



**Умений:**

- обработки статистических данных, полученных в результате наблюдений над случайными явлениями;
- применять полученные знания при решении конкретных экспериментальных и прикладных задач.

**Навыков:**

- культуры математического мышления, логической и алгоритмической культурой;
- математики как универсальным языком науки, средством моделирования статистических процессов;
- принятия оптимальных решений.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:**

Учебная дисциплина «Математическая статистика» входит в цикл (Б1), базовая часть; она непосредственно связана с такими дисциплинами как «Теория вероятностей», «Случайные процессы», «Функциональный анализ», «Дифференциальные уравнения», «Технология программирования и работа на ЭВМ». Данная дисциплина показывает взаимообусловленность естественно-научных знаний в современном мире.

Приступая к изучению данной дисциплины, студенты должны иметь теоретическую и практическую подготовку по программированию, знать основы теории вероятностей и случайных процессов, функционального анализа, дифференциальных уравнений, математического анализа.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.	Знать: основные современные проблемы в области теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов Уметь: использовать фундаментальные знания в области математической статистики Владеть: методами математического и статистического моделирования при анализе математических моделей статистических процессов

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 108 / 3.**

**Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) Экзамен**

**13. Виды учебной работы**

Виды учебной работы	Трудоемкость				
	Всего	По семестрам			
		8 семестр	№ семестра	№ семестра	№ семестра
Аудиторные занятия	52	52			
В том числе: лекции	24	24			

практические	0	0			
лабораторные	24	24			
Самостоятельная работа	24	24			
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – <u>36</u> час.)	36	36			
Итого:	108	108			

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Задачи математической статистики. Основные понятия и определения	Статистическая модель. Вариационный, статистический ряды. Примеры. Полигон. Гистограмма.
		Эмпирическая функция. Сходимость эмпирической функции распределения к теоретической. Теорема Гливленко-Кантелли.
1.2	Выборочные характеристики	Начальные выборочные моменты. Центральные выборочные моменты. Примеры. Теорема Слуцкого. Асимптотическая нормальность выборочных моментов. Выборочный коэффициент асимметрии и эксцесс.
1.3	Точечное оценивание неизвестных параметров.	Точечные оценки и их свойства, условие состоятельности, несмещенность, оптимальность. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации Фишера.
		Неравенство Рао-Крамера, эффективные оценки в регулярном случае. Понятие достаточной статистики. Критерий факторизации. Улучшение оценки по достаточной статистике.
		Методы нахождения точечных оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия.
1.4	Распределения, используемые в задачах математической статистики	Хи-квадрат распределение, теорема Фишера. Распределение Стьюдента.
		Теоремы об аппроксимации. Распределение Фишера-Снедекора.
1.5	Распределения, используемые в задачах математической статистики Распределения, используемые в задачах математической статистики	Хи-квадрат распределение, теорема Фишера. Распределение Стьюдента.
		Теоремы об аппроксимации. Распределение Фишера-Снедекора.
		Хи-квадрат распределение, теорема Фишера. Распределение Стьюдента.
1.6	Проверка статистических гипотез.	Критерии проверки гипотез. Общий принцип выбора критической области. Функция мощности, вероятности ошибок первого и второго рода. Критерий согласия ( Хи-квадрат, Колмогорова).

		Критерий однородности (Колмогорова-Смирнова, Хи-квадрат). Примеры.
		Параметрические гипотезы. Равномерно наиболее мощный критерий. Критерий Неймана-Пирсона. Задача проверки гипотезы о параметрах нормального распределения.
1.7	Модель линейной регрессии	Модель линейной регрессии. Построение оценок параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов. Свойства оценок наименьших квадратов.
<b>3. Лабораторные занятия</b>		
3.1	Задачи математической статистики. Основные понятия и определения	Понятие простой случайной выборки, эмпирической функции распределения. Полигон, гистограмма Эмпирическая функция. Сходимость эмпирической функции распределения к теоретической. Теорема Гливленко-Кантелли.
3.2	Выборочные характеристики	Вычисление описательных статистик. Построение статистических графиков.
3.3	Точечное оценивание неизвестных параметров.	Построение точечных оценок. Среднее арифметическое выборочных значений как оценка математического ожидания. Оценки дисперсии и их свойства. Проверка эффективности оценок. Асимптотическая эффективность. Примеры достаточных статистик. Построение оценок методом моментов, методом максимального правдоподобия.
3.4	Распределения, используемые в задачах математической статистики	Исследование геометрического смысла и построение модельных распределений
3.5	Интервальные оценки	Построение интервальных оценок параметров нормального распределения. Асимптотический подход к интервальному оцениванию.
3.6	Проверка статистических гипотез.	Решение задач проверки гипотез с использованием критерия Неймана-Пирсона. Задача проверки гипотезы о параметрах нормального распределения Критерий согласия хи-квадрат. Критерий согласия Колмогорова. Критерий однородности.
3.7	Модель линейной регрессии	Модель линейной регрессии, анализ остатков и оценка адекватности модели. Построение оценок параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.  Контрольная работа

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Задачи математической статистики. Основные понятия и определения	2		2	2	6
2	Выборочные характеристики	2		2	2	6
3	Точечное оценивание неизвестных параметров	6		6	4	16
4	Распределения, используемые в задачах математической статистики	4		2	4	10
5	Интервальное оценивание	4		4	4	12
6	Проверка статистических гипотез	4		4	4	12
7	Модель линейной регрессии	2		4	4	10
	Экзамен					36
	Итого:	24		26	24	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. Лабораторные занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении дисциплины.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных аттестационных испытаний студенту рекомендуется:

- выполнять все виды работ, предусмотренных рабочим учебным планом по дисциплине;
- выполнять домашние задания. Выполнение домашних заданий направлено на отработку навыков использования средств и возможностей изучаемой дисциплины. При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения выполнения задания, проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю и разрешить возникшие трудности.

- посещать аудиторные лабораторные занятия;
- сдать контрольную работу по изученным темам.

При подготовке к лабораторным работам рекомендуется использование учебной литературы, дополнительных файлов с теоретическим материалом по изучаемым темам (электронные файлы представлены на сайте кафедры). По всем темам представляются материалы, которые используются в аудиторной работе и при выполнении домашних заданий. В связи с тем, что активность обучающегося на лабораторных занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке и самостоятельной работе в аудитории.

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины** (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Боровков А.А. Математическая статистика / А.А. Боровков. – СПб.: Лань, 2010. – 704 с. // Издательство «Лань»: электронно-библиотечная система. - URL: <a href="http://e.lanbook.com">http:// e.lanbook.com</a>
2	Халафян А.А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных./ А.А. Халафян. – М: ООО «Бином-Пресс», 2008. - 567 с. (20 экз)

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Вуколов Э.А. Основы статистического анализа. Практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов STATISTICA и EXCEL / Э.А. Вуколов. – М.: ФОРУМ : ИНФРА -, 2010. – 464 с.
4	Ивченко Г.И. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах : учеб. Пособие для студ. Втузов / В.А. Ватутин, Г.И. Ивченко, Ю.И.Медведев и др. – М. : Дрофа, 2003, -328 с.
5	Ивченко Г.И. Математическая статистика / Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев. – М.: Высш. Шк., 1984. – 248 с.
6	Куликов Е. И. Прикладной статистический анализ./ Е. И. Куликов. - М: Горячая Линия - Телеком, 2008.
7	Математическая статистика: Учебник для студ.втузов / В.Б. Горяинов, И.В. Павлов, Г.М. Цветкова, О.И. Тескин; Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.:МГТУ, 2001. – 423 С.
8	Математическая статистика. Компьютерный практикум: учебно-методическое пособие для вузов / Л.Н. Баркова, С.А. Ткачева. – Воронеж: ЛОП ВГУ, 2007. - 48 с.
9	Орлов А. И. Вероятность и прикладная статистика. Основные факты./ А.И. Орлов. – М: КноРус, 2010.
10	Севастьянов ,Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики / Б.А. Севастьянов. – Ижевск : Ин-т компьютерных исследований, 2004. - 272 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
11	<a href="http://mschool.kubsu.ru">http:// mschool.kubsu.ru</a> – библиотека электронных учебных пособий.( <a href="http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm">http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm</a> )
12	<a href="http://school.msu.ru">http:// school.msu.ru</a> – математический консультационный центр
13	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
14	Электронный учебник по статистике. Statsoft. Inc. ( <a href="http://www.statsoft.ru/">http:// www.statsoft.ru/</a> )
15	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http:// www.lib.vsu.ru/</a> )

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Самостоятельная работа с учебниками, учебно-методическими материалами, научной, справочной литературой, ресурсами сети Internet является наиболее эффективным методом получения знаний.

№ п/п	Источник
1	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
2	Боровков А.А. Математическая статистика / А.А. Боровков. – СПб.: Лань, 2010. – 704 с. // Издательство «Лань»: электронно-библиотечная система. - URL: <a href="http://e.lanbook.com">http:// e.lanbook.com</a>
3	Электронный учебник по статистике. Statsoft. Inc. ( <a href="http://www.statsoft.ru/">http:// www.statsoft.ru/</a> )

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

1. Электронный учебник по статистике. Statsoft. Inc. ([http:// www.statsoft.ru/](http://www.statsoft.ru/))
2. Maxima v.5.31.2

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

## 19. Фонд оценочных средств

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1: готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.	Знать: основные современные проблемы в области теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов Уметь: использовать фундаментальные знания в области математической статистики Владеть: методами математического и статистического моделирования при анализе математических моделей статистических процессов	Темы 1-7	Комплект КИМ №1. Комплект заданий для контрольной работы
<b>Промежуточная аттестация Экзамен</b>			Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
При ответе на контрольно-измерительный материал обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области курса	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся владеет теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области изученного курса, но допускает незначительные ошибки при ответе на вопросы контрольно-измерительного материала	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся владеет частично теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен иллюстрировать ответ примерами, но не умеет применять теоретические знания для решения практических задач в области изученного курса не умеет применять, допускает существенные ошибки при ответе на вопросы контрольно-измерительного материала	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при ответе вопросы контрольно-измерительного материала	–	Неудовлетворительно

**19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:**

1. Статистическая модель. Вариационный, статистический ряды. Примеры.
2. Полигон. Гистограмма.
3. Эмпирическая функция. Сходимость эмпирической функции распределения к теоретической. Теорема Гливленко-Кантелли.
4. Начальные выборочные моменты. Центральные выборочные моменты. Примеры. Теорема Слуцкого.
5. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.
6. Точечные оценки и их свойства, условие состоятельности, несмещенность, оптимальность.
7. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации Фишера.
8. Неравенство Рао-Крамера, эффективные оценки в регулярном случае.
9. Понятие достаточной статистики. Критерий факторизации. Улучшение оценки по достаточной статистике.
10. Методы нахождения точечных оценок. Метод моментов.
11. Метод максимального правдоподобия.
12. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия.
13. Хи-квадрат распределение, теорема Фишера.
14. Распределение Стьюдента.
15. Теоремы об аппроксимации. Распределение Фишера-Снедекора.
16. Критерии проверки гипотез. Общий принцип выбора критической области. Функция мощности, вероятности ошибок первого и второго рода.
17. Критерий согласия (Хи-квадрат, Колмогорова). Примеры.
18. Критерий однородности (Колмогорова-Смирнова, Хи-квадрат).
19. Параметрические гипотезы. Равномерно наиболее мощный критерий. Критерий Неймана-Пирсона.
20. Задача проверки гипотезы о параметрах нормального распределения.
21. Модель линейной регрессии. Построение оценок параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.

## 22. Свойства оценок наименьших квадратов.

## 19.3.2 Перечень практических заданий

1. Для выборки построить вариационный ряд, вычислить выборочные характеристики, построить функцию эмпирического распределения, гистограмму частот.

Измерена максимальная емкость 20 подстроечных конденсаторов и результаты измерения (в пикофарадах) приведены в таблице:

№ реализации	Элементы выборки (ошибки измерения в пф.)									
	1	4,40 4,36	4,31 4,56	4,40 4,31	4,40 4,42	4,65 4,56	4,66 4,45	4,56 4,54	4,71 4,69	4,54 4,50
2	4,38 4,56	4,38 4,46	4,47 4,72	4,34 4,47	4,55 4,48	4,43 4,55	4,58 4,34	4,41 4,51	4,43 4,52	
3	4,44 4,66	4,37 4,43	4,44 4,31	4,42 4,52	4,60 4,50	4,61 4,48	4,49 4,55	4,70 4,39	4,53 4,51	
4	4,36 4,61	4,38 4,56	4,40 4,41	4,41 4,52	4,45 4,55	4,61 4,40	4,37 4,54	4,58 4,59	4,44 4,50	
5	4,54 4,50	4,39 4,49	4,50 4,48	4,42 4,52	4,40 4,61	4,55 4,48	4,39 4,52	4,66 4,53	4,57 4,58	

2. Являются ли несмещенными оценками значения из нормальной выборки следующие статистики

Ответы на вопросы: А)  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k^2$     Б)  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k$     В)  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k^3$     Д)  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k^4$

3. Найти эффективную оценку неизвестного среднего в нормальной выборке объема 10 среди следующих четырех статистик

Варианты ответа: А)  $\frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} \xi_k$     Б)  $\frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 \xi_k$     В)  $\frac{1}{5} \sum_{k=6}^{10} \xi_k$     Д)  $\xi_{10}$

4. Если математическое ожидание оценки равно оцениваемому параметру, то оценка...

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	состоятельная	несмещенная	смещенная	эффективная

## 19.3.3 Тестовые задания

## Вариант 1

1. Реализацией выборки  $\vec{X} = (X_1, \dots, X_6)$  являются следующие данные: -1,5; 2,6; 1,2; -2,1; 0,1; 0,9. Являются ли минимальным и максимальным значениями для этой выборки следующие значения:

А) -2,1; 0,9;    В) -1,5; 2,6;    С) -2,1; 2,6;    Д) 0,1; 2,6?

2. Каков тип распределения вероятности линейной комбинации компонент случайного вектора, имеющего нормальное распределение?

А) показательный    В) нормальный  
С) Коши    Д) отличный от перечисленного выше

3. Является ли сама случайная величина несмещенной оценкой своего среднего значения в следующих случаях?

А)  $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$     В)  $\xi \sim \Pi(\lambda)$     С)  $\xi \sim Bi(n, p)$     Д)  $\xi \sim \gamma(p)$

## Контрольно-измерительный материал № 1

1. Эмпирическая функция распределения и ее свойства

2. Статистические гипотезы. Критерии. Общий принцип выбора критической области

3. Найти  $M[\bar{X}], D[\bar{X}]$ , где  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  - выборочное среднее случайной величины  $\xi$ ,  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  - выборка объема  $n$  значений случайной величины  $\xi$

### 19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ

#### Вариант 1

Задание 1. Какая из следующих гипотез относительно параметров нормальной выборки является простой?

Варианты ответов: А)  $\mu = 0, \sigma^2 > 5$     Б)  $\mu = 2, \sigma^2 = 9$

В)  $\mu < 1, \sigma^2 > 1$     С)  $\mu > 0, \sigma^2 < 2$

Задание 2. Какая из следующих статистик является оценкой метода моментов для неизвестной дисперсии в нормальной выборке?

Варианты ответов: А)  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k^2$     Б)  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k^2 + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k$

В)  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k \right)^2$     С)  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k^4$

Задание 3. Если отклоняется верная гипотеза, то совершается ошибка...

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	1-го рода	2-го рода	3-го рода	4-го рода

Задание 4. Для выборки построить вариационный ряд, вычислить выборочные характеристики, построить функцию эмпирического распределения, гистограмму частот.

Ошибки при стрельбе по наземной цели составляют следующие результаты измерений (в рад.)

№ реализации	Элементы выборки (ошибки измерения в рад.)									
	1	0,926 -1,851	1,375 0,194	0,785 1,192	-0,963 1,394	1,022 -0,555	-0,472 0,046	1,279 0,321	3,521 2,945	0,571 1,974
2	0,258 0,161	-0,941 0,412	1,192 0,906	-0,523 0,007	0,525 0,769	0,595 0,971	0,8881 0,712	-0,934 1,090	1,579 -0,631	
3	-1,501 0,756	-0,488 -1,618	-0,162 -0,345	-0,136 -0,511	1,033 -2,051	0,303 -0,457	0,448 -0,218	0,748 1,372	-0,690 0,225	
4	-1,229 -0,256	-0,486 -0,212	0,856 0,219	0,491 0,779	-1,983 -1,010	-1,378 0,598	-0,150 -0,918	1,356 1,598	-0,561 1,065	
5	1,096 -2,574	0,425 0,181	0,313 1,393	-0,005 -1,163	-0,899 -0,911	0,012 1,231	-0,725 -0,199	0,147 -0,246	-0,121 1,239	

### 19.3.5. Темы курсовых работ

### 19.3.6 Темы рефератов

### 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующих формирование компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Текущая аттестация проводится в форме выполнения лабораторных работ и написания реферата на одну из предложенных тем.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков. Критерии оценивания приведены выше.