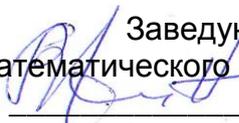


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ


Заведующий кафедрой
математического моделирования
Костин В.А.
подпись

03.07.2018

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.ОД.12 **Функции и векторные поля на гладких многообразиях**

Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом

1. Шифр и наименование специальности:

01.03.04 Прикладная математика

2. Специализация: Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма образования: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: математического моделирования математического факультета

6. Составитель программы: Царев Сергей Львович, канд. физ.-мат. наук
ФИО, ученая степень, ученое звание

7. Рекомендована: научно-методическим советом математического факультета, протокол от 03.07.2018, № 0500-07

наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола

отметки о продлении

8. Учебный год: 2018/2019

Семестр(-ы): 2

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цель изучения учебной дисциплины – изучение студентами избранных глав математического анализа на многообразиях.

Основными задачами учебной дисциплины являются:

- 1) повторение и закрепление теорем математического анализа;
- 2) повторение и закрепление теории гладких многообразий;
- 3) изучение основ теории Морса.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина «Функции и векторные поля на гладких многообразиях» относится к блоку «Дисциплины (модули)» Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 01.03.04 Прикладная математика и входит в базовую часть этого блока.

Теоретической и практической основой для освоения учебной дисциплины «Функции и векторные поля на гладких многообразиях» являются знания, умения и навыки студентов, приобретенные в результате изучения материала школьного курса математики, а также те знания, умения и навыки, которые приобретены обучающимися в процессе освоения дисциплин «Линейная алгебра», «Математический анализ», «Топология и дифференциальная геометрия».

Приступая к изучению дисциплины «Математические методы в социологии», студенты должны обладать элементами следующих компетенций:

– способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-5);

– способность работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия (ОК-6);

– способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

– готовность к самостоятельной работе (ОПК-1);

– готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов (ПК-10).

Учебная дисциплина «Математические методы в социологии» является предшествующей для выполнения курсовых работ, подготовки выпускной квалификационной работы.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	Готовность к самостоятельной работе	знать: что такое самостоятельная работа. уметь: работать самостоятельно. владеть: навыками самостоятельной работы.
ПК-12	Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	знать: основные определения и теоремы анализа на гладких многообразиях уметь: решать задачи анализа на гладких многообразиях владеть: навыками решения задач анализа на гладких многообразиях.

12 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 4 ЗЕТ / 144 часа.

Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) – зачет.

13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	По семестрам	
		6 сем.	
Аудиторные занятия	84	84	
в том числе: лекции	34	34	
практические	50	50	
лабораторные	0	0	
Самостоятельная работа	60	60	
Форма промежуточной аттестации <i>зачет – 0 час. / экзамен – __ час.)</i>	0	0	
Итого:	144	144	

13.1. Содержание дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Гладкие многообразия (повторение)	1. Топологические пространства. 2. Карта, Атлас. Определение гладкого многообразия. 3. Примеры гладких многообразий: евклидовы пространства и открытые области в них, многомерные сферы, торы.
2	Отображения гладких многообразий	1. Гладкие отображения гладких многообразий. Иммерсии, субмерсии, вложения. 2. Теоремы о неявном и обратном отображениях. Диффеоморфизмы. 3. Подмногообразия. Теорема Уитни. 4. Матричные многообразия.
3	Касательное расслоение	1. Касательное пространство и касательное расслоение. 2. Определение векторного поля на многообразии.
4	Тензоры и дифференциальные формы	1. Тензорные поля 2. Дифференциальные формы 3. Производная Ли
5	Гладкие функции на многообразиях	1. Лемма Морса. 2. Лемма о расщеплении особенности. 3. Гладкие функции на компактных многообразиях. Морсовские функции.

13.2 Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)			
		Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Гладкие многообразия (повторение)	8	10	12	30
2	Отображения гладких многообразий	8	10	12	30
3	Касательное расслоение	6	10	12	28
4	Тензоры и дифференциальные формы	6	10	12	28
5	Гладкие функции на многообразиях	6	10	12	28

	Итого:	34	50	60	144
--	---------------	-----------	-----------	-----------	------------

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т. д.)

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лабораторных занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность, на которую отводится 60 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Функции и векторные поля на многообразиях» предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам 1–5 с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям, подготовку к тестированию.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем для получения допуска к зачету.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ, используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Борисович Ю. Г. Введение в топологию / Ю. Г. Борисович, Н. М. Близняков, Я. А. Израилевич, Т. Н. Фоменко. – М.: URSS; ЛЕНАНД, 2015. – 441 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Уорнер Ф. Основы теории гладких многообразий и групп Ли / Ф. Уорнер ; Пер. с англ. — М.: Мир, 1987. — 302 с.
3	Голубицкий М. Устойчивые отображения и их особенности / М. Голубицкий, В. Гийемин. – М.: Мир, 1977. – 290 с.
4	Волобуев И. П. Дифференциальная геометрия и алгебра Ли и их приложения в теории поля / И. П. Волобуев, Ю. А. Кубышин.с— М.: Эдиториал УРСС, 1998. — 222 с.
5	Милнор, Дж. Теория Морса / Дж. Милнор; Пер. с англ. — М.: Мир, 1965. — 184 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Источник
4	В. А. Шарафутдинов. Основы теории Морса. – URL: http://math.nsc.ru/LBRT/d6/chair/documents/Sharafutdinov/Sharafutdinov_Riemannian_Geometry_Chapter_3.pdf

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы.

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Постон Т. Теория катастроф и её приложения / Т. Постон, И. Стюарт. – М.: Мир, 1980. – 606 с.
2	Голубицкий М. Устойчивые отображения и их особенности / М. Голубицкий, В. Гийемин. – М.: Мир, 1977. – 290 с.
3	Спивак М. Математический анализ на многообразиях / М. Спивак. – М.: Мир, 1968. – 165 с.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости).

Стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Стандартное оборудование аудитории.

19. Фонд оценочных средств:

19.1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения:

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1: Готовность к самостоятельной работе	знать: что такое самостоятельная работа.	1. Гладкие многообразия (повторение) 2. Отображения гладких многообразий 3. Касательное расслоение 4. Тензоры и дифференциальные формы 5. Гладкие функции на многообразиях	
	уметь: работать самостоятельно.	1. Гладкие многообразия (повторение) 2. Отображения гладких многообразий 3. Касательное расслоение 4. Тензоры и дифференциальные формы 5. Гладкие функции на многообразиях	Комплект практических заданий № 1
	владеть: навыками самостоятельной работы.	1. Гладкие многообразия (повторение) 2. Отображения гладких многообразий 3. Касательное расслоение 4. Тензоры и дифференциальные формы 5. Гладкие функции на многообразиях	Комплект практических заданий № 1
ПК-12: Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	знать: основные определения и теоремы анализа на гладких многообразиях	1. Гладкие многообразия (повторение) 2. Отображения гладких многообразий 3. Касательное расслоение 4. Тензоры и дифференциальные формы 5. Гладкие функции на многообразиях	
	уметь: решать задачи анализа на гладких многообразиях	1. Гладкие многообразия (повторение) 2. Отображения гладких многообразий 3. Касательное расслоение	Комплект практических заданий № 1

		4. Тензоры и дифференциальные формы 5. Гладкие функции на многообразиях	
	владеть: навыками решения задач анализа на гладких многообразиях	1. Гладкие многообразия (повторение) 2. Отображения гладких многообразий 3. Касательное расслоение 4. Тензоры и дифференциальные формы 5. Гладкие функции на многообразиях	Комплект практических заданий № 1
Промежуточная аттестация № 1			КИМ № 1

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие **показатели**:

- 1) знание определений и формулировок основных теорем анализа на гладких многообразиях;
- 2) умение доказывать основные теоремы анализа на многообразиях;
- 3) умение решать задачи анализа на многообразиях;
- 4) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется **шкала**: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала. Продемонстрировано знание основных результатов анализа на многообразиях; умение применять методы и результаты анализа на многообразиях; владение основными понятиями и методами анализа на многообразиях.	Повышенный уровень	Зачтено
В ответе на основные вопросы контрольно-измерительного материала содержатся отдельные пробелы в знании основ анализа на многообразиях; недостаточно продемонстрированы умения применять методы и результаты анализа на многообразиях; неполное владение основными понятиями и методами анализа на многообразиях.	Базовый уровень	Зачтено
В ответе на основные вопросы контрольно-измерительного материала содержатся частичные знания основ анализа на многообразиях; допускаются существенные ошибки при демонстрации умений применять методы и результаты анализа на многообразиях; обнаружено слабое владение основными понятиями и методами анализа на многообразиях.	Пороговый уровень	Зачтено
В ответе на основные вопросы контрольно-измерительного материала содержатся отрывочные либо ничтожные знания основ анализа на многообразиях; допускаются грубые ошибки при демонстрации умений применять методы и результаты анализа на	–	Не зачтено

многообразиях; отсутствует либо имеет случайный характер владение основными понятиями и методами анализа на многообразиях.		
--	--	--

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к промежуточной аттестации – зачету:

№	Вопросы к промежуточной аттестации (зачету)
1	Топологические пространства.
2	Карта, Атлас. Определение гладкого многообразия.
3	Примеры гладких многообразий: евклидовы пространства и открытые области в них, многомерные сферы, торы.
4	Гладкие отображения гладких многообразий. Иммерсии, субмерсии, вложения.
5	Теоремы о неявном и обратном отображениях. Диффеоморфизмы.
6	Подмногообразия. Теорема Уитни.
7	Матричные многообразия.
8	Касательное пространство и касательное расслоение.
9	Определение векторного поля на многообразии.
10	Тензорные поля
11	Дифференциальные формы
12	Производная Ли
13	Лемма Морса.
14	Лемма о расщеплении особенности.
15	Гладкие функции на компактных многообразиях. Морсовские функции.

19.3.2 Перечень практических заданий для текущей аттестации:

Комплект практических заданий № 1

- 1.1. Задать гладкий атлас на окружности, состоящий из двух карт.
- 1.2. Задать гладкий атлас на двумерной сфере, состоящий из двух карт.
- 1.3. Найти все критические точки функции высоты на стоячем торе. Какие из них являются невырожденными?
- 1.4. Найти все критические точки функции высоты на стандартной двумерной сфере, описать их особенности.
- 1.5. Провести исследование векторного поля, параллельного меридианам тора.

Критерии оценки компетенций (результатов обучения) при текущей аттестации (выполнении практических заданий):

– оценка «зачтено» ставится, если обучающийся продемонстрировал знание необходимого теоретического материала, показал владение практическими навыками и умение решать конкретную задачу в соответствии с поставленной целью. При этом допускается возможность незначительных неточностей теоретического или практического характера;

– оценка «не зачтено» ставится, если обучающийся допустил существенную ошибку, связанную с незнанием теории или отсутствием необходимых умений и навыков для выполнения поставленной задачи.

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме устного опроса (индивидуального опроса, фронтальных бесед по вопросам семинарских занятий); письменных работ (контрольных работ). Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и умений.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

Форма контрольно-измерительного материала

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой математического
моделирования

_____ В.А. Костин
_____.____.20__

Направление подготовки: 01.03.04 Прикладная математика
Дисциплина: Функции и векторные поля на гладких многообразиях
Курс: 3
Форма обучения: очная
Вид аттестации: промежуточная
Вид контроля: зачет

Контрольно-измерительный материал № 8

1. Матричные многообразия.
2. Найти все критические точки функции высоты на стандартной двумерной сфере, описать их особенности.

Преподаватель _____ Царев С.Л.

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальность 01.03.04 Прикладная математика

шифр и наименование направления/специальности

Дисциплина Б1.В.ОД.12 Функции и векторные поля на гладких многообразиях

код и наименование дисциплины

Специализация Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач

в соответствии с учебным планом

Форма обучения очная

Учебный год 2018/2019

Ответственный исполнитель

Доцент кафедры

математического моделирования _____ Царев С. Л. 03.07.2018

должность, подразделение

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП ВО

по направлению/ специальности _____ Гайдар К.М. 03.07.2018

подпись

расшифровка подписи

Начальник отдела

обслуживания ЗНБ _____ Васильченко Л.В. 03.07.2018

подпись

расшифровка подписи

Программа рекомендована НМС математического факультета

наименование факультета, структурного подразделения

протокол № 0500-07 от 03.07.2018 г.