

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.В. Глушко
03.07.2018

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б 1. В.13 Эллиптические задачи в областях

Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:

01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки / специализация / магистерская программа:
дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр математики

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Ткачева С.А., канд.физ.-мат.наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500-06 от 26.06.2017

(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола,

отметки о продлении вносятся вручную)

8. Учебный год: 2021/2022 Семестры 8

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Цель изучения учебной дисциплины: использование в профессиональной деятельности знаний из области учебной дисциплины «Эллиптические задачи в областях» .

Основными задачами учебной дисциплины являются формирование у студентов системы знаний о роли и месте учебной дисциплины «Эллиптические задачи в областях» в современном мире:

Задачами изучения дисциплины «Эллиптические задачи в областях» выступает приобретение в рамках освоения теоретического и практического материала по дисциплине

Знаний:

- основных методов решения задач математической физики, описывающих стационарные процессы механической природы

Умений:

- использовать методы и результаты из различных областей анализа при исследовании решения эллиптических задач, а также вычислительные навыки, используемые при построении решений задач.

Навыков:

- основ применения методов решения эллиптических задач в изучении реальных процессов и объектов с целью нахождения решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина «Эллиптические задачи в областях» входит в цикл профессиональных дисциплин (Б1), в вариативной части обучения, дисциплина Б1.В.ОД; она непосредственно связана с такими дисциплинами как «Уравнения с частными производными», «Дифференциальные уравнения», «Математический анализ», «Теория функций действительного переменного». Данная дисциплина показывает взаимообусловленность естественно-научных знаний в современном мире.

Приступая к изучению данной дисциплины, студенты должны иметь теоретическую и практическую подготовку по курсам ТФДП (в частности, таким ее разделам, как пространства, операторы), уравнениям с частными производными, математическому анализу.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Знать: основные задачи математической физики, корректную постановку задач. Уметь: определять общие формы и закономерностей отдельной предметной области. Владеть: методами математического и моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего применения
ПК-2	способностью математически корректно ставить естественно-научные задачи, знание постановки классических задач математики	Знать: основные задачи математической физики, корректную постановку задач. Уметь: использовать фундаментальные знания в построения и исследования решений задач математической физики. Владеть: методами математического и моделирования при анализе математических моделей физических и

		механических задач для их дальнейшего применения
--	--	--

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 2 / 72.

Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) зачет

13. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		8 семестр	№ семестра	№ семестра
Аудиторные занятия	36	36		
В том числе:	12	12		
практические	0	0		
лабораторные	24	24		
Самостоятельная работа	36	36		
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – ____ час.)				
Итого:	72	72		

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Линейное нормированное пространство. Ортогональность	Ортогональность. Ортонормированные системы. Ряды Фурье по произвольной ортонормированной системе. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.
1.2	Линейные, вполне непрерывные операторы. Сжимающий линейный оператор	Линейные операторы. Вполне непрерывные операторы. Расширение оператора по непрерывности. Обратный оператор. Сопряженный оператор. Леммы о компактных множествах. Слабая компактность. Вполне непрерывные (компактные) операторы. Сжимающий линейный оператор.

		Уравнения с вполне непрерывным оператором
		Собственные значения и собственные элементы вполне непрерывных операторов.
1.3	Пространства непрерывных и непрерывно дифференцируемых функции. Пространства С.Л. Соболева	Пространства непрерывных и непрерывно дифференцируемых функций. Пространства интегрируемых функций.
		Гладкие продолжения функций. Следы функций из пространств С.Л. Соболева.
1.4	Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений	Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений. Существование и единственность обобщенного решения в простейшем случае.
		Обобщенная разрешимость краевых задач в случае однородных граничных условий.
		Обобщенные решения краевых задач с неоднородными граничными условиями. Внутренняя гладкость обобщенных решений.
2. Практические занятия		
2.1	Линейное нормированное пространство. Ортогональность	Линейное нормированное пространство. Гильбертово пространство. Эрмитовы билинейные формы и эквивалентные скалярные произведения.
2.2	Линейные, вполне непрерывные операторы. Сжимающий линейный оператор	Линейные операторы. Ограниченные операторы Матричное представление линейного ограниченного оператора. Конечномерные операторы. Неотрицательные операторы.
		Компактные множества. Конечномерные операторы. Неотрицательные операторы.
		Собственные значения и собственные элементы вполне непрерывных операторов
2.3	Пространства непрерывных и непрерывно дифференцируемых функции. Пространства С.Л. Соболева	Пространства непрерывных и непрерывно дифференцируемых функций. Примеры. Формула Остроградского.
2.4	Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений	Гладкость обобщенных решений в одномерном случае.
		Обобщенные решения краевых задач с неоднородными граничными условиями.

	Внутренняя гладкость обобщенных решений.
--	--

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Лабораторные	Практическое	Самостоятельная работа	Всего
1	Линейное нормированное пространство. Ортогональность	2		2	4	8
2	Линейные, вполне непрерывные операторы. Сжимающий линейный оператор	2		6	10	18
3	Пространства непрерывных и непрерывно дифференцируемых функций. Пространства С.Л. Соболева	4		8	10	22
4	Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений	4		8	12	24
	Итого:	12		24	36	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции и практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. Практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении дисциплины.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных аттестационных испытаний студенту рекомендуется:

- выполнять все виды работ, предусмотренных рабочим учебным планом по дисциплине;

- выполнять домашние задания. Выполнение домашних заданий направлено на отработку навыков использования средств и возможностей изучаемой дисциплины. При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения выполнения задания, проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю и разрешить возникшие трудности.

- посещать аудиторные занятия;
- сдать тестовые задания по изученным темам.

При подготовке к лабораторным работам рекомендуется использование учебной литературы, дополнительных файлов с теоретическим материалом по изучаемым темам (электронные файлы представлены на сайте кафедры). По всем темам представляются материалы, которые используются в аудиторной работе и при выполнении домашних заданий. В связи с тем, что активность обучающегося на лабораторных занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке и самостоятельной работе в аудитории.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Владимиров В.С. Уравнения математической физики : учебник для студ. вузов / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. — Изд. 2-е, стер. — М. : Физматлит, 2008 . — 398 с.
2	Сабитов К.Б. Уравнения математической физики / К.Б. Сабитов. – М.: Физматлит, 2013. – 352 с. . // «Университетская библиотека online»: электронно-библиотечная система.. – URL: http://biblioclub.ru

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В.П. Михайлов. – М. : Наука, 1983. – 424 с.
4	Кошляков Н.С. Уравнения в частных производных математической физики : Учеб. пособие для студ. механ.-мат. и физ. фак. ун-тов / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов — М. : Высш. шк., 1970 .— 710 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
5	http:// mschool.kubsu.ru – библиотека электронных учебных пособий.(http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm)
6	http:// school.msu.ru – математический консультационный центр http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
7	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – (http: // www.lib.vsu.ru/)

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Самостоятельная работа с учебниками, учебно-методическими материалами, научной, справочной литературой, ресурсами сети Internet является наиболее эффективным методом получения знаний.

№ п/п	Источник
1	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
2	http://mschool.kubsu.ru – библиотека электронных учебных пособий. (http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm)

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование учебной аудитории
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки

ВГУ (<http://www.lib.vsu.ru>)

19. Фонд оценочных средств

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ПК-1: способностью к определению	Знать: основные задачи	Темы 1-4	Реферат, контрольное

<p>общих форм и закономерностей отдельной предметной области</p>	<p>математической физики, корректную постановку задач. Уметь: определять общие формы и закономерностей отдельной предметной области. Владеть: методами математического и моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего применения</p>		<p>задание(в тестовой форме).</p>
<p>ПК-2: способностью математически корректно ставить естественно-научные задачи, знание постановки классических задач математики</p>	<p>Знает: основные задачи математической физики, корректную постановку задач. Умеет: использовать фундаментальные знания в построения и исследования решений задач математической физики Владеет: методами математического и моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего применения</p>	<p>Темы 1-4</p>	<p>Реферат, контрольное задание (в тестовой форме).</p>
<p>Промежуточная аттестация: зачет</p>			<p>Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации</p>

19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
---------------------------------	--------------------------------------	--------------

Оценка «зачтено» выставляется в случае: активная работа в ходе семестра, удовлетворительное написание тестовых заданий(контрольных заданий, итоговой работы) и написание реферата по одной из выбранных тем.	Базовый	Зачтено
Оценка «незачтено» выставляется студенту, если его знания не удовлетворяет вышеприведенным требованиям на оценку «зачтено».	-	Не зачтено

19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к зачету:

№	Вопросы к промежуточной аттестации (зачет – 8 семестр)
01	Банахово пространство
02	Гильбертово пространство. Скалярное произведение. Неравенство Буняковского
03	Эрмитовы билинейные формы и эквивалентные скалярные произведения
04	Ортогональность. Ортонормированные системы.
05	Ряды Фурье по произвольной ортонормированной системе. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя.
06	Непрерывные операторы. Ограниченные линейные операторы. Норма оператора. Утверждение о непрерывности линейного оператора. Расширение по непрерывности.
07	Обратный оператор
08	Сопряженный оператор.
09	Матричное представление линейного ограниченного оператора. Конечномерные операторы. Неотрицательные операторы
10	Компактные множества.
11	Компактность множеств в бесконечномерном сепарабельном гильбертовом пространстве. Пример некомпактного ограниченного множества. Слабая компактность
12	Вполне непрерывные операторы.
13	Сжимающий линейный оператор. Определение и лемма.
14	Уравнение с вполне непрерывным оператором. Сопряженное уравнение
15	Собственные значения и собственные элементы вполне непрерывного оператора
16	Сопряженные вполне непрерывные операторы.
17	Разложение в ряд Фурье по собственным элементам вполне непрерывного самосопряженного оператора.
18	Пространства непрерывных и непрерывно дифференцируемых функций
19	Формулы интегрирования по частям. Формула Остроградского
20	Пространства интегрируемых функций. Пространства $L_1(Q)$ и $L_2(Q)$
21	Плотность множества $C(\bar{Q})$ в $L_1(Q)$ и $L_2(Q)$.
22	Сепарабельность $L_1(Q)$ и $L_2(Q)$
23	Обобщенные производные из $L_2(Q)$

24	Связь обобщенных производных с конечно-разностными отношениями
25	Гильбертовы пространства С.Л. Соболева $H^k(Q)$
26	Гладкое продолжение функций
27	Теорема о плотности $C^\infty(\bar{Q})$ в $H^k(Q)$
28	След функции из $H^k(Q)$
29	Эквивалентные нормировки пространств $H^k(Q)$ и $H^k(\overset{\circ}{Q})$
30	Непрерывность и непрерывная дифференцируемость функций из $H^k(Q)$
31	Классические решения краевых задач
32	Обобщенные решения краевых задач
33	Теорема существования и единственности обобщенного решения первой краевой задачи в простейшем случае
34	Теорема существования и единственности обобщенного решения третьей краевой задачи в простейшем случае

19.3.2 Перечень практических заданий

19.3.3 Тестовые задания

1. Линейное пространство со скалярным произведением, полное в норме, порождаемой этим скалярным произведением, (т.е. являющееся банаховым в этой норме) называется

Варианты ответов:

А) нормированным пространством; В) пространством С.Л. Соболева; С) гильбертовым пространством; D) нет правильного ответа.

2. Задача

$$Lu \equiv \operatorname{div}(k(x)\nabla u) - a(x)u = f(x)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\partial Q} = \varphi(x)$$

Варианты ответов:

А) Первая краевая задача (задача Дирихле); В) Вторая краевая задача (задача Неймана); С) Третья краевая задача; D) нет правильного ответа

3. Скалярное произведение порождает в H норму.

Варианты ответов:

А) $\|h\| > \sqrt{(h,h)}$; В) $\|h\| = \sqrt{(h,h)}$; С) $\|h\| < \sqrt{(h,h)}$; D) нет правильного ответа.

4. Задача

$$Lu \equiv \operatorname{div}(k(x)\nabla u) - a(x)u = f(x)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial n} + \sigma(x)u(x) \right) \Big|_{\partial Q} = \varphi(x)$$

Варианты ответов:

А) Первая краевая задача (задача Дирихле); В) Вторая краевая задача (задача Неймана); С) Третья краевая задача; D) нет правильного ответа

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Элементы h_1 и h_2 называются ортогональными ($h_1 \perp h_2$), если

Варианты ответов:

А) $(h_1, h_2) = 0$; В) $(h_1, h_2) > 0$; С) $(h_1, h_2) < 0$; D) нет правильного ответа

2. Задача

$$Lu \equiv \operatorname{div}(k(x)\nabla u) - a(x)u = f(x)$$

$$u|_{\partial Q} = \varphi(x)$$

Варианты ответов:

А) Первая краевая задача (задача Дирихле); В) Вторая краевая задача (задача Неймана);
С) Третья краевая задача; D) нет правильного ответа

3. Доказать, что если функции u, v принадлежат $C^2(Q) \cap C^1(\bar{Q})$, а функции Δu и Δv

интегрируемы по Q то справедлива формула Грина
$$\int_Q (v \Delta u - u \Delta v) dx = \int_{\partial Q} \left(v \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial v}{\partial n} \right) dS$$

19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ

Вариант 1

1. Линейное пространство со скалярным произведением, полное в норме, порождаемой этим скалярным произведением, (т.е. являющееся банаховым в этой норме) называется

Варианты ответов:

А) нормированным пространством; В) пространством С.Л. Соболева; С) гильбертовым пространством; D) нет правильного ответа.

2. Задача

$$Lu \equiv \operatorname{div}(k(x)\nabla u) - a(x)u = f(x)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\partial Q} = \varphi(x)$$

Варианты ответов:

А) Первая краевая задача (задача Дирихле); В) Вторая краевая задача (задача Неймана);
С) Третья краевая задача; D) нет правильного ответа

3. Скалярное произведение порождает в H норму.

Варианты ответов:

А) $\|h\| > \sqrt{(h, h)}$; В) $\|h\| = \sqrt{(h, h)}$; С) $\|h\| < \sqrt{(h, h)}$; D) нет правильного ответа.

4. Задача

$$Lu \equiv \operatorname{div}(k(x)\nabla u) - a(x)u = f(x)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial n} + \sigma(x)u(x) \right) \Big|_{\partial Q} = \varphi(x)$$

Варианты ответов:

А) Первая краевая задача (задача Дирихле); В) Вторая краевая задача (задача Неймана);
С) Третья краевая задача; D) нет правильного ответа

19.3.5. Темы курсовых работ

19.3.6 Темы рефератов

Собственные функции и собственные значения первой и третьей краевых задач. Определения
Теорема о собственных числах λ_s и собственных функциях первой или третьей краевой задач.
Теорема о существовании обобщенного решения первой (третьей) краевой задачи в случае однородных граничных условий
Теорема о существовании обобщенного решения второй краевой задачи в случае однородных граничных условий
Обобщенные решения краевых задач с неоднородными граничными условиями. Единственность решения
Обобщенные решения краевых задач с неоднородными граничными условиями. Теорема существования решения первой краевой задачи
Обобщенные решения краевых задач с неоднородными граничными условиями. Теорема существования решения третьей краевой задачи
Обобщенные решения краевых задач с неоднородными граничными условиями. Теорема существования решения второй краевой задачи
Гладкость обобщенных решений в одномерном случае
Внутренняя гладкость обобщенных решений для случая уравнения Пуассона. Обобщенные решения краевых задач для уравнения Пуассона
Оценка нормы обобщенного решения первой краевой задачи в шкале пространств Соболева
Теорема об оценках норм решений первой, второй третьей краевых задач для уравнения Пуассона в шкале пространств Соболева (без д-ва)

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующих формирование компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Текущая аттестация проводится в форме выполнения тестовых заданий (контрольного задания) и написания реферата на одну из предложенных тем.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков. Критерии оценивания приведены выше.