


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
функционального анализа  
и операторных уравнений

 Каменский М.И.  
подпись, расшифровка подписи  
\_\_\_.\_\_\_.2018г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.В.06 Системы с диодными нелинейностями

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:** 02.04.01  
математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки/специализация:** математическое и компьютерное моделирование
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** магистр
- 4. Форма образования:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Исполнители программы:** Петрова Любовь Петровна, к.ф.-м.н., математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол № 0500-07 от 3.07.2018
- 8. Учебный год** 2018-2019 **Семестр:** второй

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:**

Целью курса является ознакомление студентов с системами с диодными нелинейностями и задачами, приводящими к этим системам. Задачами курса являются:

- 1) изучение некоторых вопросов теории выпуклых множеств, конусов и гранёных конусов;
- 2) знакомство с оператором диодной нелинейности и его свойствами;
- 3) изучение вопросов существования и единственности решения задачи Коши для систем с диодными нелинейностями (СДН);
- 4) изучение вопросов о периодических решениях СДН и их устойчивости.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина относится к профессиональному циклу и является обязательной дисциплиной (общей) части данного цикла.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Дифференциальные уравнения», «Модели систем с разрывными нелинейностями»:  
 – дифференциальные уравнения (решения задачи Коши, устойчивость решения);  
 – модели систем с разрывными нелинейностями (определение решений задачи Коши с разрывной правой частью и дифференциального включения);

Дисциплина «Системы с диодными нелинейностями» является специальным курсом, расширяющим понятие систем дифференциальных уравнений со специальной правой частью.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	<b>Знать:</b> основные понятия и определения курса. <b>Уметь:</b> находить новые задачи в рамках курса. <b>Владеть:</b> навыком исследования и решения новых задач
ОПК-2	способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	<b>Знать:</b> принцип построения модели в виде системы с диодной нелинейностью (СДН); <b>Уметь</b> находить задачи, допускающие модель в виде СДН; <b>Владеть:</b> навыками исследования моделей с помощью математического аппарата и компьютерных технологий
ОПК-3	готовность самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов	<b>Знать:</b> программные средства компьютерной реализации математической модели ; <b>Уметь</b> создавать программы, реализующие СДН в среде прикладных программных средств; <b>Владеть:</b> навыками исследования математических моделей с помощью компьютерных технологий.
ОК-1	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	<b>Знать:</b> основные понятия курса; <b>Уметь</b> выбрать ранее изученные факты для формирования гипотезы; <b>Владеть:</b> навыком анализа гипотезы и оценки области её применения.
ОК-3	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала	<b>Знать:</b> средства поиска нужной для самообразования информации; <b>Уметь</b> выбирать нужную информацию, изучать её и применять в решении поставленных задач; <b>Владеть:</b> навыком постановки новых задач.
ПК-1	способность к интенсивной научно-исследовательской работе	<b>Знать:</b> основные методы постановки и анализа задач; <b>Уметь</b> выбирать нужный теоретический аппарат для исследования задач; <b>Владеть:</b> навыком формализации задачи и построения их математических моделей.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 3/108.**

## Форма промежуточной аттестации — экзамен

### 13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		2-й семестр
Аудиторные занятия	32	32
в том числе: лекции	16	16
практические		
лабораторные	16	16
Самостоятельная работа	40	40
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час. / экзамен – __ час.)	1 контрольная работа, курсовая работа, экзамен - 36	1 контрольная работа, курсовая работа, экзамен - 36
Итого:	108	108

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Выпуклые множества, конуса.	Свойства выпуклых множеств и конусов, проекция на выпуклые множества.
1.2	Понятие СДН.	Определение и свойства оператора диодной нелинейности. Задачи, приводящие с СДН.
1.3	Решения СДН.	Теорема существования и единственности решения задачи Коши с СДН. Существование периодического решения. Вопросы устойчивости решения СДН.
<b>2. Практические занятия</b>		
<b>3. Лабораторные работы</b>		
3.1	Выпуклые множества, конуса.	Доказательство свойств выпуклых множеств и конусов, проекция на выпуклые множества.
3.2	Понятие СДН.	Построение моделей электрических цепей с диодами в виде систем с диодными нелинейностями.
3.3	Решения СДН.	Поиск решений полученных моделей теоретическими и численными методами.

#### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Выпуклые множества, конуса.	2		2	12	16
2	Понятие СДН.	8		8	14	30
3	Решения СДН.	6		6	14	26
	Итого:	16		16	40	72

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется:

- изучать основную и дополнительную литературу;
- разбирать и изучать конспекты лекций;

- выполнять контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- выполнять практические задания с применением теоретического материала.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	<b>Обен, Жан-Пьер.</b> Прикладной нелинейный анализ = <i>Applied nonlinear analysis</i> / Ж.-П. Обен, И. Экланд ; пер. с англ. Б.С. Дарховского, Г.Г. Магарил-Ильяева с предисл. В.М. Тихомирова .— М. : Мир, 1988 .— 510 с.
2.	<b>Филиппов, Алексей Федорович.</b> Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А. Ф. Филиппов .— М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985 .— 222, [2] с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	<b>Беклемешев Д.В.</b> Дополнительные главы линейной алгебры /.— М.: Наука, 1983. — 336 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1.	Л.П.Петрова, Б.Н. Садовский. Системы с диодными нелинейностями. <URL: <a href="http://bsadovskiy.ru/5/">http://bsadovskiy.ru/5/</a> .

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Л.П.Петрова, Б.Н. Садовский. Системы с диодными нелинейностями. <URL: <a href="http://bsadovskiy.ru/5/">http://bsadovskiy.ru/5/</a> .

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Нет

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, аудитории для лабораторных работ, компьютер, мультимедийный проектор, доска (мел, маркеры).

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1 способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	<b>Знать:</b> основные понятия и определения курса.	Разделы 1-3	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольная и курсовая работы
	<b>Уметь:</b> находить новые задачи в рамках курса.		
	<b>Владеть:</b> навыком исследования и решения новых задач.		

ОПК-2 способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	<b>Знать:</b> принцип построения модели в виде системы с диодной нелинейностью (СДН);	Разделы 1-3	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольная и курсовая работы
	<b>Уметь</b> находить задачи, допускающие модель в виде СДН;		
	<b>Владеть:</b> навыками исследования моделей с помощью математического аппарата		
ОПК-3 готовность самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов	<b>Знать:</b> программные средства компьютерной реализации математической модели ;	Разделы 1-3	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольная и курсовая работы
	<b>Уметь</b> создавать программы, реализующие СДН в среде прикладных программных средств;		
	<b>Владеть:</b> навыками исследования математических моделей с помощью компьютерных технологий.		
ОК-1 способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	<b>Знать:</b> основные понятия курса;	Разделы 1-3	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольная и курсовая работы
	<b>Уметь</b> выбрать ранее изученные факты для формирования гипотезы;		
	<b>Владеть:</b> навыком анализа гипотезы и оценки области её применения.		
ОК-3 готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала	<b>Знать:</b> средства поиска нужной для самообразования информации;	Разделы 1-3	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольная и курсовая работы
	<b>Уметь</b> выбирать нужную информацию, изучать её и применять в решении поставленных задач;		
	<b>Владеть:</b> навыком постановки новых задач.		
ПК-1 способность к интенсивной научно-исследовательской работе	<b>Знать:</b> основные методы постановки и анализа задач;	Разделы 1-3	Курсовая работа
	<b>Уметь</b> выбирать нужный теоретический аппарат для исследования задач;		
	<b>Владеть:</b> навыком формализации задачи и построения их математических моделей.		
<b>Промежуточная аттестация</b>			Контрольная работа, курсовая работа, экзамен

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание определений основных объектов изучения и основных утверждений данного курса;
- 2) умение применять теоретические знания в практических задачах;

3) владение теоретическими основами дисциплины, умение грамотно проводить доказательства теорем и иллюстрировать их примерами

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим материалом данного курса, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, или не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в доказательствах теорем</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки</i>	–	<i>Неудовлетворительно</i>

### 19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

1. Выпуклые множества, Нормальны и касательный конус, разложение вектора на ортогональные проекции.
2. Определение системы с диодными нелинейностями и её решений.
3. Основные утверждения о конусах.
4. Оператор диодной нелинейности и его свойства.
5. Модели некоторых прикладных задач в виде систем с диодными нелинейностями (СДН).
6. Теорема существования и единственности решения задачи Коши с СДН.
7. Две теоремы существования предельных циклов двумерных СДН.

#### 19.3.2 Перечень практических заданий

Докажите, что следующие множества выпуклы:

1. Пустое множество.
2. Все пространство  $\mathbb{R}^n$ .
3. Подпространство единичной коразмерности, которое можно описать как множество элементов  $x$ , удовлетворяющих при некотором фиксированном ненулевом  $n \in \mathbb{R}^n$  уравнению  $(n, x) = 0$ . Вектор  $n$  называется *нормалью* к данному подпространству.
4. Пересечение любого семейства выпуклых множеств.
5. В частности, любое линейное подпространство  $L$  – пересечение конечного множества подпространств единичной коразмерности; его можно описать системой уравнений

$(n_i, x) = 0$  ( $i = 1, \dots, k$ ). Здесь и в дальнейшем круглыми скобками обозначается стандартное скалярное произведение в  $\mathbb{R}^n$  – сумма попарных произведений соответствующих координат. Подпространство  $L$  можно также описать векторным уравнением  $Nx = 0$  с матрицей  $N$ , строками которой являются векторы  $n_i$ .

6. Сдвиг  $Q + s$  выпуклого множества  $Q$  на вектор  $s \in \mathbb{R}^n$ .
7. В частности, сдвинутое подпространство (аффинное подпространство)  $L + s$ , которое можно также описать неоднородным векторным уравнением  $Nx = c$  с вектором  $c = Ns$ .
8. Полупространство, т.е. множество векторов  $x$ , удовлетворяющих при некотором фиксированном ненулевом  $n \in \mathbb{R}^n$  неравенству  $(n, x) \leq 0$ . Вектор  $n$  называется *внешней нормалью* к данному полупространству.
9. *Граненый (многогранный) конус* – пересечение конечного набора полупространств.
10. Сдвинутое полупространство  $P + s$  – сдвиг полупространства на некоторый вектор  $s$ . Может быть описано через внешнюю нормаль  $n$  и константу  $c = (n, s)$  неравенством  $(n, x) \leq c$ .
11. *Многогранник* – пересечение конечного множества сдвинутых полупространств. Может быть описан системой неравенств  $(n_i, x) \leq c_i$  ( $i = 1, \dots, k$ ).
12. *Выпуклая оболочка*  $\text{co}V$  множества  $V \subset \mathbb{R}^n$ , т.е. множество всех выпуклых комбинаций конечных подмножеств множества  $V$ :  $x \in \text{co}V$  означает, что  $x$  допускает представление

$$x = \sum_{j=0}^m \alpha_j v_j, v_j \in V, \alpha_j \geq 0, \sum_{j=0}^m \alpha_j = 1$$

( $m$  может зависеть от  $x$ ).

13. *Симплекс* размерности  $0 \leq r \leq n$  – выпуклая оболочка множества *вершин*  $V = \{v_0, v_1, \dots, v_r\}$ , находящихся в *общем положении*, т.е. таких, что векторы  $\{v_1 - v_0, \dots, v_r - v_0\}$  линейно независимы.
14. Множество, описываемое неравенством  $f(x) \leq 0$  с *выпуклой* функцией  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , т.е. такой, что

$$f\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq \frac{f(x) + f(y)}{2}$$

для любых  $x, y \in \mathbb{R}^n$ .

15. В частности, шар радиуса  $R$  с центром в нуле – в этом случае

$$f(x) = x^2 - R^2, x^2 = (x, x).$$

16. *Конус* – множество  $K \subset \mathbb{R}^n$ , содержащее вместе с любыми своими элементами  $x, y$  их линейные комбинации с неотрицательными коэффициентами. В частности, все пространство, подпространство, полупространство и граненый конус являются конусами.

Докажите следующие утверждения.

17. Если  $x \in \text{int} Q$  (т.е.  $x$  есть внутренняя точка множества  $Q$ ), то  $N_x = \{\theta\}$  – конус, состоящий из одной нулевой точки.
18. Если  $x$  есть точка сдвинутого подпространства  $Q = \{x: (n, x) = c\}$  единичной коразмерности, то  $N_x = \text{lin}\{n\}$  (линейная оболочка одноэлементного множества  $\{n\}$ , т.е. проходящая через нуль прямая с направляющим вектором  $n$ ).

19. Если  $x$  есть граничная точка сдвинутого полупространства  $Q = \{x : (n, x) \leq c\}$  (т.е.  $(n, x) = c$ ), то  $N_x = \text{con}\{n\}$  – выходящий из нуля луч с направляющим вектором  $n$ , коническая оболочка множества  $\{n\}$ .

20. Если  $Q$  есть пересечение выпуклых замкнутых множеств  $Q_1, Q_2$  и  $x \in Q$ , то

$$N_x = \text{con}[N_x(Q_1) \cup N_x(Q_2)].$$

#### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе математического факультета Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме устного опроса по теоретической части курса и в форме решения практических задач. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования и Положением о балльно-рейтинговой системе математического факультета.

Промежуточная аттестация (зачет) проводится в форме ответов на теоретические вопросы и решения задач из контрольно-измерительных материалов.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.