

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
функционального анализа
и операторных уравнений

Каменский М.И.
подпись, расшифровка подписи
26.06.2018г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.06 Моделирование прикладных задач нелинейными
дифференциальными системами

1. Код и наименование направления подготовки/специальности: 02.04.01

математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация: математические основы компьютерных наук

3. Квалификация (степень) выпускника: магистр

4. Форма образования: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: функционального анализа и операторных уравнений

6. Составители программы: Петрова Любовь Петровна, к.ф.-м.н., математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений

7. Рекомендована: НМС математического факультета, протокол №0500-07 от 03.07.2018

8. Учебный год 2018-2019

Семестр: второй

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью курса является ознакомление студентов с системами с диодными нелинейностями и задачами, приводящими к этим системам. Задачами курса являются:

- 1) изучение некоторых вопросов теории выпуклых множеств, конусов и гранёных конусов;
- 2) знакомство с оператором диодной нелинейности и его свойствами;
- 3) изучение вопросов существования и единственности решения задачи Коши для систем с диодными нелинейностями (СДН);
- 4) изучение вопросов о периодических решениях СДН и их устойчивости.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к профессиональному циклу и является обязательной дисциплиной (общей) части данного цикла.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Дифференциальные уравнения», «Модели систем с разрывными нелинейностями»:
 – дифференциальные уравнения (решения задачи Коши, устойчивость решения);
 – модели систем с разрывными нелинейностями (определение решений задачи Коши с разрывной правой частью и дифференциального включения);

Дисциплина «Моделирование прикладных задач нелинейными дифференциальными системами» является специальным курсом, расширяющим понятие систем дифференциальных уравнений со специальной правой частью.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	Знать: основные понятия и определения курса. Уметь: находить новые задачи в рамках курса. Владеть: навыком исследования и решения новых задач
ОПК-2	способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Знать: принцип построения модели в виде системы с диодной нелинейностью (СДН); Уметь находить задачи, допускающие модель в виде СДН; Владеть: навыками исследования моделей с помощью математического аппарата и компьютерных технологий
ОПК-3	готовность самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов	Знать: программные средства компьютерной реализации математической модели ; Уметь создавать программы, реализующие СДН в среде прикладных программных средств; Владеть: навыками исследования математических моделей с помощью компьютерных технологий.
ОК-1	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	Знать: основные понятия курса; Уметь выбрать ранее изученные факты для формирования гипотезы; Владеть: навыком анализа гипотезы и оценки области её применения.
ОК-3	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала	Знать: средства поиска нужной для самообразования информации; Уметь выбирать нужную информацию, изучать её и применять в решении поставленных задач; Владеть: навыком постановки новых задач.
ПК-1	способность к интенсивной научно-исследовательской работе	Знать: основные понятия и определения курса; Уметь выбирать нужную информацию, изучать её и применять в решении поставленных задач; Владеть: навыком постановки новых задач.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 3/108.

Форма промежуточной аттестации — экзамен

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		2-й семестр
Аудиторные занятия	32	32
в том числе: лекции	16	16
практические		
лабораторные	16	16
Самостоятельная работа	40	40
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час. / экзамен – __ час.)	1 контрольная работа, курсовая работа, экзамен - 36	1 контрольная работа, курсовая работа, экзамен - 36
Итого:	108	108

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Выпуклые множества, конуса.	Свойства выпуклых множеств и конусов, проекция на выпуклые множества.
1.2	Понятие СДН.	Определение и свойства оператора диодной нелинейности. Задачи, приводящие с СДН.
1.3	Решения СДН.	Теорема существования и единственности решения задачи Коши с СДН. Существование периодического решения. Вопросы устойчивости решения СДН.
2. Практические занятия		
3. Лабораторные работы		
3.1	Выпуклые множества, конуса.	Доказательство свойств выпуклых множеств и конусов, проекция на выпуклые множества.
3.2	Понятие СДН.	Построение моделей электрических цепей с диодами в виде систем с диодными нелинейностями.
3.3	Решения СДН.	Поиск решений полученных моделей теоретическими и численными методами.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Выпуклые множества, конуса.	2		2	10	14
2	Понятие СДН.	6		6	14	26
3	Решения СДН.	8		8	16	32
	Итого:	16		16	40	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется:

- изучать основную и дополнительную литературу;
- разбирать и изучать конспекты лекций;
- выполнять контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- выполнять практические задания с применением теоретического материала.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Обен, Жан-Пьер. Прикладной нелинейный анализ = <i>Applied nonlinear analysis</i> / Ж.-П. Обен, И. Экланд ; пер. с англ. Б.С. Дарховского, Г.Г. Магарил-Ильяева с предисл. В.М. Тихомирова .— М. : Мир, 1988 .— 510 с.
2.	Филиппов, Алексей Федорович. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А. Ф. Филиппов .— М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985 .— 222, [2] с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	Беклемешев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры /.— М.: Наука, 1983. — 336 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1.	Л.П.Петрова, Б.Н. Садовский. Системы с диодными нелинейностями. <URL: http://bsadovskiy.ru/5/ .

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Л.П.Петрова, Б.Н. Садовский. Системы с диодными нелинейностями. <URL: http://bsadovskiy.ru/5/ .

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Нет

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, аудитории для лабораторных работ, компьютер, мультимедийный проектор, доска (мел, маркеры).

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1 способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	Знать: основные понятия и определения курса.	Разделы 1-3	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольная и курсовая работы
	Уметь: находить новые задачи в рамках курса.		
	Владеть: навыком исследования и решения новых задач.		
ОПК-2 способность создавать и исследовать новые	Знать: принцип построения модели в виде системы с диодной нелинейностью (СДН);	Разделы 1-3	Устный опрос. Лабораторные занятия.

математические модели в естественных науках	Уметь находить задачи, допускающие модель в виде СДН;		Контрольная и курсовая работы
	Владеть: навыками исследования моделей с помощью математического аппарата		
ОПК-3 готовность самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов	Знать: программные средства компьютерной реализации математической модели ;	Разделы 1-3	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольная и курсовая работы
	Уметь создавать программы, реализующие СДН в среде прикладных программных средств;		
	Владеть: навыками исследования математических моделей с помощью компьютерных технологий.		
ОК-1 способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	Знать: основные понятия курса;	Разделы 1-3	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольная и курсовая работы
	Уметь выбрать ранее изученные факты для формирования гипотезы;		
	Владеть: навыком анализа гипотезы и оценки области её применения.		
ОК-3 готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала	Знать: средства поиска нужной информации;	Разделы 1-3	Устный опрос. Лабораторные занятия. Контрольная и курсовая работы
	Уметь выбирать нужную информацию, изучать её и применять в решении поставленных задач;		
	Владеть: навыком постановки новых задач.		
Промежуточная аттестация			Контрольная работа, курсовая работа, экзамен

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание определений основных объектов изучения и основных утверждений данного курса;
- 2) умение применять теоретические знания в практических задачах;
- 3) владение теоретическими основами дисциплины, умение грамотно проводить доказательства теорем и иллюстрировать их примерами

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
---------------------------------	--------------------------------------	--------------

Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим материалом данного курса, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, или не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в доказательствах теорем	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки	–	Неудовлетворительно

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

1. Выпуклые множества, Нормальны и касательный конус, разложение вектора на ортогональные проекции.
2. Определение системы с диодными нелинейностями и её решений.
3. Основные утверждения о конусах.
4. Оператор диодной нелинейности и его свойства.
5. Модели некоторых прикладных задач в виде систем с диодными нелинейностями (СДН).
6. Теорема существования и единственности решения задачи Коши с СДН.
7. Две теоремы существования предельных циклов двумерных СДН.

19.3.2 Перечень практических заданий

Докажите, что следующие множества выпуклы:

1. Пустое множество.
2. Все пространство \mathbb{R}^n .
3. Подпространство единичной коразмерности, которое можно описать как множество элементов x , удовлетворяющих при некотором фиксированном ненулевом $n \in \mathbb{R}^n$ уравнению $(n, x) = 0$. Вектор n называется *нормалью* к данному подпространству.
4. Пересечение любого семейства выпуклых множеств.
5. В частности, любое линейное подпространство L – пересечение конечного множества подпространств единичной коразмерности; его можно описать системой уравнений $(n_i, x) = 0$ ($i = 1, \dots, k$). Здесь и в дальнейшем круглыми скобками обозначается стандартное скалярное произведение в \mathbb{R}^n – сумма попарных произведений соответствующих координат. Подпространство L можно также описать векторным уравнением $Nx = 0$ с матрицей N , строками которой являются векторы n_i .
6. Сдвиг $Q + s$ выпуклого множества Q на вектор $s \in \mathbb{R}^n$.

7. В частности, сдвинутое подпространство (аффинное подпространство) $L + s$, которое можно также описать неоднородным векторным уравнением $Nx = c$ с вектором $c = Ns$.
8. Полупространство, т.е. множество векторов x , удовлетворяющих при некотором фиксированном ненулевом $n \in \mathbb{R}^n$ неравенству $(n, x) \leq 0$. Вектор n называется *внешней нормалью* к данному полупространству.
9. *Граненый (многогранный) конус* – пересечение конечного набора полупространств.
10. Сдвинутое полупространство $P + s$ – сдвиг полупространства на некоторый вектор s . Может быть описано через внешнюю нормаль n и константу $c = (n, s)$ неравенством $(n, x) \leq c$.
11. *Многогранник* – пересечение конечного множества сдвинутых полупространств. Может быть описан системой неравенств $(n_i, x) \leq c_i$ ($i = 1, \dots, k$).

12. *Выпуклая оболочка* $\text{co}V$ множества $V \subset \mathbb{R}^n$, т.е. множество всех выпуклых комбинаций конечных подмножеств множества $V : x \in \text{co}V$ означает, что x допускает представление

$$x = \sum_{j=0}^m \alpha_j v_j, v_j \in V, \alpha_j \geq 0, \sum_{j=0}^m \alpha_j = 1$$

(m может зависеть от x).

13. *Симплекс* размерности $0 \leq r \leq n$ – выпуклая оболочка множества *вершин* $V = \{v_0, v_1, \dots, v_r\}$, находящихся в *общем положении*, т.е. таких, что векторы $\{v_1 - v_0, \dots, v_r - v_0\}$ линейно независимы.
14. Множество, описываемое неравенством $f(x) \leq 0$ с *выпуклой* функцией $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, т.е. такой, что

$$f\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq \frac{f(x) + f(y)}{2}$$

для любых $x, y \in \mathbb{R}^n$.

15. В частности, шар радиуса R с центром в нуле – в этом случае

$$f(x) = x^2 - R^2, x^2 = (x, x).$$

16. *Конус* – множество $K \subset \mathbb{R}^n$, содержащее вместе с любыми своими элементами x, y их линейные комбинации с неотрицательными коэффициентами. В частности, все пространство, подпространство, полупространство и граненый конус являются конусами.

Докажите следующие утверждения.

17. Если $x \in \text{int} Q$ (т.е. x есть внутренняя точка множества Q), то $N_x = \{\theta\}$ – конус, состоящий из одной нулевой точки.
18. Если x есть точка сдвинутого подпространства $Q = \{x : (n, x) = c\}$ единичной коразмерности, то $N_x = \text{lin}\{n\}$ (линейная оболочка одноэлементного множества $\{n\}$, т.е. проходящая через нуль прямая с направляющим вектором n).
19. Если x есть граничная точка сдвинутого полупространства $Q = \{x : (n, x) \leq c\}$ (т.е. $(n, x) = c$), то $N_x = \text{con}\{n\}$ – выходящий из нуля луч с направляющим вектором n , коническая оболочка множества $\{n\}$.
20. Если Q есть пересечение выпуклых замкнутых множеств Q_1, Q_2 и $x \in Q$, то

$$N_x = \text{con}[N_x(Q_1) \cup N_x(Q_2)].$$

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе математического факультета Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме устного опроса по теоретической части курса и в форме решения практических задач. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования и Положением о балльно-рейтинговой системе математического факультета.

Промежуточная аттестация (зачет) проводится в форме ответов на теоретические вопросы и решения задач из контрольно-измерительных материалов.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.