. Перов .— М. ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика : Институт компьютерных исследований, 2004 .— 540 с. : ил. — (Университетские учебники и учебные пособия) .— Библиогр.: с.537-540 .— ISBN 5-93972-327-6.
3.	<b>Филиппов, Алексей Федорович.</b> Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов .— 8-е изд., доп. — М. : Интеграл-Пресс, 1998 .— 207 с. : ил., табл. — ISBN 5-89602-010-4 : 15.70.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4.	<b>Арнольд, Владимир Игоревич.</b> Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений : Учеб. пособие для физико-мат. спец. вузов / В. И. Арнольд .— М. : Наука: Физматлит, 1978 .— 304 с. : ил.
5.	<b>Красносельский, Марк Александрович.</b> Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений / М.А. Красносельский .— М. : Наука, 1966 .— 331 с. : ил. — (Современные проблемы математики) .

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : конспекты лекций, вопросы и задачи : [пособие для студ. специальности 02.03.01, для студ. 2 к. днев. отд-ния]. Ч. 1. Элементарная теория / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: И.Н. Прядко , Л.П. Петрова] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовые файлы .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-219.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-219.pdf</a> >.
2.	Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : конспекты лекций, вопросы и задачи : [пособие для студентов специальности 02.03.01, для студентов 2 курса дневного отделения]. Ч. 2. Задачи Коши / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : И.Н. Прядко , Л.П. Петрова] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовые файлы .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-220.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-220.pdf</a> >.

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : конспекты лекций, вопросы и задачи : [пособие для студ. специальности 02.03.01, для студ. 2 к. днев. отд-ния]. Ч. 1. Элементарная теория / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: И.Н. Прядко , Л.П. Петрова] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовые файлы .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-219.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-219.pdf</a> >.
2.	Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : конспекты лекций, вопросы и задачи : [пособие для студентов специальности 02.03.01, для студентов 2 курса дневного отделения]. Ч. 2. Задачи Коши / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : И.Н. Прядко , Л.П. Петрова] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовые файлы .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-220.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-220.pdf</a> >.
3.	<b>Филиппов, Алексей Федорович.</b> Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов .— 8-е изд., доп. — М. : Интеграл-Пресс, 1998 .— 207 с. : ил., табл. — ISBN 5-89602-010-4 : 15.70.

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы**

Нет

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Лекционная аудитория, аудитории для лабораторных работ, компьютер, мультимедийный проектор, доска (мел, маркеры).

**19. Фонд оценочных средств:**

**19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
<p><b>ОК-7</b></p> <p>способность к самоорганизации и к самообразованию</p>	<p><b>Знать:</b> содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p>	<p>Разделы 1-4</p>	<p>Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольные работы 1-2</p>
<p><b>ОПК-1</b></p> <p>готовность использовать фундаментальные</p>	<p><b>Знать:</b> основные задачи, понятия, и утверждения курса «Дифференциальные уравнения»;</p>	<p>Разделы 1-3</p>	<p>Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольные работы 1-2</p>

знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики.	<b>Уметь:</b> применять аппарат дифференциальных уравнений в других областях знаний;		
	<b>Владеть:</b> навыками решения конкретных профессиональных задач с помощью средств изученных в данном курсе.		
ОПК-2 способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	<b>Знать:</b> теоретические обоснования применения тех или иных методов решения дифференциальных уравнений;	Разделы 1-4	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольные работы 1-2
	<b>Уметь:</b> решать основные типы дифференциальных уравнений;		
	<b>Владеть:</b> методами приближённых решений дифференциальных уравнений.		
ОПК-3 способность к самостоятельной научно-исследовательской работе	<b>Знать:</b> теоретическую базу исследования устойчивости дифференциальных уравнений;	Разделы 1-4	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольные работы 1-2
	<b>Уметь:</b> применять теорию устойчивости в практических задачах;		
	<b>Владеть:</b> навыками самостоятельно исследования устойчивости дифференциальных уравнений.		
Промежуточная аттестация			зачёт
Промежуточная аттестация			экзамен

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачёте и экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание определений основных объектов изучения и основных утверждений курса дифференциальных уравнений;
- 2) умение применять теоретические знания в практических задачах;
- 3) владение теоретическими основами дисциплины, умение грамотно проводить доказательства теорем и иллюстрировать их примерами.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

	Уровень	
--	---------	--

Критерии оценивания компетенций	сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим материалом данного курса, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области обыкновенных дифференциальных уравнений</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, или не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в доказательствах теорем</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки</i>	<i>–</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

### **19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **19.3.1 Перечень вопросов к экзамену**

1. Определение ОДУ.
2. Определение решения ОДУ.
3. Определение следования и эквивалентности ОДУ.
4. Определение интеграла и полного интеграла ОДУ.
5. Определение общего решения ОДУ.
6. Теорема об уравнении с разделенными переменными.
7. Утверждение об общем решении ЛОУ.
8. Свойства решений ЛУ.
9. Оператор сдвига по траекториям ЛУ (определение и формулировка утверждения о решении задачи Коши для (ЛУ) с доказательством).
10. Утверждение о решении симметричного уравнения (в различных трактовках).
11. Определение УПД и ПФ.
12. Теорема об интегрировании УПД.
13. Признак полного дифференциала и алгоритм нахождения ПФ.
14. Интегрирующий множитель (определение и пример).
15. Уравнение колебательного контура.
16. Математическая модель системы «хищник-жертва».
17. Уравнение механического гармонического осциллятора.
18. Уравнение маятника.
19. Метод изоклин (описание и пример). Определения интегральной кривой и изоклины.
20. Метод ломаных Эйлера (описание и пример).
21. Формулировка теоремы Коши–Пикара.
22. Пример отсутствия локальной разрешимости.
23. Пример отсутствия глобальной разрешимости.
24. Пример отсутствия единственности.
25. Лемма об эквивалентном интегральном уравнении.
26. Определение последовательных приближений.
27. Лемма о сближении.



28. Лемма о сходимости.
29. О непрерывности предела и лемма об оценке погрешности  $n$ -го приближения.
30. Лемма о существовании.
31. Лемма о единственности (о простоте).
32. Теоремы Коши–Пикара с переменной константой Липшица.
33. Формулировка локальной теоремы Коши–Пикара.
34. Теорема Коши–Пикара для уравнения  $n$ -го порядка.
35. Формулировка теоремы Пеано; интегральная воронка.
36. Теорема Коши–Пикара для комплексной нормальной системы.
37. Комплексификация.
38. Определение оператора сдвига для (НС).
39. Простейшие свойства оператора сдвига.
40. Свойства оператора сдвига для нормальной автономной системы.
41. Теорема существования и единственности для ЛС.
42. Теорема об ОС для ЛОС со следствием о разрешающем операторе.
43. Теорема о структуре множества решений ЛОС.
44. Определение (фср) ЛОС, (фм) и (нфм).
45. Утверждение о решениях и ОС для ЛС.
46. Теорема о (нфм) ЛАОС (экспонента матрицы, метод последовательных приближений для ЛАОС).
47. Дополнительное свойство матричной экспоненты (свойства матричной экспоненты).
48. Экспонента жордановой клетки.
49. Теорема о (фср) ЛАОС.
50. Теорема о выделении вещественных решений.
51. Сведение уравнения  $n$ -го порядка к системе.
52. Общее решение ЛНУ $n$ .
53. Теорема о (фср) ЛАОУ $n$ .
54. Краевая задача на собственные значения (формулировка результата).
55. Пример функции Грина для неоднородной краевой задачи.
56. Определение устойчивости по Ляпунову.
57. Определение асимптотической устойчивости и асимптотической устойчивости в целом.
58. Определение экспоненциальной устойчивости и экспоненциальной устойчивости в целом.
59. Утверждение о приведенной системе и утверждение о (ПС) для (ЛС).
60. Теорема об оценке нормы матричной экспоненты.
61. Критерий устойчивости ЛСПК.
62. Критерий Гурвица.
63. Критерий Михайлова в двух трактовках с доказательством их эквивалентности (переместить в раздел задач).
64. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
65. Теорема Ляпунова о неустойчивости по первому приближению.
66. Лемма Гронуолла - Беллмана.
67. Теорема о липшицевости оператора сдвига.

### 19.3.2 Перечень практических заданий

1. Является ли функция  $\varphi(t) = |t|$  решением ОДУ  $t x' = x$  на промежутке  $[-1, 1]$ ?
2. Пусть функции  $x = \varphi(t)$  и  $x = \psi(t)$  являются решениями уравнения  $x' = f(t, x)$  на отрезках  $[-1, 0]$  и  $[0, 1]$ , соответственно, и  $\varphi(0) = \psi(0)$ . Является ли функция  $x = \begin{cases} \varphi(t), & \text{если } t \in [-1, 0], \\ \psi(t), & \text{если } t \in [0, 1] \end{cases}$  решением этого уравнения на отрезке  $[-1, 1]$ ?
3. Верно ли следующее утверждение: если уравнение  $x' = f(t, x)$  есть следствие уравнения  $x' = g(t, x)$ , то любой интеграл первого уравнения является интегралом второго?
4. Верно ли следующее утверждение: если уравнение  $x' = f(t, x)$  есть следствие уравнения  $x' = g(t, x)$ , то любое решение первого уравнения является решением второго? А наоборот?
5. Как выглядят изоклины уравнений  $x' = g(x)$  и  $x' = f(t)$ ?
6. Если  $x = \varphi_1(t)$  и  $x = \varphi_2(t)$  – решения уравнения  $x' = |x|$ , а  $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , то является ли функция  $x = \lambda_1 \varphi_1(t) + \lambda_2 \varphi_2(t)$  решением этого уравнения?
7. Найдите все решения уравнения  $x' = 2\sqrt{|x|}$ .

8. Являются ли уравнения  $\frac{dx}{dt} = x$  и  $x \frac{dt}{dx} = 1$  эквивалентными в обычной и симметричной трактовках?
9. Приведите пример функции, удовлетворяющей уравнению  $x'' dx + \omega^2 x dx = 0$ , но не являющейся решением уравнения  $x'' + \omega^2 x = 0$ , ( $\omega^2 \neq 0$ ).
10. Если уравнения  $g_1(t, x) dx + h_1(t, x) dt = 0$  и  $g_2(t, x) dx + h_2(t, x) dt = 0$  являются на  $\mathbb{R}^2$  УПД, то можно ли утверждать, что уравнение  $[g_1(t, x) + g_2(t, x)] dx + [h_1(t, x) + h_2(t, x)] dt = 0$  также есть УПД?
11. Если ОДУ имеет интеграл вида  $t^2 + x^2 = C$ , то можно ли утверждать, что любое решение этого ОДУ ограничено?
12. Может ли функция  $x = \sin t$  быть решением уравнения вида  $\dot{x} = f(x)$  на отрезке  $[0, \pi]$ ? А на отрезке  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ?
13. Покажите, что задача Коши

$$x' = (\operatorname{tg} t) \cdot \sin(t+x), \quad x(0) = 0$$

имеет на интервале  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  единственное решение.

14. Найдите решение *интегрального уравнения*

$$x(t) = 1 + \int_0^t x(s) ds.$$

15. Задача Коши

$$tx' = x, \quad x(0) = 0$$

имеет по крайней мере два решения  $x = 0$  и  $x = t$ . Почему этот факт не противоречит теореме Коши–Пикара?

16. Можно ли утверждать, что задача

$$\dot{x} = \cos|x| + t, \quad x(1) = 0$$

имеет на  $\mathbb{R}$  единственное решение?

17. На каком максимальном промежутке задача

$$\dot{x} = y + \operatorname{ctg} t, \quad \dot{y} = -\sin x, \quad x(1) = y(1) = 0$$

имеет единственное решение?

18. Если в условиях теоремы Коши–Пикара третье последовательное приближение совпадает с четвертым, то можно ли утверждать, что оно является точным решением рассматриваемой задачи?
19. Если в условиях теоремы Коши – Пикара третье последовательное приближение совпадает с пятым, то можно ли утверждать, что оно является точным решением рассматриваемой задачи?
20. Если в условиях теоремы Коши–Пикара второе последовательное приближение совпадает с первым, то может ли первое не совпадать с нулевым (начальным)?
21. Методом последовательных приближений найти точное решение задачи

$$\dot{x}_1 = -x_2, \quad \dot{x}_2 = x_1, \quad x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = 0.$$

22. Докажите, что общее решение уравнения  $\dot{z} = az$  ( $a, z \in \mathbb{C}$ ) выражается формулой  $z = Ce^{at}$  ( $C \in \mathbb{C}$ ).
23. У нормальных систем  $\dot{x} = f(t, x)$ ,  $\dot{x} = \hat{f}(t, x)$  операторы сдвига определены при всех  $t_0, t \in \mathbb{R}$ ,  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  и совпадают:  $g_{t_0}^t x_0 = \hat{g}_{t_0}^t x_0$ . Можно ли утверждать, что правые части данных систем совпадают?
24. Может ли формула  $g_{t_0}^t x_0 = e^{t^2 - t_0^2} x_0$  задавать оператор сдвига по траекториям автономного уравнения?
25. Почему равенство

$$g_{t_0}^t \begin{pmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{t-t_0} (x_{01} - 1) + 1 \\ e^{t-t_0} x_{02} \end{pmatrix}$$

не может определять оператор сдвига по траекториям линейной однородной системы, для которой выполнены УК?

26. Найдите  $G_1(1)$  для уравнения  $x' = tx$ .

27. Одним из решений уравнения  $x' = x + \cos t - t(\cos t + \sin t)$  является функция  $x = t \cos t$ . Найдите общее решение этого уравнения.

28. Является ли матрица  $\Phi(t) = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$  фундаментальной для системы  $x'_1 = x_2, x'_2 = -x_1$ ?

29. Может ли матрица  $\Phi(t) = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$  быть фундаментальной для какой-нибудь линейной однородной системы?

30. Могут ли матрицы-функции  $\Phi(t) = \begin{pmatrix} e^t & 2e^{2t} \\ 2e^t & e^{2t} \end{pmatrix}$ ,  $\Psi(t) = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix}$  быть фундаментальными для одной и той же (ЛОС)?

31. Докажите, что задача Коши

$$t^2 x'' + t x' + x = 0, \\ x(t_0) = x_0, \quad x'(t_0) = x_1$$

имеет единственное решение на любом промежутке, не содержащем точку 0.

32. Верно ли, что краевая задача

$$x'' + x = 1, \quad x(0) = x(\pi) = 0$$

имеет единственное решение?

#### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе математического факультета Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме устного опроса по теоретической части курса и в форме решения практических задач. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования и Положением о балльно-рейтинговой системе математического факультета.

Промежуточная аттестация (зачет) проводится в форме ответов на теоретические вопросы и решения задач из контрольно-измерительных материалов.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

# ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Направление/специальность 02.03.01 Математика и компьютерные науки  
Дисциплина Б1.Б.11 Дифференциальные уравнения  
Профиль подготовки  
Форма обучения очная  
Учебный год 2018-2019

---

---

Ответственный исполнитель

зав. каф. функционального  
анализа и операторных уравнений

\_\_\_\_\_ Каменский М.И. \_\_\_\_ 20\_\_

Исполнители

доцент каф. функционального  
анализа и операторных уравнений

\_\_\_\_\_ Петрова Л.П. \_\_\_\_ 20\_\_

СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП ВО  
по направлению/специальности

\_\_\_\_\_ 20\_\_

Зав.отделом обслуживания ЗНБ

\_\_\_\_\_ 20\_\_

---

---

Программа рекомендована НМС математического факультета, протокол №0500-06 от 30.06.2018