

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
функционального анализа  
и операторных уравнений



Каменский М.И.  
подпись, расшифровка подписи  
26.06.2018г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.Б.14 Дискретная математика

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:** 01.03.01 математика
- 2. Профиль подготовки/специализация:** бакалавр
- 4. Форма образования:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Петрова Любовь Петровна, к.ф.-м.н., Сидельникова Софья Юрьевна, преподаватель; математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол №0500-07 от 03.07.2018
- 8. Учебный год** 2018-2019 **Семестр:** четвёртый

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:**

Целью курса является знакомство с основами дискретной математики, изучение классической теории графов, применение методов теории графов в прикладных задачах. Также целью дисциплины является освоение знаниями основополагающих понятий, результатов и методов математической логики, способами оценки эффективности и общих принципов построения алгоритмов. Иллюстрация на различных комбинаторных задачах способов оценки эффективности алгоритмов, в числе которых крайне важные для работы с большими массивами данных алгоритмы поиска.

Задачами курса являются:

- 1) изучение основ математической логики и приобретение навыков работы с предикатными исчислениями;
- 2) изучение вопросов полноты и замкнутости систем булевых функций ;
- 3) изучение дизъюнктивных нормальных форм и проблемы их минимизации;
- 4) изучение основных объектов и методов комбинаторики;
- 5) знакомство с основными понятиями и фактами теории графов и их применением в задачах оптимизации.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина относится к профессиональному циклу и является обязательной дисциплиной базовой (общепрофессиональной) части данного цикла.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Дискретная математика»:

– курс элементарной математики в рамках школьной программы.

Дисциплина «Дискретная математика» является необходимой для усвоения учебных курсов математического анализа, теории функций комплексной переменной, функционального анализа, теории вероятностей и математической статистики, а также для усвоения специальных курсов.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

| Компетенция |   | Планируемые результаты обучения   |
|-------------|---|---|
| Код         | Название  |   |
| ОК-7        | способность к самоорганизации и к самообразованию   | <p><b>Знать:</b> содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p> |
| ОПК-1       | готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики | <p><b>Знать:</b> основные понятия разделов дисциплины, методы анализа и доказательств основных утверждений;</p> <p><b>Уметь:</b> применять аппарат дискретной математики в решении практических задач;</p> <p><b>Владеть:</b> навыками анализа и исследования конкретных задач.</p>   |

|       |  |   |
|-------|--|---|
|       | и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности   |   |
| ОПК-2 | способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности | <b>Уметь:</b> Находить необходимый научный материал по дискретной математике для корректного создания математической модели практических задач<br><b>Владеть:</b> навыками моделирования конкретных задач с помощью средств дискретной математики для последующего их исследования численными методами. |
| ОПК-3 | способность к самостоятельной научно-исследовательской работе  | <b>Уметь:</b> самостоятельно ставить задачи;<br><b>Владеть:</b> приёмами анализа поставленных задач, их исследования и решения.   |

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 4/144.**

**Форма промежуточной аттестации — экзамен**

### 13. Виды учебной работы

| Вид учебной работы             | Трудоемкость             |                          |
|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
|                                | Всего                    | По семестрам             |
|                                |                          | 4-й семестр              |
| Аудиторные занятия             | 50                       | 50                       |
| в том числе: лекции            | 34                       | 34                       |
| практические                   | 16                       | 16                       |
| лабораторные                   |                          |                          |
| Самостоятельная работа         | 58                       | 58                       |
| Контроль                       | 36                       | 36                       |
| Форма промежуточной аттестации | экзамен, 2 контр. работы | экзамен, 2 контр. работы |
| Итого:                         | 144                      | 144                      |

### 13.1. Содержание дисциплины

| п/п              | Наименование раздела дисциплины                 | Содержание раздела дисциплины  |
|------------------|---|--|
| <b>1. Лекции</b> |   |  |
| 1.1              | Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ) | Индексы простоты. Тривиальный алгоритм, алгоритм основанный на операциях упрощения. Тупиковые, сокращённые ДНФ. Геометрический алгоритм. Импликанты, простые импликанты. Алгоритм Квайна - Мак-Класки. |
| 1.2              | Введение в комбинаторику.                       | Правило суммы и правило произведения. Размещения, перестановки, сочетания, разбиения множества. Биномиальные коэффициенты. Числа Стирлинга первого и   |

|                                |   |  |
|--------------------------------|---|--|
|                                |   | второго рода. Принцип включения и исключения. Производящие функции.  |
| 1.3                            | Линейные рекуррентные соотношения.              | Характеристический многочлен. Решение однородных и неоднородных линейных рекуррентных соотношений. Поиск решения методом производящих функций. Числа Фибоначи  |
| 1.4                            | Элементы теории графов.                         | Матричные представления графов. Маршруты, цепи, циклы. Связные компоненты графа. Подграфы. Изоморфизм и гомеоморфизм графов. Операции над графами. Двудольные графы. Деревья. Эйлеровы пути и циклы. Гамильтоновы пути и циклы. Поиск кратчайших путей в ориентированном графе. Раскраска вершин и рёбер графа. Хроматическое число графа. |
| <b>2. Практические занятия</b> |   |  |
| 2.1                            | Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ) | Решение задач на поиск тупиковых, сокращённых и минимальных ДНФ с помощью алгоритмов упрощения, геометрического и Квайна-Мак-Класки  |
| 2.2                            | Введение в комбинаторику.                       | Решение комбинаторных задач  |
| 2.3                            | Линейные рекуррентные соотношения.              | Решение однородных и неоднородных линейных рекуррентных соотношений  |
| 2.4                            | Элементы теории графов.                         | Построение матричных изображений графов, определение изоморфности графов, построение изоморфизма графов, построение эйлеровых, гамильтоновых циклов. Решение оптимизационных задач на графах.  |
| <b>3. Лабораторные работы</b>  |   |  |

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины          | Виды занятий (часов) |              |          |                        |       |
|-------|---|----------------------|--------------|----------|------------------------|-------|
|       |   | Лекции и             | Практические | Контроль | Самостоятельная работа | Всего |
| 1     | Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ) | 8                    | 2            | 9        | 8                      | 27    |
| 2     | Введение в комбинаторику.                       | 8                    | 6            | 9        | 18                     | 41    |
| 3     | Линейные рекуррентные соотношения.              | 6                    | 4            | 9        | 16                     | 35    |
| 4     | Элементы теории графов.                         | 12                   | 4            | 9        | 16                     | 41    |
|       | Итого:  | 34                   | 16           | 36       | 58                     | 144   |

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется:

- изучать основную и дополнительную литературу;
- разбирать и изучать конспекты лекций;
- выполнять контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- выполнять практические задания с применением теоретического материала.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 1.    | <b>Яблонский, Сергей Всеволодович.</b> Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— Изд. 4-е, стер. — М. : Высш. шк., 2006 .— 384 с. : ил., табл. — (Классический университетский учебник / редсов. : В.А. Садовничий (пред.) [и др.]) .— Посвящается 250-летию Московского университета .— Библиогр.: с.370-372 .— Предм. указ.: с.373-379 .— ISBN 5-06-005683-X. |

|    |   |
|----|---|
| 2. | <a href="#">Виленкин, Наум Яковлевич</a> . Комбинаторика / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин. — М. : ФИМА : МЦНМО, 2006. — 399, [1] с. : ил. — Библиогр.: с.400. — ISBN 5-89492-014-0. — ISBN 5-94057-230-8.  |
| 3. | <a href="#">Харари, Ф.</a> Теория графов / Ф. Харари ; пер. с англ. и предисл. В.П. Козырева; под ред. Г.П. Гаврилова. — Изд. 3-е, стер. — М. : URSS, 2006. — 300 с. : ил. — Библиогр.: с.269-286. — Имен. указ.: с.286-290. — Предм. указ.: с.293-297. — ISBN 5-484-00457-8. |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 4.    | <a href="#">Новиков, Ф. А.</a> Дискретная математика для программистов : [Учебник] / Ф. А. Новиков. — СПб. и др. : Питер, 2002. — 301с. : ил. — ISBN 5-272-00183-4.  |
| 5.    | <a href="#">Лавров, Игорь Андреевич</a> . Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов : [учебное пособие] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова. — Изд. 5-е, испр. — М. : Физматлит, 2004. — 255 с. — Библиогр.: с.248-249. — Предм. указ.: с.250-255. — ISBN 5-9221-0026-2.  |
| 6.    | <a href="#">Белоусов, Алексей Иванович</a> . Дискретная математика : Учебник для студ. вузов / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. — М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. — 743 с. : ил., табл. — (Математика в техническом университете ; Вып. 19). — ISBN 5-7038-1769-2. — ISBN 5-7038-1270-4 : 128.00. |
| 7.    | <a href="#">Гаврилов, Гарий Петрович</a> . Задачи и упражнения по курсу дискретной математики : Учебное пособие для студ. вузов, обуч. по спец. "Прикладная математика" / Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука : Физматлит, 1992. — 408 с. : ил. — ISBN 5020139912 : 37.50.                                     |
| 8.    | Лекции по теории графов : учебное пособие для студ., обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика" / В.А. Емеличев [и др.]. — М. : Наука : Физматлит, 1990. — 382, [1] с. : ил., табл. — Авт. указаны на обороте тит. л. — ISBN 5-02-013992-0.   |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

| № п/п | Ресурс  |
|-------|---|
| 1.    | Математическая логика /Логика высказываний/ [электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу / сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский. — Воронеж, 2015. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf</a> >. |
| 2.    | Математическая логика /Логика предикатов/ [электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу / сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский. — Воронеж, 2015. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf</a> >.   |

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 1.    | <a href="#">Яблонский, Сергей Всеволодович</a> . Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. — Изд. 4-е, стер. — М. : Высш. шк., 2006. — 384 с. : ил., табл. — (Классический университетский учебник / редсов. : В.А.Садовничий (пред.) [и др.]) . — Посвящается 250-летию Московского университета. — Библиогр.: с.370-372. — Предм. указ.: с.373-379. — ISBN 5-06-005683-X. |
| 2.    | <a href="#">Гаврилов, Гарий Петрович</a> . Задачи и упражнения по курсу дискретной математики : Учебное пособие для студ. вузов, обуч. по спец. "Прикладная математика" / Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука : Физматлит, 1992. — 408 с. : ил. — ISBN 5020139912 : 37.50.   |

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Нет

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, аудитории для лабораторных работ, компьютер, мультимедийный проектор, доска (мел, маркеры).

## 19. Фонд оценочных средств:

**19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

| Код и содержание компетенции (или ее части)   | Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)  | Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование) | ФОС* (средства оценивания)  |
|---|---|---|---|
| <p>ОК-7</p> <p>Способность к самоорганизации и к самообразованию</p>  | <p><b>Знать:</b> содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности.</p> | <p>Разделы 1-4</p>  | <p>Устный опрос.<br/>Практические занятия.<br/>Контрольные работы 1-2</p> |
| <p>ОПК-1</p> <p>готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и</p> | <p><b>Знать:</b> основные понятия разделов дисциплины, методы анализа и доказательств основных утверждений;</p> <p><b>Уметь:</b> применять аппарат дискретной математики в решении практических задач;</p>  | <p>Разделы 1-4</p>  | <p>Устный опрос.<br/>Практические занятия.<br/>Контрольные работы 1-2</p> |

|   |  |             |  |
|---|--|-------------|--|
| математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности  | <b>Владеть:</b> навыками анализа и исследования конкретных задач.  |             |  |
| ОПК-2<br>способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности | <b>Уметь:</b> Находить необходимый научный материал по дискретной математике для корректного создания математической модели практических задач<br><b>Владеть:</b> навыками моделирования конкретных задач с помощью средств дискретной математики для последующего их исследования численными методами | Разделы 1-4 | Устный опрос.<br>Практические занятия.<br>Контрольные работы 1-2 |
| ОПК-3<br>способность к самостоятельной научно-исследовательской работе  | <b>Уметь:</b> самостоятельно ставить задачи;<br><b>Владеть:</b> приёмами анализа поставленных задач, их исследования и решения.  | Разделы 1-4 | Устный опрос.<br>Практические занятия.<br>Контрольные работы 1-2 |
| <b>Промежуточная аттестация</b>   |  |             | экзамен  |

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:  
1) знание определений основных объектов изучения и основных утверждений курса дискретной математики;

- 2) умение применять теоретические знания в практических задачах;
- 3) владение теоретическими основами дисциплины, умение грамотно проводить доказательства теорем и иллюстрировать их примерами

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

| Критерии оценивания компетенций  | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок               |
|--|--------------------------------------|----------------------------|
| <i>Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим материалом данного курса, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области дискретной математики</i>  | <i>Повышенный уровень</i>            | <i>Отлично</i>             |
| <i>Ответ на контрольно-измерительный материал не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.</i> | <i>Базовый уровень</i>               | <i>Хорошо</i>              |
| <i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, или не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в доказательствах теорем</i>                   | <i>Пороговый уровень</i>             | <i>Удовлетворительно</i>   |
| <i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки</i>   | <i>–</i>                             | <i>Неудовлетворительно</i> |

### 19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

1. Определение размещения с повторениями.
2. Определение размещения без повторений.
3. Определение перестановки без повторений.
4. Определение перестановки с повторениями.
5. Определение сочетания без повторений.
6. Определение сочетания с повторениями.
7. Определение разбиения множества.
8. Определение унимодальной последовательности;
9. Определение производящей функции;
10. Определение рекуррентного соотношения и его степени.
11. Определение линейного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.
12. Определение общего решения рекуррентного соотношения.
13. Определение характеристического многочлена линейного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.
14. Описать вид частного решения неоднородного рекуррентного соотношения, в котором следует его искать, если правая часть имеет специальный вид.
15. Описать алгоритм применения метода производящих функций при решении рекуррентных соотношений.
16. Сформулировать и доказать утверждение о числах размещений, перестановок, сочетаний с повторениями и без;
17. Сформулировать и доказать утверждение о рекуррентном соотношении чисел Стирлинга II-го рода.
18. Сформулировать и доказать утверждение о свойствах чисел сочетания без повторений.



19. Сформулировать и доказать утверждение принципа "включения -исключения".
20. Сформулировать и доказать "теорему обращения".
21. Сформулировать и доказать утверждение об общем решении линейного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.
22. Определение коэффициента простоты;
23. Определение минимальной ДНФ;
24. Определение операций склеивания и поглощения;
25. Определение тупиковой ДНФ;
26. Определение алгоритма упрощения;
27. Определение покрытия и его ранга;
28. Определение максимальной грани покрытия;
29. Определение два определения простой импликанты;
30. Определение сокращённой ДНФ;
31. Определение неприводимого покрытия;
32. Определение геометрического алгоритма;
33. Определение особенности алгоритма Квайна;
34. Определение особенности алгоритма Квайна-Мак-Класки;
35. Определение карт Карно и их назначение;
36. Определение графа (ориентированного и неориентированного);
37. Определение геометрической реализации графа;
38. Определение изоморфизма графов;
39. Определение операции подразделения ребра;
40. Определение гомеоморфизма графов;
41. Определение теорема о полоской реализации графа;
42. Определение смежных вершин и рёбер;
43. Определение инцидентности;
44. Определение матрицы инцидентностей графа и орграфа;
45. матрицы смежности графа и орграфа;
46. Определение подграфа, частичного графа и частичного подграфа;
47. Определение нуля-графа и полного графа;
48. Определение составного простого и элементарного пути;
49. Определение составного простого и элементарного контура;
50. Определение составной простой и элементарной цепи;
51. Определение составного простого и элементарного цикла;
52. Определение связности и сильной связности графа;
53. Определение компоненты связности;
54. Определение произведения, суммы, объединения и пересечения графов;
55. Определение мультиграфа;
56. Определение цикломатического числа графа;
57. Определение вектор-цикла;
58. Определение независимых циклов
59. Определение хроматического числа графа;
60. Определение хроматического класса графа;
61. Определение степени вершины графа;
62. Эйлерового цикла;
63. Гамильтонового цикла.
64. Сформулировать и доказать теорему о реализации любого графа в  $\mathbf{R}^3$ ;
65. Сформулировать и доказать теорему о связи изоморфизма графов с их матрицами инцидентий;
66. Сформулировать и доказать теорему о связи изоморфизма графов с их матрицами смежностей;
67. Сформулировать и доказать теорему об изменении цикломатического числа при добавлении ребра в мультиграф и её следствие;
68. Сформулировать и доказать теорему о связи цикломатического числа графа с независимыми циклами и её следствия;
69. Сформулировать и доказать теорему о связи цикломатического числа графа с независимыми контурами;
70. Сформулировать и доказать теорему Кёнига о бихроматическом графе;
71. Сформулировать и доказать утверждение о числе вершин в графе (без кратных рёбер) и о числе вершин с нечётной степенью;
72. Сформулировать и доказать теорему о необходимом и достаточном условии существования эйлерового цикла;

### 19.3.2 Перечень практических заданий

1. В соревновании по гимнастике участвуют 10 человек. Трое судей должны независимо друг от друга перенумеровать их в порядке, отражающем их успехи в соревновании по мнению судей. Победителем считается тот, кого назовут первым хотя бы двое судей.

В какой доле случаев соревнования победитель будет определен?

2. Пять девушек и трое юношей играют в городки. Сколькими способами они могут разбиться на две команды по 4 человека в каждой команде, если в каждой команде должно быть хотя бы по одному юноше?

3. Автобусу, в котором находится 11 пассажиров, предстоит сделать 5 остановок. Сколькими способами могут распределиться пассажиры между этими остановками?

4. В почтовом отделении продаются открытки 12 сортов. Сколькими способами можно купить в нем 10 открыток?

5. В купе железнодорожного вагона имеется два противоположных дивана по 5 мест в каждом. Из 10 пассажиров четверо желают сидеть лицом к паровозу, а трое — спиной к паровозу, остальным трем безразлично, как сидеть. Сколькими способами могут разместиться пассажиры?

6. Сколькими способами можно выбрать из 16 лошадей шестёрку для запряжки так, чтобы в неё вошли 3 лошади из шестёрки  $ABCA'B'C'$ , но не вошли ни одна из пар  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ?

7. Автомобильные номера состоят из одной, двух или трех букв и четырех цифр. Найти число таких номеров, если используются 32 буквы русского алфавита.

8. Несколько человек садятся за круглый стол. Будем считать, что два способа рассадки совпадают, если каждый человек имеет одних и тех же соседей в обоих случаях. Сколькими различными способами можно посадить семь человек?

9. Имеется 3 курицы, 4 утки и 2 гуся. Сколько имеется комбинаций для выбора нескольких птиц так, чтобы среди выбранных были и куры, и утки, и гуси?

10. Сколькими способами можно составить из 9 согласных и 7 гласных слово, в которое входят 4 различных согласных и 3 различных гласных? Во скольких из этих слов никакие две согласные не стоят рядом?

11. Сколькими способами можно переставить буквы в слове «кофеварка так», чтобы гласные и согласные буквы чередовались?

12. Сколькими способами можно выбрать из натуральных чисел от 1 до 20 два числа так, чтобы их сумма была нечетной?

13. Сколько различных десятизначных чисел можно написать, пользуясь лишь цифрами 1, 2, 3, при дополнительном условии, что цифра 3 используется в каждом числе ровно два раза? Сколько из написанных чисел делится на 9?

14. На каждом борту лодки у весел должны сидеть по 4 человека. Сколькими способами можно выбрать команду для этой лодки, если есть 31 кандидат, причем 10 человек хотят сидеть на левом борту лодки, 12 — на правом, а для 9 безразлично, где сидеть?

15. У мужа 12 знакомых — 5 женщин и 7 мужчин, а у жены — 7 женщин и 5 мужчин (иные, чем у мужа). Сколькими способами можно составить компанию из 6 мужчин и 6 женщин так, чтобы 6 человек пригласил муж и 6 — жена?

16. Сколькими способами можно выбрать 12 человек из 17, если среди них есть двое, которых нельзя выбирать вместе?

17. Сколькими способами можно выбрать из 15 человек группу людей для работы, если в группу могут входить от 5 до 15 человек?

18. У Паши 7 друзей. В течение недели он приглашает их к себе по 3 обедать, причем компании не повторяются. Сколькими способами он может составить расписание обедов так, чтобы никакие два друга не встретились у него более одного раза?

19. Во скольких шестизначных числах есть 3 четные и 3 нечетные цифры, если не допускаются «шестизначные» числа, начинающиеся с нуля?

20. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр числа 123153?

21. Сколькими способами можно выбрать из натуральных чисел от 1 до 30 три натуральных числа так, чтобы их сумма была четной?

22. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «пастухи» так, чтобы и гласные, и согласные шли в алфавитном порядке?

23. Сколькими способами можно расставить 12 белых и 12 черных шашек на черных полях шахматной доски?

24. Клетки шахматной доски раскрашиваются в 8 цветов так, что в каждом горизонтальном ряду встречаются все 8 цветов, а в каждом вертикальном ряду не встречаются подряд две клетки одного цвета. Сколькими способами возможна такая раскраска?

25. Из колоды в 52 карты двое выбирают по 4 карты каждый. Сколько возможно различных выборов?

26. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «Абакан» так, чтобы согласные шли в алфавитном порядке?

27. Сколькими способами 6 человек могут выбрать из 6 пар перчаток по правой и левой перчатке так, чтобы ни один не получил пары?

28. Сколько неотрицательных целых чисел, меньших 1 000 000, содержат все цифры 1, 2, 3, 4?

29. Сколькими способами можно выбрать из слова «логарифм» две согласных и одну гласную букву?

30. Найти общее решение рекуррентного отношения  $y_{n+2} - 7y_{n+1} + 10y_n = -2 \cdot 3^n$ .

31. Найти общее решение рекуррентного отношения  $y_{n+2} - 4y_{n+1} - 21y_n = 12 - 96n$ .

32. Найти общее решение рекуррентного отношения  $y_{n+2} + y_{n+1} - 20y_n = -14 \cdot 2^n$ .

33. Найти общее решение рекуррентного отношения  $y_{n+2} + 9y_{n+1} + 14y_n = 72n + 33$ .

34. Найти общее решение рекуррентного отношения  $y_{n+2} + 7y_{n+1} + 10y_n = 28 \cdot 2^n$ .

35. Найти общее решение рекуррентного отношения  $y_{n+2} - 10y_{n+1} + 21y_n = -36n - 12$ .

36. Найти общее решение рекуррентного отношения  $y_{n+2} - y_{n+1} - 20y_n = -8 \cdot 4^n$ .

37. Найти общее решение рекуррентного отношения  $y_{n+2} - 9y_{n+1} + 14y_n = 14 - 12n$ .

38. Найти общее решение рекуррентного отношения  $y_{n+2} - 9y_{n+1} + 8y_n = -12 \cdot 4^n$ .

39. Найти общее решение рекуррентного отношения  $y_{n+2} + 7y_{n+1} + 6y_n = 56n + 36$ .

40. Найти минимальную ДНФ булевой функции  $(1 + A) \wedge C \vee A \wedge (C \rightarrow B)$ .

41. Найти минимальную ДНФ булевой функции  $(A \rightarrow C) \wedge (\neg B \rightarrow \neg C) \wedge \neg(A \rightarrow B)$

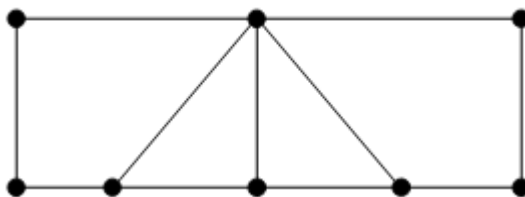
42. Найти минимальную ДНФ булевой функции  $(\neg A \rightarrow B \vee C) \wedge (C \rightarrow B)$

43. Найти минимальную ДНФ булевой функции  $(A \rightarrow B) \wedge A \wedge (\neg B \vee \neg C)$

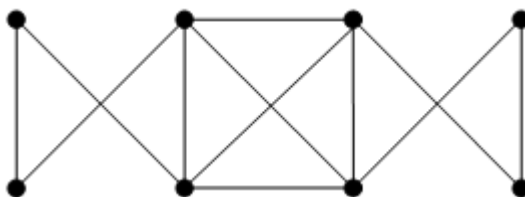
44. Найти минимальную ДНФ булевой функции  $(A \rightarrow C) \wedge (A \vee B \vee C) \wedge B \wedge \neg C$

45. Найти минимальную ДНФ булевой функции  $(A \wedge \neg C \vee B) \wedge (B \rightarrow C) \wedge (A \vee \neg B)$

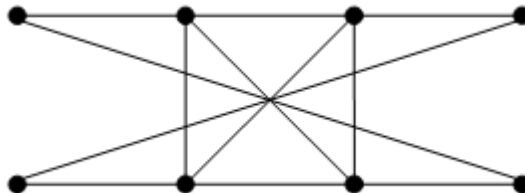
46. Построить рёберный граф к данному, пронумеровав рёбра данного и вершины построенного графов в соответствии.



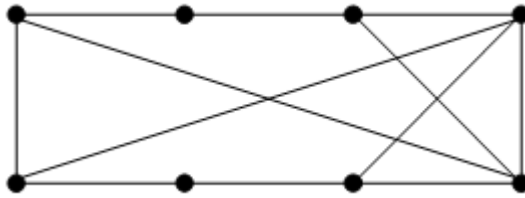
47. Определить является ли граф эйлеровым, если нет, обосновать, если да, построить эйлеровый цикл



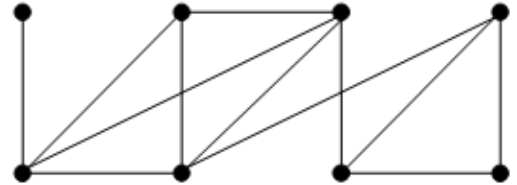
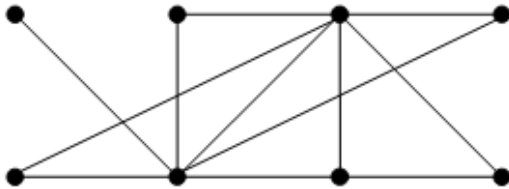
48. Построить гамильтонов цикл графа



49. Пронумеровать вершины графа в произвольном порядке и выписать матрицу смежностей



50. . Определить являются ли графы изоморфными, если нет, обосновать, если да, привести пример изоморфизма



**19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе математического факультета Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме устного опроса по теоретической части курса и в форме решения практических задач. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования и Положением о балльно-рейтинговой системе математического факультета.

Промежуточная аттестация (зачет) проводится в форме ответов на теоретические вопросы и решения задач из контрольно-измерительных материалов.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.