

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
функционального анализа
и операторных уравнений

Каменский М.И.
подпись, расшифровка подписи

26.06.2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.10 Модели разрывных нелинейностей

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:** 02.03.01
математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки/специализация:**
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр
- 4. Форма образования:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Петрова Любовь Петровна, к.ф.-м.н., математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол №0500-07 от 03.07.2018
- 8. Учебный год** 2018-2019 **Семестр:** пятый

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью курса является ознакомление студентов с основными понятиями и методами теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью и с нечёткой правой частью, дифференциальных включений с максимальными монотонными операторами, Задачами курса являются:

1) изучение свойств максимальных монотонных операторов и вопроса существования и единственности решения задачи Коши дифференциального включения с максимальным монотонным оператором;

- 2) изучение свойств многозначных функций и теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши дифференциального уравнения с разрывной правой частью;
- 3) изучение основ теории нечётких множеств и отношений, знакомство с понятием нечёткого решения задачи Коши для дифференциального уравнения с нечёткой правой частью;
- 4) знакомство с основными фактами теории инвариантности и устойчивости динамических систем с нечёткостью.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к профессиональному циклу и является обязательной дисциплиной вариативной части данного цикла.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Модели разрывных нелинейностей»:

- дифференциальные уравнения (условия существования и единственности задачи Коши, понятия устойчивости решения, условия устойчивости решений);
- функциональный анализ (норма, гильбертово пространство, интеграл Лебега, абсолютная непрерывность).

Дисциплина «Модели разрывных нелинейностей» является специальным курсом, расширяющим понятие решения специальных видов нелинейных дифференциальных уравнений.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Знать: основные понятия и определения курса. Уметь: находить схожесть и отличие в понятиях. Владеть: навыком обобщения результатов нескольких утверждений.
ПК-2	способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Знать: постановки классических задач математики; Уметь: корректно формулировать текущие задачи курса; Владеть: достаточным математическим аппаратом для описания возможностей решения поставленной задачи.
ПК-3	способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знать: определения и утверждения, предшествующие данной теореме; Уметь: выбрать ранее изученные факты, на которых необходимо строить доказательство рассматриваемой теоремы; Владеть: навыком строгого обоснования шагов доказательства через ранее доказанные факты и определения.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 4/144.

Форма промежуточной аттестации — экзамен

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		5-й семестр
Аудиторные занятия	68	68
в том числе: лекции	34	34
практические		
лабораторные	34	34
Самостоятельная работа	40	40
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час. / экзамен – __ час.)	2 контрольные работы экзамен - 36	2 контрольные работы экзамен - 36
Итого:	144	144

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	. Дифференциальные включения с максимальными монотонными операторами	Основные понятия. Свойства максимальных монотонных операторов, их резольвент и аппроксимаций Иосиды. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциального включения с максимальным монотонным оператором.
1.2	Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью.	Понятие решения дифференциального исключения. Элементы выпуклого анализа. Многозначные функции и их свойства. Теорема о существовании решения задачи Коши.
1.3	Дифференциальные уравнения с нечеткой правой частью.	Основные понятия теории нечетких множеств и отношений. Понятие нечеткого решения дифференциального уравнения с нечеткой правой частью. Вопросы инвариантности и устойчивости решений нечетких динамических систем.
2. Практические занятия		
2.1	. Дифференциальные включения с максимальными монотонными операторами	Определение свойств монотонности и максимальной операторов. построение для таких операторов резольвент и аппроксимаций Иосиды. Решение аппроксимирующих уравнений.
2.2	Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью.	Определение свойств непрерывности в метрике Хаусдорфа и полунепрерывности сверху для примеров многозначных операторов. Поиск приближенных решений дифференциальных включений методом ломанных Эйлера.
2.3	Дифференциальные уравнения с нечеткой правой частью.	Решение задач на действия с нечёткими множествами. Выполнение арифметических операций с нечёткими числами. Решение простых дифференциальных уравнений с нечёткими коэффициентами.
3. Лабораторные работы		

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	. Дифференциальные	10		10	12	32

	включения с максимальными монотонными операторами					
2	Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью.	14		14	16	44
3	Дифференциальные уравнения с нечеткой правой частью.	10		10	12	32
	Итого:	34		34	40	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется:

- изучать основную и дополнительную литературу;
- разбирать и изучать конспекты лекций;
- выполнять контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- выполнять практические задания с применением теоретического материала.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Обен, Жан-Пьер. Прикладной нелинейный анализ = <i>Applied nonlinear analysis</i> / Ж.-П. Обен, И. Экланд ; пер. с англ. Б.С. Дарховского, Г.Г. Магарил-Ильяева с предисл. В.М. Тихомирова .— М. : Мир, 1988 .— 510 с.
2.	Филиппов, Алексей Федорович. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А. Ф. Филиппов .— М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985 .— 222, [2] с.
3.	<i>Michel De Glas, "Invariance and stability of fuzzy systems", J. of Math. Analysis and Applications, vol. 99, 1984, pp. 299-319.</i>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4.	Пшеничный, Борис Николаевич. Выпуклый анализ и экстремальные задачи / Б.Н. Пшеничный .— М. : Наука, 1980 .— 319 с.
5.	Соболев, Владимир Иванович. Лекции по дополнительным главам математического анализа / В.И. Соболев .— М. : Наука, 1968 .— 288 с.
6.	Кофман, Арнольд. Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман ; Пер. с фр. В. Б. Кузьмина; Под ред. С. И. Травкина .— М. : Радио и связь, 1982 .— 431, [1] с.

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Обен, Жан-Пьер. Прикладной нелинейный анализ = <i>Applied nonlinear analysis</i> / Ж.-П. Обен, И. Экланд ; пер. с англ. Б.С. Дарховского, Г.Г. Магарил-Ильяева с предисл. В.М. Тихомирова .— М. : Мир, 1988 .— 510 с.
2.	Филиппов, Алексей Федорович. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А. Ф. Филиппов .— М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985 .— 222, [2] с.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Нет

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, аудитории для лабораторных работ, компьютер, мультимедийный проектор, доска (мел, маркеры).

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ПК-1 способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Знать: основные понятия и определения курса.	Разделы 1-3	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольные работы 1-2
	Уметь: находить схожесть и отличие в понятиях.		
	Владеть: навыком обобщения результатов нескольких утверждений.		
ПК-2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	Знать: постановки классических задач математики.	Разделы 1-4	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольные работы 1-2
	Уметь корректно формулировать текущие задачи курса.		
	Владеть: достаточным математическим аппаратом для описания возможностей решения поставленной задачи.		
ПК-3 способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знать: определения и утверждения, предшествующие данной теореме.	Разделы 1-4	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольные работы 1-2
	Уметь выбрать ранее изученные факты, на которых необходимо строить доказательство рассматриваемой теоремы.		
	Владеть: навыком строго обоснования шагов доказательства через ранее доказанные факты и определения.		
Промежуточная аттестация			экзамен

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание определений основных объектов изучения и основных утверждений курса дискретной математики;
- 2) умение применять теоретические знания в практических задачах;
- 3) владение теоретическими основами дисциплины, умение грамотно проводить доказательства теорем и иллюстрировать их примерами

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

	Уровень	
--	---------	--

Критерии оценивания компетенций	сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим материалом данного курса, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, или не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в доказательствах теорем</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки</i>	<i>–</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

1. Понятия монотонного и максимального монотонного оператора, его резольвенты и аппроксимации Иосиды.
2. Свойства максимальных монотонных операторов, резольвенты и аппроксимации Иосиды.
3. Теорема о существовании и единственности решения задачи Каши с максимальным монотонным оператором. Доказательство единственности.
4. Понятия β – расстояния и α – расстояния, выпуклой оболочки множества и ε – окрестности. Теорема Каратеодори.
5. Понятие β – непрерывности и α – непрерывности.
6. Лемма о среднем значении.
7. Доопределение (а) кусочно непрерывной функции.
8. β – непрерывность доопределения (а).
9. Понятие δ – решения дифференциального включения.
10. Лемма о пределе равномерно сходящейся последовательности δ – решений.
11. Теорема о существовании решения задачи Коши с β – непрерывной многозначной правой частью (с доказательством).
12. Определение нечётких множеств, отношений между нечёткими множествами, операций над нечёткими множествами, характеристик нечётких множеств.
13. Определение значений функций от нечётких аргументов по принципу Заде и α – уровневому принципу, нечёткая арифметика.
14. Определение нечётких бинарных отношений и операций с ними, композиции нечётких отношений и их свойства..
15. Понятие решения задачи Коши с нечёткой правой частью.

19.3.2 Перечень практических заданий

1. Определить является ли однозначная убывающая функция монотонным оператором.
2. Определить является ли однозначная возрастающая функция монотонным оператором.
3. Определить является ли оператор $A: \mathbb{R} \rightarrow 2^{\mathbb{R}}$, заданный формулой $A(x) = [x-2, x-1]$, монотонным.

4. Определить является ли оператор $A: \mathbb{R} \rightarrow 2^{\mathbb{R}}$, заданный формулой $A(x) = \text{sign } x$ тоже является монотонным оператором.
5. Определить является ли монотонный оператор $A(x) = \text{sign } x$ максимальным.
6. Определить является ли монотонный оператор $A(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0, \\ [-1, 1] & \text{при } x = 0, \\ -1 & \text{при } x < 0. \end{cases}$ максимальным.
7. Для максимальных монотонных операторов из предыдущих примеров построить резольвенты и аппроксимации Иосиды с различными значениями λ (например, с 1, 0.5, 0.25) и сделать выводы о их тенденции при уменьшении значений λ .
8. Найти решения аппроксимирующих автономных дифференциальных уравнений (с аппроксимациями Иосиды, построенными в предыдущем задании) и сделать вывод о характере изменения решений с уменьшением значений λ .

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе математического факультета Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме устного опроса по теоретической части курса и в форме решения практических задач. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования и Положением о балльно-рейтинговой системе математического факультета.

Промежуточная аттестация (зачет) проводится в форме ответов на теоретические вопросы и решения задач из контрольно-измерительных материалов.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.