

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
функционального анализа  
и операторных уравнений

Каменский М.И.



26.06.2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.В.ДВ.2.1 Математические модели механических систем

- 1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:** 01.03.01  
математика
- 2. Профиль подготовки / специализации:**
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр
- 4. Форма образования:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа  
и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Сидельникова Софья Юрьевна, преподаватель, ма-  
тематический факультет, кафедра функционального анализа и операторных урав-  
нений.
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол №0500-07 от  
03.07.2018 г.
- 8. Учебный год:** 2018–2019 **Семестр(ы):** шестой

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** Целью курса является ознакомление студентов с методами математического моделирования и анализа механических систем, применение математических методов к описанию движения и исследованию механических систем, овладение методами классической и аналитической механики.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина относится к естественнонаучному циклу и является курсом по выбору.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Математические модели механических систем»:

- теоретическая механика (динамика точки и системы точек, аналитическая механика);
- математический анализ (производная и дифференциал функции, неопределенный и определенный интегралы, частные производные);
- аналитическая геометрия (действия с векторами, линии и поверхности второго порядка);
- дифференциальные уравнения (дифференциальные уравнения первого порядка, линейные дифференциальные уравнения и системы);
- линейная алгебра (матрицы, определители).

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	<p>знать: как использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.</p> <p>уметь: применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.</p> <p>владеть (иметь навык(и)): методами математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных ме-</p>

		тодов, теоретической механики
ПК-1	способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Знать: как определить общие формы и закономерности отдельной предметной области. Уметь: определять общие формы закономерности 3 отдельной предметной области. Владеть: навыками, позволяющими определять общие формы и закономерности отдельной предметной области
ПК-2	способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Знать: как ставить естественнонаучные задачи, классические задачи математики. Уметь: математически корректно ставить естественнонаучные задачи, классические задачи математики. Владеть: методами постановки естественнонаучных задач, классических задач математики.

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 2/72.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

## 13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)			
	Всего	В том числе интерактивные часы	По семестрам	
			сем. 5	сем. 6
Аудиторные занятия	34		0	34
в том числе: лекции	0		0	0
практические	0		0	0
лабораторные	34		0	34
Самостоятельная работа	38		0	38
Итого:	72		0	72
Форма промежуточной аттестации	Контрольные работы			1 контрольная работа, 1 зачёт

### 13.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Динамика точки.	Свободные колебания материальной точки. Вынужденные колебания материальной точки. Импульс и кинетический момент материальной точки. Работа и мощность. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки.
2	Динамика системы точек.	Центр масс системы материальных точек. Теорема об импульсе системы и о движении центра масс. Теорема об изменении кинетического момента системы. Вращение твердого тела вокруг оси. Теорема об изменении кинетической

		энергии системы материальных точек.
3	Аналитическая механика.	Уравнения Лагранжа второго рода.

### 13.2 Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Динамика точки	0	0	12	12	24
2	Динамика системы точек	0	0	12	14	26
3	Аналитическая механика	0	0	10	12	22
Итого:		0	0	34	38	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Преподавание дисциплины заключается в проведении лабораторных занятий. При изучении курса «Математические модели механических систем» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения обучающимся рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждого лабораторного занятия студентам рекомендуется подробно разобрать теоретический материал, разобрать примеры, решенные на занятии.
2. Перед лабораторным занятием обязательно повторить теоретический материал. Еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникают вопросы, обязательно задать на следующем лабораторном занятии или в присутствующий час преподавателю.
3. При подготовке к лабораторным занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить лабораторные задачи.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	<b>Мещерский И.В.</b> Задачи по теоретической механике : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по техн. специальностям / И. В. Мещерский ; под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. — СПб. [и др.] : Лань, 2006 .— 447 с.
2.	<b>Айзерман М.А.</b> Классическая механика : [учебное пособие] / М. А. Айзерман .— М. : Физматлит, 2005 .— 378 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	<b>Арнольд В.И.</b> Математические аспекты классической и небесной механики / В.И. Арнольд, В.В.Козлов, А.И.Нейштадт. — М. : УРСС, 2002 .— 414 с.
4.	<b>Бухгольц Н.Н.</b> Основы курса теоретической механики : Учебник для гос ун-тов / Н.Н. Бухгольц; В переработке и с дополнениями С.М. Тарга. — Ч.2: Динамика системы материальных точек .— М.: Наука, 1972 .— 332с.
5.	Сборник задач по теоретической механике : Учебное пособие для студентов вузов / [Н.А. Бражниченко, В.Л. Кан, Б.Л. Минцберг и др.] ; под ред. Н.А. Бражниченко.— М. : Высшая школа, 1986 .— 479 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
6.	<b>Бухгольц Н.Н.</b> Основной курс теоретической механики : Учебник для гос. ун-тов / Н.Н. Бухгольц; В переработке и с дополнениями С.М. Тарга. — Ч.1: Кинематика, статика, динамика материальной точки. — М. : Наука, 1972. — 467с., <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/books/b7103.djvu">http://www.lib.vsu.ru/elib/books/b7103.djvu</a> >
7.	Прядко И.Н., Садовский Б.Н. Динамика 1 (конспект лекций). <URL: <a href="http://bsadovskiy.ru/include/6/6-6.pdf?1297791427">http://bsadovskiy.ru/include/6/6-6.pdf?1297791427</a> >.
8.	Прядко И.Н., Садовский Б.Н. Динамика 2 (конспект лекций). <URL: <a href="http://bsadovskiy.ru/include/6/6-7.pdf?1368508951">http://bsadovskiy.ru/include/6/6-7.pdf?1368508951</a> >.

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	<b>Мещерский И.В.</b> Задачи по теоретической механике : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по техн. специальностям / И. В. Мещерский ; под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. — СПб. [и др.] : Лань, 2006. — 447 с.
2.	<b>Бухгольц Н.Н.</b> Основной курс теоретической механики : Учебник для гос ун-тов / Н.Н. Бухгольц; В переработке и с дополнениями С.М. Тарга. — Ч.2: Динамика системы материальных точек. — М.: Наука, 1972. — 332с.
3.	Сборник задач по теоретической механике : Учебное пособие для студентов вузов / [Н.А. Бражниченко, В.Л. Кан, Б.Л. Минцберг и др.] ; под ред. Н.А. Бражниченко.— М. : Высшая школа, 1986. — 479 с.

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Лабораторное занятие с применением современных компьютерных технологий

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Аудитории для лабораторных, компьютер, мультимедийный проектор, доска (мел, маркеры).

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1 готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической гео-	знать: как использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной мате-	Динамика точки	Текущая аттестация – контрольная работа. Контрольно-измерительный материал к контрольной работе. Промежуточная ат-

<p>метрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.</p>	<p>матики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.</p>		<p>тестация – зачет. Контрольно-измерительные материалы к зачету</p>
<p>и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>Уметь: применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.</p>		
<p>ПК-1 способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области</p>	<p>владеть (иметь навык(и)): методами математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики</p> <p>Знать: как определить общие формы и закономерности отдельной предметной области.</p>	<p>Динамика системы точек</p>	<p>Текущая аттестация – контрольная работа. Контрольно-измерительный материал к контрольной работе. Промежуточная ат-</p>

			тестация – зачет. Контрольно-измерительные материалы к зачету
	Уметь: определять общие формы закономерности в отдельной предметной области.		
	Владеть: навыками, позволяющими определять общие формы и закономерности отдельной предметной области		
ПК-2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Знать: как ставить естественнонаучные задачи, классические задачи математики	Аналитическая механика	Текущая аттестация – контрольная работа. Контрольно-измерительный материал к контрольной работе. Промежуточная аттестация – зачет. Контрольно-измерительные материалы к зачету
	Уметь: математически корректно ставить естественнонаучные задачи, классические задачи математики		
	Владеть: методами постановки естественнонаучных задач, классических задач математики		
<b>Промежуточная аттестация</b>			<b>зачет</b>

### 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
---------------------------------	--------------------------------------	--------------

В случае удовлетворительных оценок по всем контрольным работам	Пороговый уровень	Зачтено
В противном случае	-	Не зачтено

### 19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Задания для контрольной работы

**Вариант 1**

1. Груз массой  $100\text{ г}$  подвесили к концу недеформированной пружины и отпустили без начальной скорости. Длина недеформированной пружины равна  $45\text{ см}$ , а при равновесии груза на пружине ее длина равна  $65\text{ см}$ . Найти: 1) уравнение движения груза; 2) амплитуду и период колебаний.
2. Материальная точка движется под действием силы всемирного тяготения по эллиптической орбите, причем известно, что максимальное значение угловой скорости равно  $\omega_1$ , минимальное –  $\omega_2$ , а минимальное значение расстояния от движущейся точки до фокуса (центра поля) равно  $\rho_1$ . Найти: 1) константу  $c = |r \times v|$ , 2) большую полуось  $a$  орбиты, 3) абсолютную величину скорости точки в тот момент времени, когда угловая скорость минимальна.

**Вариант 2**

1. Груз массой  $100\text{ г}$  движется по гладкой горизонтальной прямой под действием пружины и магнитной силы величины  $0,98\text{ Н}$ , направленной на растяжение пружины. В начальный момент пружина не деформирована и ее длина равна  $55\text{ см}$ , а груз отпущен с нулевой скоростью. В положении равновесия длина пружины равна  $75\text{ см}$ . Найти: 1) уравнение движения груза; 2) амплитуду и период колебаний.
2. Материальная точка движется под действием силы всемирного тяготения по эллиптической орбите, причем известно, что максимальное значение угловой скорости равно  $\omega_1$ , максимальное значение расстояния от движущейся точки до фокуса (центра поля) равно  $\rho_2$ , большая полуось орбиты равна  $a$ . Найти: 1) константу  $c = \rho^2 \dot{\varphi}$ , 2) минимальное значение угловой скорости, 3) абсолютную величину скорости точки в тот момент времени, когда угловая скорость минимальна.

#### 19.3.2 Задания для зачета

**Вариант 1**

1. Тяжелая бусинка движется по гладкой проволоке под действием силы тяжести. Форма проволоки описывается уравнениями  $y = x^2 - x$ ,  $z = 0$  (ось  $Oy$  направлена вертикально вверх). Составить уравнение движения бусинки (уравнение Лагранжа 2-го рода).
2. Материальная точка  $A$  массы  $60\text{ г}$  в плоскости  $Oxy$  движется по кривой  $y = tg\ x$  по закону  $x(t) = \pi t$  см. Материальная точка  $B$  массы  $50\text{ г}$  соединена с точкой  $A$  невесомым стержнем длины  $40\text{ см}$  и также движется в плоскости  $Oxy$ , причем угол  $\varphi = \angle(\vec{e}_x, \vec{AB})_n$  изменяется по закону  $\varphi(t) = \pi(t^2 + t)$  рад. Найти импульс системы  $\{A, B\}$  в момент времени  $t_1 = 1\text{ с}$ .
3. На горизонтальной платформе длины  $8\text{ м}$  находятся три человека: первый (массы  $70\text{ кг}$ ) стоит на левом конце платформы, второй (массы  $80\text{ кг}$ ) – на правом, а третий (массы  $50\text{ кг}$ ) – ровно посередине. В каком направлении и на какое расстояние должен был переместиться третий человек, если первые два поменялись местами, а сама платформа осталась в прежнем положении?



**Вариант 2** 1. Тяжелая бусинка движется по гладкой проволоке под действием силы тяжести. Форма проволоки описывается уравнениями  $z = \cos^2 x$ ,  $y = 0$  (ось  $Oz$  направлена вертикально вверх). Составить уравнение движения бусинки (уравнение Лагранжа 2-го рода).

2. Материальная точка  $A$  массы  $50 \text{ г}$  в плоскости  $Oxy$  движется по кривой  $y = x^3$  по закону  $x(t) = e^t \text{ см}$ . Материальная точка  $B$  массы  $20 \text{ г}$  соединена с точкой  $A$  невесомым стержнем длины  $30 \text{ см}$  и также движется в плоскости  $Oxy$ , причем угол  $\varphi = \angle(\vec{e}_x, \vec{AB})_n$  изменяется по закону  $\varphi(t) = \frac{\pi t^2}{2} \text{ рад}$ . Найти импульс системы

$\{A, B\}$  в момент времени  $t_1 = 1 \text{ с}$ .

3. На горизонтальной платформе длины  $12 \text{ м}$  и массы  $3000 \text{ кг}$  находятся три человека: первый (массы  $50 \text{ кг}$ ) стоит на левом конце платформы, второй (массы  $100 \text{ кг}$ ) – на правом, а третий (массы  $60 \text{ кг}$ ) – ровно посередине. В каком направлении и на какое расстояние переместится платформа, если первые два человека поменяются местами, а третий станет рядом с первым?

#### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях. К основным формам текущего контроля можно отнести проверку домашних заданий, контрольные работы. Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины «Математические модели механических систем» в форме зачета. Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях даже формирование определенных профессиональных компетенций. На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины и степень сформированности компетенций оценками «зачтено», «не зачтено». Задания текущего контроля и проведение промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание уровня освоения практических знаний, научных основ профессиональной деятельности; степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и практически значимую информацию; приобретение умений профессионально значимых для профессиональной деятельности.