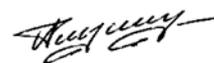


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко  
03.07.2018

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1. В. 05 Краевые задачи с особенностями для**  
**дифференциальных уравнений**

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:

01.04.01 Математика

2. Профиль подготовки / специализация/магистерская программа:

Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

3. Квалификация (степень) выпускника: Магистр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Голованева Фаина Валентиновна, кандидат физико-математических наук, доцент по кафедре уравнений в частных производных и теории вероятностей

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500 – 07 от 03.07.2018

---

8. Учебный год: 2018 / 2019

Семестр(ы): 2

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** В результате изучения дисциплины «Краевые задачи с особенностями для дифференциальных уравнений» студенты должны овладеть новыми математическими методами, развитыми для доказательства осцилляционности спектра стилтьесовской струны, ознакомиться с развитием классических методов для функций с разрывным и ветвящимся аргументом, позволяющими разрешить некоторые современные проблемы математической физики.

Полученные знания позволят студентам широко и полно применять математические методы при изучении реальных процессов и объектов с целью нахождения эффективных решений прикладных задач широкого профиля.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Данная дисциплина относится к профессиональному циклу, к профильной (вариативной) его части.

Приступая к изучению данной дисциплины, студент должен иметь теоретическую и практическую подготовку по следующим разделам математики:

- математический анализ;
- функциональный анализ;
- дифференциальные уравнения;
- уравнения с частными производными;
- уравнения математической физики.

Кроме того, студент должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, элементами линейной алгебры, обладать глубокими и полными знаниями по курсу обыкновенных дифференциальных уравнений.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОК - 1	Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	<b>Знать:</b> методы анализа и синтеза информации. <b>Уметь:</b> абстрактно мыслить; анализировать и обобщать полученную в ходе обучения и исследований информацию; решать задачи, требующие абстрактного мышления. <b>Владеть:</b> способностью к абстрактному мышлению, анализу и синтезу.
ОК - 3	Готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала	<b>Знать:</b> характеристики и механизмы самоорганизации и развития своего интеллектуального, культурного, духовного, нравственного, физического и профессионального уровня. <b>Уметь:</b> находить недостатки в своем общекультурном и профессиональном уровнях развития и устранять их; реализовывать личностные способности и творческий потенциал в различных видах деятельности. <b>Владеть:</b> навыками и приемами саморазвития, самореализации, раскрытия и использования своего творческого потенциала в профессиональной и других сферах деятельности.
ПК - 1	Способность к интенсивной научно-исследовательской работе	<b>Знать:</b> основные понятия и категории, применяемые в научном исследовании (причина, следствие, количество, качество, научный метод и т. п.); идеи, методы и фундаментальные основы в теории дифференциальных уравнений, динамических

		<p>систем и оптимального управления.  <b>Уметь:</b> определить и сформулировать цель исследования, т. е. поставить задачу; выбрать и обосновать методы решения поставленной задачи; составить обзор современных научных работ по теме исследования.  <b>Владеть:</b> современными методами математики и физики, методами построения математических моделей и их исследования; способностью предлагать новые методы и подходы при решении профессиональных задач и обосновывать их.</p>
ПК - 2	Способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом	<p><b>Знать:</b> о приоритетных направлениях развития науки, техники и технологий в стране; о современном состоянии научных исследований в предметной области; основные методы исследования и проведения теоретических и экспериментальных работ; методы анализа результатов научно-исследовательской работы.  <b>Уметь:</b>  - анализировать, систематизировать и обобщать научную информацию;  - выбирать для проведения исследований необходимые и оптимальные методы;  - оценивать промежуточные и конечные результаты научных исследований;  - анализировать достоверность и корректность полученных результатов;  - оформлять результаты научных исследований в форме курсовых работ, докладов, научных статей и представлять их на публике.  <b>Владеть:</b>  - основными прикладными научными пакетами и редакторскими программами, используемых при проведении научно-исследовательских разработок;  - основными методами планирования результатов научно-исследовательской работы;  - основными методами проведения научных исследований;  - принципами популяризации научных знаний.</p>

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах / часах (в соответствии с учебным планом) — 4 / 144**

**Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) экзамен**

**13. Виды учебной работы:**

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		2 семестр
Аудиторные занятия	64	64
в том числе: лекции	32	32
практические	32	32
лабораторные		
Самостоятельная работа	44	44
Контрольные работы	2	2
Курсовая работа	1	1

Контроль	36	36
Итого:	144	144
Форма промежуточной аттестации		Зачет – 0 часов / Экзамен

### 13.1. Содержание дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Основные понятия и определения	1. Предварительные сведения. Интеграл Стильеса. Пространство $BV[a;b]$ . Скачки функций из $BV[a;b]$ . 2. Абсолютно непрерывные функции. Теоремы Хелли, Фубини и Рисса.
1.2	Вариационная мотивация подхода	3. Вариационная мотивация формулировок задач.
1.3	Дифференциал Стильеса	4. Дифференциал Стильеса.
1.4	Задача Коши. Теорема существования	5. Пространство допустимых решений. Смысл уравнения в особых точках. Расширенная область определения уравнения. 6. Аналог теорема Коши-Пеано. Непрерывная зависимость решения от параметров. Структура многообразия решений.
1.5	Однородное уравнение	7. Вронскиан. Распределение нулей. 8. Неосцилляция однородного уравнения.
1.6	Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция	9. Дифференциальные неравенства. 10. Критическая неосцилляция.
1.7	Краевая задача	11. Невырожденность краевой задачи. Функция влияния. Строгая дефиниция. Основные свойства функции влияния.

		12. Явное представление функции влияния. Интегральная обратимость.
1.8	Спектральная задача Штурма-Лиувилля	13. Структура спектра.
		14. Ортогональность собственных функций. Непустота спектра.
		15. Зависимость решений от параметра. Теорема о неявной функции.
1.9	Осцилляционные свойства собственных функций	16. Осцилляционные свойства собственных функций. Основная теорема. Ветви нулей.
№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Основные понятия и определения	1. Предварительные сведения. Интеграл Стильеса. Пространство $BV[a; b]$ . Скачки функций из $BV[a; b]$ .
		2. Абсолютно непрерывные функции. Теоремы Хелли, Фубини и Рисса.
2.2	Вариационная мотивация подхода	3. Вариационная мотивация формулировок задач.
2.3	Дифференциал Стильеса	4. Дифференциал Стильеса.
3.4	Задача Коши. Теорема существования	5. Пространство допустимых решений. Смысл уравнения в особых точках. Расширенная область определения уравнения.
		6. Аналог теорема Коши-Пеано. Непрерывная зависимость решения от параметров. Структура многообразия решений. Построение допустимого решения дифференциального уравнения с особенностью. <b>Контрольная работа №1.</b>
2.5	Однородное уравнение	7. Свойства аналога определителя Вронского.
		8. Непрерывная зависимость решения от параметра.
2.6	Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция	9. Дифференциальные неравенства.
		10. Критическая неосцилляция.
2.7	Краевая задача	11. Функция Грина сингулярной краевой задачи.

		12. Невырожденность сильно сингулярной краевой задачи. Одно представление функции Грина сильно сингулярной краевой задачи.
2.8	Спектральная задача Штурма-Лиувилля	13. Структура спектра.
		14. Простота и позитивность ведущего собственного значения.
		15. Спектр задачи на графе.
2.9	Осцилляционные свойства собственных функций	16. Осцилляционные свойства спектра. Свойства собственных функций. <b>Контрольная работа № 2.</b>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)			
		Лекции	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Основные понятия и определения	4	4	4	12
02	Вариационная мотивация подхода	2	2	4	8
03	Дифференциал Стильеса	2	2	5	9
04	Задача Коши. Теорема существования	4	4	5	13
05	Однородное уравнение	4	4	6	14
06	Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция	4	4	5	13
07	Краевая задача	4	4	5	13
08	Спектральная задача Штурма-Лиувилля	6	6	5	17
09	Осцилляционные свойства собственных функций	2	2	5	9
	Курсовая работа				
	Контроль				36
Итого:		32	32	44	144

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины «Краевые задачи с особенностями для дифференциальных уравнений» используются такие виды учебной работы, как лекции, лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

Методические указания для обучающихся при работе над конспектом лекций.

Лекция – систематическое, последовательное, чаще монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекции обучающимся рекомендуется вести конспект, что позволит впоследствии вспомнить изученный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к экзамену.

Следует также обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Любая лекция должна иметь логическое завершение, роль которого выполняет заключение. Выводы в конце лекции формулируются кратко и лаконично, их целесообразно записывать. В конце лекции обучающиеся имеют так же возможность задать вопросы преподавателю по теме лекции.

Методические указания для обучающихся при работе на лабораторном занятии.

Лабораторные занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины.

В ходе подготовки к лабораторным занятиям обучающимся рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом следует учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Рекомендуется также дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной рабочей программой.

В связи с тем, что активность обучающегося на лабораторных занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

Решение теоретических и практических задач – выполнение обучающимися набора теоретических и практических заданий предметной области с целью выработки навыков их решения, закрепления теоретического материала.

Прежде чем приступить к решению задач, обучающемуся необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной литературе, рекомендованной программой курса; получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы; получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю при возникновении затруднений в ходе решения задач.

Методические указания для обучающихся при самостоятельной работе.

Самостоятельная работа студентов по учебной дисциплине «Краевые задачи с особенностями для дифференциальных уравнений» предполагает изучение и конспектирование всех необходимых материалов по программе курса с использованием рекомендуемой преподавателем литературы, а также самостоятельное освоение и запоминание понятийного аппарата изучаемой дисциплины и выполнение ряда теоретических и практических заданий, выдаваемых студентам преподавателем на лекционных и лабораторных занятиях.

Все задания, выполняемые студентами самостоятельно, подлежат последующей проверке преподавателем.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
01	<i>Осцилляционный метод Штурма в спектральных задачах / Ю. В. Покорный [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 192 с. // «Университетская библиотека online» : электронно-библиотечная система. – URL : <a href="http://biblioclub.ru">http://biblioclub.ru</a></i>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
02	<i>Дифференциальные уравнения на геометрических графах / Ю. В. Покорный [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. -272 с.</i>
03	<i>О функции Грина некоторых негладких задач : диссертация канд. физ.-мат. наук: 01.01.02 / Ф. В. Голованева; Воронеж. гос. ун-т; науч. рук. Ю. В. Покорный. – Воронеж, 2007. – 101 с.</i>
04	<i>Гантмахер Ф. Р. Осцилляционный матрицы и ядра и малые колебания механических систем / Ф. Р. Гантмахер, М. Г. Крейн. – М. – Л. : ГИТТЛ, 1950. – 360 с.</i>
05	<i>Люстерник Л. А. Элементы функционального анализа / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. – М. : Наука, 1968. – 519 с.</i>
06	<i>Голованева Ф. В. О функции Грина сильно сингулярной консоли / Ф. В. Голованева; Воронеж. гос. Ун-т. – Воронеж, 2007. – 12 с. – Деп. В ВИНТИ 08.06.07, № 611-В2007.</i>

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

№ п/п	Источник
07	<a href="http://school.msu.ru">http:// school.msu.ru</a> – математический консультационный центр
08	<a href="http://mschool.kubsu.ru">http://mschool.kubsu.ru</a> – библиотека электронных учебных пособий. ( <a href="http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm">http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm</a> )
09	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное освоение всех тем и вопросов учебной дисциплины, предусмотренных программой. Самостоятельная работа является обязательным видом деятельности для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме.

Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

Для успешного и плодотворного обеспечения итогов самостоятельной работы разработаны учебно-методические указания к самостоятельной работе студентов над различными разделами дисциплины.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к лабораторным занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

### Особенности учебно-методического обеспечения самостоятельной работы для лиц с ОВЗ:

Студенты с ограниченными возможностями здоровья имеют свои специфические особенности восприятия, переработки материала. Подбор и разработка учебных материалов для таких студентов производится с учетом того, чтобы предоставить этот материал в различных формах так, чтобы обучающийся с нарушениями слуха получил информацию визуально, с нарушениями зрения – аудиально.

Предусмотрено в случае необходимости создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей, альтернативную версию медиаконтентов, предусмотрена возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотрена доступность управления контентом с клавиатуры.

№ п/п	Источник
1	<a href="#">Покорный Ю. В.</a> О некоторых натуральных одномерных краевых задачах : научно-методическая сказка для взрослых : научно-методическое пособие / Ю. В. Покорный, М. Б. Зверева, Т. В. Перловская. — Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2007. — 36 с.
2	Элементы теории краевых задач [для студ. 3 и 4 курсов т аспирантов мат. фак., а также для специалистов направлений: 010100 - Математика, 010200 - Математика и компьютерные науки] : учебно-методическое пособие / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: М. Б. Зверева и др.] .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013. — 48 с. — Библиогр.: с.48. Издание на др. носителе: <a href="#">Элементы теории краевых задач [Электронный ресурс] = [для студ. 3 и 4 курсов т аспирантов мат. фак., а также для специалистов направлений: 010100 - Математика, 010200 - Математика и компьютерные науки] : учебно-методическое пособие / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: М. Б. Зверева [и др.] .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013.</a>
3	Некоторые вопросы колебаний струны [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студентов 4 курса и аспирантов мат. фак., а также для специалистов направлений: 010100 - Математика, 010200 - Математика и компьютерные науки] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. : М. Б. Зверева [и др.] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013. — Загл. с титул. экрана. — Электрон. версия печ. публикации. — Свободный доступ из интранета ВГУ. — Текстовый файл. — Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. Издание на др. носителе: <a href="#">Некоторые вопросы колебаний струны : учебно-методическое пособие для вузов : [для студентов 4 курса и аспирантов мат. фак., а также для специалистов направлений: 010100 - Математика, 010200 - Математика и компьютерные науки]</a>

	<a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m13-85.pdf">науки] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. : М. Б. Зверева [и др.] .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013 .— 49 с. &lt;URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m13-85.pdf&gt;.</a>
4	<b>Зверева Маргарита Борисовна.</b> О некоторых вопросах качественной теории дифференциальных уравнений с производными Стильеса : диссертация . канд. физ.-мат. наук : 01.01.02 / М. Б. Зверева ; Воронеж. гос. ун-т; науч. рук. Ю.В. Покорный .— Защищена 15.11.05 .— Воронеж, 2005 .— 120 с. + автореферат (16 с.) .— Библиогр.: с.114-120 .— На правах рукописи.

### 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости):

Специализированное программное обеспечение при изучении дисциплины не используется.

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

1. Типовое оборудование учебной аудитории.
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Зональной научной библиотеки ВГУ <http://www.lib.vsu.ru>

### 19. Фонд оценочных средств

#### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС (средства оценивания)
ОК – 1 Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	<b>Знать:</b> методы анализа и синтеза информации.	Лекции 1.1 Основные понятия и определения 1.2 Вариационная мотивация подхода 1.3 Дифференциал Стильеса 1.4 Задача Коши. Теорема существования 1.5 Однородное уравнение 1.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция	Фронтальный опрос Письменные ответы на вопросы

	<p>1.7 Краевая задача</p> <p>1.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля</p> <p>1.9 Осцилляционные свойства собственных функций</p>	
<p><b>Уметь:</b> абстрактно мыслить; анализировать и обобщать полученную в ходе обучения и исследований информацию; решать задачи, требующие абстрактного мышления.</p>	<p>Практические занятия</p> <p>2.1 Основные понятия и определения</p> <p>2.2 Вариационная мотивация подхода</p> <p>2.3 Дифференциал Стильеса</p> <p>2.4 Задача Коши. Теорема существования</p> <p>3.5 Однородное уравнение</p> <p>2.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция</p> <p>3.7 Краевая задача</p> <p>3.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля</p> <p>2.9 Осцилляционные свойства собственных функций</p>	<p>Устный опрос</p> <p>Контрольные работы</p>
<p><b>Владеть:</b> способностью к абстрактному мышлению, анализу и синтезу.</p>	<p>Лекции</p> <p>1.1 Основные понятия и определения</p> <p>1.2 Вариационная мотивация подхода</p> <p>1.3 Дифференциал Стильеса</p>	<p>Курсовая работа</p>

	<p>1.4 Задача Коши. Теорема существования</p> <p>1.5 Однородное уравнение</p> <p>1.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция</p> <p>1.7 Краевая задача</p> <p>1.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля</p> <p>1.9 Осцилляционные свойства собственных функций</p> <p>Практические занятия</p> <p>2.1 Основные понятия и определения</p> <p>2.2 Вариационная мотивация подхода</p> <p>2.3 Дифференциал Стильтьеса</p> <p>2.4 Задача Коши. Теорема существования</p> <p>2.5 Однородное уравнение</p> <p>2.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция</p> <p>2.7 Краевая задача</p> <p>2.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля</p> <p>2.9 Осцилляционные свойства собственных</p>	
--	--	--

		функций	
ОК – 3 Готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала	<b>Знать:</b> характеристики и механизмы самоорганизации и развития своего интеллектуального, культурного, духовного, нравственного, физического и профессионального уровня.	<p>Лекции</p> <p>1.1 Основные понятия и определения</p> <p>1.2 Вариационная мотивация подхода</p> <p>1.3 Дифференциал Стильтьеса</p> <p>1.4 Задача Коши. Теорема существования</p> <p>1.5 Однородное уравнение</p> <p>1.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция</p> <p>1.7 Краевая задача</p> <p>1.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля</p> <p>1.9 Осцилляционные свойства собственных функций</p>	Фронтальный опрос Письменные ответы на вопросы
	<b>Уметь:</b> находить недостатки в своем общекультурном и профессиональном уровнях развития и устранять их; реализовывать личностные способности и творческий потенциал в различных видах деятельности.	<p>Практические занятия</p> <p>2.1 Основные понятия и определения</p> <p>2.2 Вариационная мотивация подхода</p> <p>2.3 Дифференциал Стильтьеса</p> <p>2.4 Задача Коши. Теорема существования</p> <p>2.5 Однородное уравнение</p> <p>2.6</p>	Устный опрос Контрольные работы

		<p>Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция</p> <p>2.7 Краевая задача</p> <p>2.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля</p> <p>2.9 Осцилляционные свойства собственных функций</p>	
	<p><b>Владеть:</b> навыками и приемами саморазвития, самореализации, раскрытия творческого потенциала в профессиональной и других сферах деятельности.</p>	<p>Лекции</p> <p>1.1 Основные понятия и определения</p> <p>1.2 Вариационная мотивация подхода</p> <p>1.3 Дифференциал Стильеса</p> <p>1.4 Задача Коши. Теорема существования</p> <p>1.5 Однородное уравнение</p> <p>1.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция</p> <p>1.7 Краевая задача</p> <p>1.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля</p> <p>1.9 Осцилляционные свойства собственных функций</p> <p>Практические занятия</p> <p>2.1 Основные понятия и определения</p> <p>2.2 Вариационная мотивация подхода</p>	<p>Курсовая работа</p>

		<p>2.3 Дифференциал Стильтеса</p> <p>2.4 Задача Коши. Теорема существования</p> <p>2.5 Однородное уравнение</p> <p>2.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция</p> <p>2.7 Краевая задача</p> <p>2.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля</p> <p>2.9 Осцилляционные свойства собственных функций</p>	
<p>ПК - 1 Способность к интенсивной научно-исследовательской работе</p>	<p><b>Знать:</b> основные понятия и категории, применяемые в научном исследовании (причина, следствие, количество, качество, научный метод и т. п.); идеи, методы и фундаментальные основы в теории дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления.</p>	<p>Лекции</p> <p>1.1 Основные понятия и определения</p> <p>1.2 Вариационная мотивация подхода</p> <p>1.3 Дифференциал Стильтеса</p> <p>1.4 Задача Коши. Теорема существования</p> <p>1.5 Однородное уравнение</p> <p>1.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция</p> <p>1.7 Краевая задача</p> <p>1.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля</p>	<p>Фронтальный опрос Письменные ответы на вопросы</p>

		1.9 Осцилляционные свойства собственных функций	
	<b>Уметь:</b> определить и сформулировать цель исследования, т. е. поставить задачу; выбрать и обосновать методы решения поставленной задачи; составить обзор современных научных работ по теме исследования.	Практические занятия 2.1 Основные понятия и определения 2.2 Вариационная мотивация подхода 2.3 Дифференциал Стильтьеса 2.4 Задача Коши. Теорема существования 2.5 Однородное уравнение 2.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция 2.7 Краевая задача 2.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля 2.9 Осцилляционные свойства собственных функций	Устный опрос Контрольные работы
	<b>Владеть:</b> современными методами математики и физики, методами построения математических моделей и их исследования; способностью предлагать новые методы и подходы при решении профессиональных задач и обосновывать их.	Лекции 1.1 Основные понятия и определения 1.2 Вариационная мотивация подхода 1.3 Дифференциал Стильтьеса 1.4 Задача Коши. Теорема существования 1.5 Однородное	Курсовая работа

		<p>уравнение</p> <p>1.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция</p> <p>1.7 Краевая задача</p> <p>1.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля</p> <p>1.9 Осцилляционные свойства собственных функций</p> <p>Практические занятия</p> <p>2.1 Основные понятия и определения</p> <p>2.2 Вариационная мотивация подхода</p> <p>2.3 Дифференциал Стильтеса</p> <p>3.4 Задача Коши. Теорема существования</p> <p>2.5 Однородное уравнение</p> <p>2.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция</p> <p>3.7 Краевая задача</p> <p>3.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля</p> <p>3.9 Осцилляционные свойства собственных функций</p>	
ПК – 2 Способность к организации научно-	<b>Знать:</b> о приоритетных направлениях развития науки, техники и технологий в стране; о современном состоянии научных	<p>Лекции</p> <p>1.1 Основные понятия и определения</p> <p>1.2 Вариационная</p>	Фронтальный опрос Письменные ответы на вопросы

<p>исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом</p>	<p>исследований в предметной области; основные методы исследования и проведения теоретических и экспериментальных работ; методы анализа результатов научно-исследовательской работы.</p>	<p>мотивация подхода</p> <p>1.3 Дифференциал Стильтеса</p> <p>1.4 Задача Коши. Теорема существования</p> <p>1.5 Однородное уравнение</p> <p>1.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция</p> <p>1.7 Краевая задача</p> <p>1.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля</p> <p>1.9 Осцилляционные свойства собственных функций</p>	
	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- анализировать, систематизировать и обобщать научную информацию;</li> <li>- выбирать для проведения исследований необходимые и оптимальные методы;</li> <li>- оценивать промежуточные и конечные результаты научных исследований;</li> <li>- анализировать достоверность и корректность полученных результатов;</li> <li>- оформлять результаты научных исследований в форме курсовых работ, докладов, научных статей и представлять их на публике.</li> </ul>	<p>Практические занятия</p> <p>2.1 Основные понятия и определения</p> <p>2.2 Вариационная мотивация подхода</p> <p>2.3 Дифференциал Стильтеса</p> <p>2.4 Задача Коши. Теорема существования</p> <p>2.5 Однородное уравнение</p> <p>2.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция</p> <p>2.7 Краевая задача</p> <p>2.8 Спектральная</p>	<p>Устный опрос Контрольные работы</p>

		задача Штурма-Лиувилля  2.9 Осцилляционные свойства собственных функций	
	<b>Владеть:</b> - основными прикладными научными пакетами и редакторскими программами, используемых при проведении научно-исследовательских разработок; - основными методами планирования результатов научно-исследовательской работы; - основными методами проведения научных исследований; - принципами популяризации научных знаний.	Лекции 1.1 Основные понятия и определения 1.2 Вариационная мотивация подхода 1.3 Дифференциал Стильтьеса 1.4 Задача Коши. Теорема существования 1.5 Однородное уравнение 1.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция 1.7 Краевая задача 1.8 Спектральная задача Штурма-Лиувилля 1.9 Осцилляционные свойства собственных функций  Практические занятия 2.1 Основные понятия и определения 2.2 Вариационная мотивация подхода 2.3 Дифференциал Стильтьеса 2.4 Задача Коши. Теорема существования 2.5 Однородное	Курсовая работа

		уравнение 2.6 Дифференциальные неравенства. Критическая неосцилляция 2.7 Краевая задача 2.8 Спектральная задача Штурма- Лиувилля 2.9 Осцилляционные свойства собственных функций	
<b>Промежуточная аттестация: разделы 1 - 9</b>			Комплект КИМ Экзамен

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации:

для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели: владение навыками применения теоретических моделей при проведении исследовательской работы в профессиональной сфере деятельности и грамотной интерпретации полученных результатов; умение решать задачи различного уровня сложности из курса математики; наличие целостного представления о способах использования математического аппарата при решении задач в области дифференциальных уравнений, динамических систем, об общих закономерностях смежных с оптимальным управлением математических и естественнонаучных дисциплин и способах их использования при решении профессиональных задач в области дифференциальных уравнений и динамических процессов.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется четырех балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся ОК – 1: - имеет отличные знания методов анализа и синтеза, используемых в теории краевых задач и математическом моделировании; - в ходе обучения полностью сформировал умение решать задачи, требующие абстрактного мышления; - вполне успешно владеет методами анализа и синтеза при решении поставленных задач. ОК – 3: - демонстрирует знание существенных характеристик процессов саморазвития и самореализации и дает полную аргументацию адекватности использования своих способностей и возможностей в определенной ситуации; - умеет производить аргументированный выбор личностных способностей и	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>

возможностей при самостоятельной творческой реализации различных видов деятельности с учетом цели и условий их выполнения;

- владеет полной системой приемов саморазвития и самоорганизации, демонстрируя творческий подход при выборе приемов с учетом определенности или неопределенности ситуации в профессиональной и других сферах деятельности.

ПК – 1:

- в совершенстве знает основные понятия и категории, применяемые в научном исследовании (причина и следствие, количество и качество, научный метод и т. п.), идеи, методы, законы физики, математики, математического моделирования, теории краевых задач;

- отлично умеет определить и сформулировать цель исследования и постановку задачи, выбрать и обосновать метод решения поставленной задачи, составить обзор современных научных работ по теме исследований;

- уверенно владеет современными методами математики, математической физики, теории краевых задач, методами построения математических моделей и их исследования, способен предлагать новые методы и подходы к решению поставленных задач и обосновывать корректность их применения.

ПК – 2:

- отлично знает приоритетные направления развития науки, техники и технологий в стране, перечень критических технологий, современное состояние науки в предметной области, об информационных технологиях, применяемых в научных исследованиях, основные методы исследования и проведения теоретических и экспериментальных работ, методы оценки и анализа результатов научно-исследовательских работ;

- отлично умеет анализировать, систематизировать и обобщать научно-техническую информацию, выбирать для исследования необходимые методы, оценивать результаты научных исследований, анализировать и оценивать достоверность полученных результатов, оформлять результаты научных исследований и изысканий в форме научных статей, тезисов докладов и прочее, выступать с докладами и сообщениями на семинарах и научных конференциях;

- свободно владеет основными прикладными научными пакетами и редакторскими программами,

<p>используемыми при проведении научных исследований и разработок, основными методами планирования результатов научно-исследовательской работы, основными методами ведения научных исследований, принципами популяризации научных знаний.</p>		
<p>Обучающийся  <b>ОК – 1:</b>  - в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание методов анализа и синтеза, используемых в теории краевых задач и математическом моделировании;  - в целом успешно владеет умением решать задачи, требующие абстрактного мышления, однако имеются некоторые пробелы в знаниях или им допускаются незначительные ошибки;  - вполне успешно владеет методами анализа и синтеза при решении поставленных задач, однако имеются некоторые проблемы с применением полученных навыков.</p> <p><b>ОК – 3:</b>  - знает существенные характеристики процессов саморазвития и самореализации, но не может обосновать адекватность их использования в конкретных ситуациях;  - умеет реализовывать личностные способности только в конкретных видах деятельности, демонстрируя при этом творческий подход к разрешению заданных ситуаций;  - владеет системой приемов саморазвития и самореализации и осуществляет свободный личностный выбор приемов только в стандартных ситуациях конкретной профессиональной деятельности.</p> <p><b>ПК – 1:</b>  - достаточно хорошо знает основные понятия и категории, применяемые в научном исследовании (причина и следствие, количество и качество, научный метод и т. п.), идеи, методы, законы физики, математики, математического моделирования, теории краевых задач;  - хорошо умеет определить и сформулировать цель исследования и постановку задачи, выбрать и обосновать метод решения поставленной задачи, составить обзор современных научных работ по теме исследований;  - хорошо владеет современными методами математики, математической физики, теории краевых задач, методами построения математических моделей и их исследования, вполне способен предлагать новые методы и подходы к</p>	<p><i>Базовый уровень</i></p>	<p><i>Хорошо</i></p>

<p>решению поставленных задач и обосновывать корректность их применения.</p> <p><b>ПК – 2:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- хорошо знает приоритетные направления развития науки, техники и технологий в стране, перечень критических технологий, современное состояние науки в предметной области, об информационных технологиях, применяемых в научных исследованиях, основные методы исследования и проведения теоретических и экспериментальных работ, методы оценки и анализа результатов научно-исследовательских работ;</li> <li>- хорошо умеет анализировать, систематизировать и обобщать научно-техническую информацию, выбирать для исследования необходимые методы, оценивать результаты научных исследований, анализировать и оценивать достоверность полученных результатов, оформлять результаты научных исследований и изысканий в форме научных статей, тезисов докладов и прочее, выступать с докладами и сообщениями на семинарах и научных конференциях;</li> <li>- достаточно хорошо владеет основными прикладными научными пакетами и редакторскими программами, используемыми при проведении научных исследований и разработок, основными методами планирования результатов научно-исследовательской работы, основными методами ведения научных исследований, принципами популяризации научных знаний.</li> </ul>		
<p>Обучающийся</p> <p><b>ОК – 1:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- имеет фрагментарные, бессистемные знания методов анализа и синтеза, используемых в теории краевых задач и в математическом моделировании;</li> <li>- не способен в полной мере проявить умение решать задачи, требующие абстрактного мышления;</li> <li>- фрагментарно владеет методами анализа и синтеза при решении поставленных задач.</li> </ul> <p><b>ОК – 3:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- знает некоторые характеристики процессов саморазвития и самореализации, но не раскрывает механизмы их реализации в заданных ситуациях;</li> <li>- осуществляя выбор своих потенциальных личностных способностей и возможностей для выполнения определенных видов деятельности, не может обосновать их соответствие целям</li> </ul>	<p><i>Пороговый уровень</i></p>	<p><i>Удовлетворительно</i></p>

<p>деятельности;</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- владеет основными, базовыми приемами саморазвития и самореализации, но не может обосновать адекватность их использования в конкретной, заданной ситуации.</li></ul> <p><b>ПК – 1:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- поверхностно и слабо знает основные понятия и категории, применяемые в научном исследовании (причина и следствие, количество и качество, научный метод и т. п.), идеи, методы, законы физики, математики, математического моделирования, теории краевых задач;</li><li>- затрудняется определить и сформулировать цель исследования и постановку задачи, выбрать и обосновать метод решения поставленной задачи, составить обзор современных научных работ по теме исследований;</li><li>- недостаточно владеет современными методами математики, математической физики, теории краевых задач, методами построения математических моделей и их исследования, практически не способен предлагать новые методы и подходы к решению поставленных задач и обосновывать корректность их применения.</li></ul> <p><b>ПК – 2:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- имеет смутные представления о приоритетных направлениях развития науки, техники и технологий в стране, о перечне критических технологий, современном состоянии науки в предметной области, об информационных технологиях, применяемых в научных исследованиях, основных методах исследования и проведения теоретических и экспериментальных работ, методах оценки и анализа результатов научно-исследовательских работ;</li><li>- плохо умеет анализировать, систематизировать и обобщать научно-техническую информацию, выбирать для исследования необходимые методы, оценивать результаты научных исследований, анализировать и оценивать достоверность полученных результатов, оформлять результаты научных исследований и изысканий в форме научных статей, тезисов докладов и прочее, выступать с докладами и сообщениями на семинарах и научных конференциях;</li><li>- плохо или фрагментарно владеет основными прикладными научными пакетами и редакторскими программами, используемыми при проведении научных исследований и разработок, основными</li></ul>		
---	--	--

<p>методами планирования результатов научно-исследовательской работы, основными методами ведения научных исследований, принципами популяризации научных знаний.</p>		
<p>Обучающийся  <b>ОК – 1:</b>  - демонстрирует полное отсутствие знаний методов анализа и синтеза, используемых в теории краевых задач и математическом моделировании;  - не сформировал умение решать задачи, требующие абстрактного мышления;  - не владеет методами анализа и синтеза при решении поставленных задач.  <b>ОК – 3:</b>  - имеет поверхностное, неполное представление о характеристиках и механизмах процессов самоорганизации и саморазвития личности либо совсем их не знает;  - владеет информацией о личностных способностях, но для самостоятельного выполнения конкретной деятельности не может использовать те, которые адекватны целям и условиям осуществления деятельности, не готов и не умеет реализовывать личностные способности, творческий потенциал в различных видах деятельности и в социальных общностях;  - владеет отдельными приемами саморазвития и самоорганизации, но допускает существенные ошибки при их использовании в конкретных ситуациях, в профессиональной и других сферах деятельности, либо вовсе не владеет этими приемами.  <b>ПК – 1:</b>  - не знает основных понятий и категорий, применяемых в научном исследовании (причина и следствие, количество и качество, научный метод и т. п.), не знает также идей, методов, законов физики, математики, математического моделирования, теории краевых задач;  - не умеет определить и сформулировать цель исследования и постановку задачи, выбрать и обосновать метод решения поставленной задачи, составить обзор современных научных работ по теме исследований;  - не владеет современными методами математики, математической физики, теории краевых задач, методами построения математических моделей и их исследования, не способен предлагать новые методы и подходы к решению поставленных задач и обосновывать корректность их применения.  <b>ПК – 2:</b>  - не знает приоритетные направления</p>		<p><i>Неудовлетворительно</i></p>

<p>развития науки, техники и технологий в стране, перечень критических технологий, современное состояние науки в предметной области, об информационных технологиях, применяемых в научных исследованиях, основные методы исследования и проведения теоретических и экспериментальных работ, методы оценки и анализа результатов научно-исследовательских работ;</p> <p>- не умеет анализировать, систематизировать и обобщать научно-техническую информацию, выбирать для исследования необходимые методы, оценивать результаты научных исследований, анализировать и оценивать достоверность полученных результатов, оформлять результаты научных исследований и изысканий в форме научных статей, тезисов докладов и прочее, выступать с докладами и сообщениями на семинарах и научных конференциях;</p> <p>- совсем не владеет основными прикладными научными пакетами и редакторскими программами, используемыми при проведении научных исследований и разработок, основными методами планирования результатов научно-исследовательской работы, основными методами ведения научных исследований, принципами популяризации научных знаний.</p>		
--	--	--

**19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.**

**19.3.1 Перечень вопросов к экзамену**

1. Предварительные сведения.
2. Интеграл Стильеса.
3. Пространство  $BV[a;b]$ . Скачки функций из  $BV[a;b]$ .
4. Абсолютно непрерывные функции.
5. Теоремы Хелли, Фубини и Рисса.
6. Вариационная мотивация формулировок задач.
7. Дифференциал Стильеса.
8. Пространство допустимых решений.
9. Смысл уравнения в особых точках.
10. Расширенная область определения уравнения.
11. Аналог теорема Коши-Пеано.
12. Непрерывная зависимость решения от параметров.
13. Структура многообразия решений.
14. Вронскиан.
15. Распределение нулей.
16. Неосцилляция однородного уравнения.
17. Дифференциальные неравенства.
18. Критическая неосцилляция.
19. Невырожденность краевой задачи.

20. Функция влияния. Строгая дефиниция.
21. Основные свойства функции влияния.
22. Явное представление функции влияния.
23. Интегральная обратимость.
24. Структура спектра.
25. Ортогональность собственных функций.
26. Непустота спектра.
27. Зависимость решений от параметра.
28. Теорема о неявной функции.
29. Осцилляционные свойства собственных функций.
30. Основная теорема. Ветви нулей.

### 19.3.2 Перечень практических заданий

1. Найдите допустимые экстремали (т. е. решения уравнения Эйлера, удовлетворяющие заданным крайевым условиям) для заданных функционалов:

1.  $\Phi(u) = \int_{-1}^0 (12xu - u'^2) dx, u(-1) = 1, u(0) = 0.$

2.  $\Phi(u) = \int_a^b (u^2 + xuu') dx, u(a) = A, u(b) = B.$

3.  $\Phi(u) = \int_0^1 (x^2 u'^2) dx, u(0) = 0, u(1) = 1.$

4.  $\Phi(u) = \int_{\frac{1}{4}}^4 \left( u^3 - \frac{1}{2u'} \right) dx, u\left(\frac{1}{4}\right) = 1, u(4) = 2.$

5.  $\Phi(u) = \int_2^3 (x^2 - 1)u'^2 dx, u(2) = 0, u(3) = 1.$

2. Опишите условия для струны, упруго закрепленной на обоих концах.
3. Опишите математическую модель струны, жестко закрепленной в точках  $x = 0$  и  $x = l$ , подпертой пружиной жесткости  $k$  во внутренней точке  $\xi \in (0, l)$ .
4. Опишите математическую модель упруго-сочлененной в точке  $x = \xi \in (0, l)$  с помощью пружины жесткости  $k$  цепочки из двух струн, если
  - а) концы цепочки предполагаются закрепленными жестко в точках  $x = 0$  и  $x = l$ ;
  - б) левый конец цепочки в точке  $x = 0$  упруго закреплен с помощью пружины жесткости  $k_1$ , а правый конец в точке  $x = l$  свободен.
  - в) Опишите случай а), если к концам струн  $u(\xi - 0)$ ,  $u(\xi + 0)$  дополнительно прикреплены пружины жесткости  $k_1$  и  $k_2$  соответственно.
5. Найдите допустимые экстремали (т. е. решения уравнения Эйлера-Пуассона, удовлетворяющие указанным условиям) для заданных функционалов:

1.  $\Phi(u) = \int_0^1 u''^2 dx, u(1) = u'(1) = 0, u(0) = u'(0) = 0.$

2.  $\Phi(u) = \int_0^3 (360x^2 u - u''^2) dx, u(1) = u(3) = 0, u'(0) = 1, u'(3) = 2,5.$

3.  $\Phi(u) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4u^2 - 5u'^2 + u''^2) dx, u(0) = 3, u'(0) = 4, u\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, u'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$

6. Получите необходимое условие экстремума для функционала  $\Phi(u) = \int_0^1 u''^2 dx$ ,  $u(1) = u'(1) = 0$ ,  $u(0) = u'(0) = 0$  без: а) условий на правом конце; б) части условий на правом конце.
7. Для функционала из задачи Пуассона сформулируйте аналог задачи Больца и получите необходимое условие экстремума.
8. Опишите математическую модель стержня, закрепленного жестко на левом конце, в точке  $x = 0$ , и имеющего упругую опору (пружину жесткости  $\gamma$ ) на правом конце, в точке  $x = 1$ .
9. Опишите математическую модель стержня, закрепленного жестко на левом конце, в точке  $x = 0$ , со свободным правым концом, в точке  $x = 1$ .
10. Опишите математическую модель стержня, имеющего упругие опоры на обоих концах.
11. Опишите математическую модель системы, состоящей из двух шарнирно-сочлененных в точке  $\xi \in (0, l)$  стержней. Концы конструкции предполагаются жестко зажатыми (в точках  $x = 0$  и  $x = l$ ).
12. Опишите математическую модель системы, состоящей из двух шарнирно-сочлененных в точке  $\xi \in (0, l)$  стержней при наличии в этой точке упругой опоры. Концы конструкции предполагаются закрепленными шарнирно (в точках  $x = 0$  и  $x = l$ ).
13. Какие из приведенных ниже задач являются невырожденными, а какие нет? Приведите соответствующее доказательство. Для невырожденных задач найдите явное представление функции Грина  $G(x, s)$ .

$$1) \begin{cases} -u'' = f, \\ u(0) = u(1) = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} -u'' = f, \\ u(0) = u'(1) = 0. \end{cases} \quad 3) \begin{cases} -u'' + 9u = f, \\ u(0) = u(1) = 0. \end{cases} \quad 4) \begin{cases} -u'' = f, \\ u(0) = 0, \\ u'(1) + u(1) = 0. \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} u^{(4)} = f, \\ u(0) = u'(0) = 0, \\ u(1) = u'(1) = 0. \end{cases} \quad 6) \begin{cases} u^{(4)} = f, \\ u(0) = u''(0) = 0, \\ u(1) = u''(1) = 0. \end{cases} \quad 7) \begin{cases} u^{(4)} = f, \\ u(0) = u''(0) = 0, \\ u(1) = u'(1) = 0. \end{cases}$$

14. Выпишите уравнения и условия, которым будет удовлетворять функция влияния для задачи о струне, левый конец которой жестко закреплен, а правый – свободен. Посчитайте  $K(x, s)$  для  $p = 1$ ,  $q = 9$ .
15. Выпишите уравнения и условия, которым будет удовлетворять функция влияния для задачи о струне, левый конец которой жестко закреплен, а правый – упруго закреплен с помощью пружины жесткости  $\gamma$ . Посчитайте  $K(x, s)$  для  $p = 1$ ,  $q = 0$  и  $\gamma = 3$ .

### 19.3.3 Тестовые задания

### 19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ

#### Контрольная работа № 1

#### Вариант № 1

На графе-звезде  $\Gamma$  с ребрами  $\gamma_k$ ,  $k = \overline{1; n}$ , параметризованными отрезком  $[0, 1]$ , рассматривается

краевая задача  $-\frac{d^2 u}{dx^2} = f(x)$ ,  $u|_{\partial\Gamma} = 0$  с особенностью во внутреннем узле типа

$$\sum_{\gamma \in r} \frac{du(1)_\gamma}{dx} = \sum_{\gamma \in R} \frac{du(0)_\gamma}{dx}$$

( $r$ ,  $R$  - множество ребер входящих во внутренний узел и выходящих из него, соответственно).

1. Показать положительную определенность и симметричность оператора  $L$ , порожденного этой задачей.
2. Построить вариационную задачу, соответствующую краевой задаче.

### Вариант № 2

На графе-звезде  $\Gamma$  с ребрами  $\gamma_k$   $k = \overline{1; n}$ , параметризованными отрезком  $[0, 1]$ , рассматривается

краевая задача  $-\frac{d^2u}{dx^2} = f(x)$ ,  $u|_{\partial\Gamma} = 0$  с особенностью во внутреннем узле типа

$$\sum_{\gamma \in r} \frac{du(1)_\gamma}{dx} = \sum_{\gamma \in R} \frac{du(0)_\gamma}{dx}$$

( $r, R$  - множество ребер входящих во внутренний узел и выходящих из него, соответственно).

1. Построить пространство допустимых решений.
2. Показать невырожденность краевой задачи.

## Контрольная работа № 2

### Вариант № 1

На графе-звезде  $\Gamma$  с ребрами  $\gamma_k$   $k = \overline{1; n}$ , параметризованными отрезком  $[0, 1]$ , рассматривается

краевая задача  $-\frac{d^2u}{dx^2} = f(x)$ ,  $u|_{\partial\Gamma} = 0$  с особенностью во внутреннем узле типа

$$\sum_{\gamma \in r} \frac{du(1)_\gamma}{dx} = \sum_{\gamma \in R} \frac{du(0)_\gamma}{dx}$$

( $r, R$  - множество ребер входящих во внутренний узел и выходящих из него, соответственно).

1. Дать определение собственной функции.
2. Построить систему собственных функций.

### Вариант № 2

На графе-звезде  $\Gamma$  с ребрами  $\gamma_k$   $k = \overline{1; n}$ , параметризованными отрезком  $[0, 1]$ , рассматривается

краевая задача  $-\frac{d^2u}{dx^2} = f(x)$ ,  $u|_{\partial\Gamma} = 0$  с особенностью во внутреннем узле типа

$$\sum_{\gamma \in r} \frac{du(1)_\gamma}{dx} = \sum_{\gamma \in R} \frac{du(0)_\gamma}{dx}$$

( $r, R$  - множество ребер входящих во внутренний узел и выходящих из него, соответственно).

1. Дать определение собственной функции и собственного значения.
2. Показать ортогональность собственных функций.

### 19.3.5. Темы курсовых работ

1. Фредгольмова разрешимость краевой задачи с распределенными параметрами на графе (краевые условия Дирихле).
2. Построение решения классической задачи термоупругости в плоскости с разрезом.
3. Изучение корректности задачи, описывающей стационарное распределение тепла в материале с трещиной.
4. О разрешимости некоторого дифференциального уравнения в весовых пространствах Соболева-Слободецкого.

5. Разложение по обобщенным собственным функциям краевой задачи с распределенными параметрами на графе.
6. Существование решений задачи Коши для уравнения теплопроводности с особенностями.
7. Фредгольмова разрешимость краевой задачи с распределенными параметрами на графе (краевые условия Неймана).
8. Изучение поведения решения нестационарного волнового уравнения в материале с трещиной.
9. Решение краевых задач для уравнений параболического типа с переменным коэффициентом.
10. Решение начальной задачи для одного дифференциального уравнения с существенно переменным коэффициентом.

### 19.3.6 Темы рефератов

**19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций:** Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины, осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

[Формы, периодичность и порядок текущего контроля успеваемости](https://www.vsu.ru/.../Formi_sroki_kontrolya_091115.pdf)  
[https://www.vsu.ru/.../Formi\\_sroki\\_kontrolya\\_091115.pdf](https://www.vsu.ru/.../Formi_sroki_kontrolya_091115.pdf)

Текущая аттестация проводится в формах: письменных работ (контрольные работы, письменные ответы на вопросы), фронтального опроса. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

**ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

[https://www.law.vsu.ru/structure/admlaw/acts/edu\\_att.pdf](https://www.law.vsu.ru/structure/admlaw/acts/edu_att.pdf)

Курсовая работа выполняется под руководством и контролем научного руководителя обучающегося и оформляется в полном соответствии с инструкцией «Общие рекомендации по оформлению курсовых и выпускных квалификационных работ», расположенной на сайте ВГУ <https://www.vsu.ru>

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные и качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.