

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
алгебры и топологических  
методов анализа



Звягин В.Г.  
05.07.2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.Б.07 Алгебра

**1. Шифр и наименование направления подготовки:**

01.03.01 Математика

**2. Профиль подготовки:** Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

**3. Квалификация выпускника:** Бакалавр

**4. Форма образования:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и топологических методов анализа

**6. Составители программы:** Близняков Николай Михайлович, к.ф.-м.н, доцент

**7. Рекомендована:** НМС математического факультета,  
протокол № 0500-07 от 03.07.2018 г

**8. Учебный год:** 2018-2019

**Семестр(-ы):** 1, 2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью курса является освоение основных понятий и фактов алгебры, овладение основными методами решения задач.

Задачами учебной дисциплины являются:

- ознакомление с основными алгебраическими понятиями и фактами;
- овладение основными методами решения задач;
- выработка навыков и умений по применению полученных знаний при решении задач алгебры и других математических дисциплин.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Блок 1. Базовая часть .

Входными знаниями является курс школьной программы

## 11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОК-7	способность к самоорганизации и самообразованию	знать: методы и средства обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний. уметь: самостоятельно применять методы обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности владеть (иметь навык(и)): приемами развития памяти, мышления, анализа и обобщения информации, навыками профессионального мышления, развитой мотивацией к саморазвитию с целью повышения квалификации и профессионального мастерства, навыками выражения своих мыслей и мнений в межличностном и деловом общении, навыками эффективного взаимодействия в сложных ситуациях человеческих отношений
ОПК-1	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	Знать: основы математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики Уметь: самостоятельно изучать новые методы решения задач с использованием изученных предметов Владеть: фундаментальными знаниями в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики
ОПК-2	способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Знать: стандартные задачи профессиональной деятельности и информационной безопасности. Уметь: решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий с учетом основных требований информационной безопасности. Владеть: способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности
ОПК-3	способность к самостоятельной научно-исследовательской работе	Знать: принципы научно-исследовательской работы Уметь: решать научно-исследовательские задачи, поставленные руководителем Владеть: навыками самостоятельной научно-исследовательской работы

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 15 / 540.**

**Форма промежуточной аттестации: зачёт, экзамен**

**13. Виды учебной работы:**

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	По семестрам	
		1	2
Аудиторные занятия	264	140	124
в том числе: лекции	136	68	68
практические	118	68	50
лабораторные			
Самостоятельная работа	214	80	134
Контроль	72	36	36
Итого:	540	252	288

**13.1 Содержание разделов дисциплины:**

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Системы линейных уравнений (метод Гаусса)	Системы линейных уравнений и матрицы. Ступенчатые системы линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
1.2	Перестановки и подстановки	Перестановки. Четность перестановки. Транспозиции перестановки. Переход от одной перестановки к другой при помощи транспозиций. Изменение четности перестановки при транспозиции. Подстановки. Четность подстановки. Число четных подстановок.
1.3	Определители	Определители матриц 2-го и 3-го порядка. Правило Крамера. Определители матриц n-го порядка. Свойства определителей. Свойства определителей, связанные с линейной комбинацией строк и транспонированием. Миноры k-го порядка. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке. Методы вычисления определителей. Правило Крамера решения систем n уравнений с n неизвестными. Другие подходы к построению теории определителей
1.4	Пространство $R^n$	Координатное векторное пространство $R^n$ . Линейная зависимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Подпространство. Базис подпространства.
1.5	Ранг матрицы	Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Нахождение ранга матрицы и базиса системы векторов при помощи элементарных преобразований. Дополнение линейно независимых систем векторов до базиса.
1.6	Системы линейных уравнений (ранг матрицы)	Критерии совместности системы линейных уравнений в терминах ранга матриц. Обобщение правила Крамера на системы m линейных уравнений с n неизвестными. Структура множества решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
1.7	Действия с матрицами. Обратная матрица.	Действия с матрицами. Определитель произведения матриц. Матричные уравнения. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований. Правило Крамера. Разложение матриц. Ранг суммы и произведение матриц.
1.8	Группы и гомоморфизмы	Алгебраические структуры. Виды алгебраических структур. Группы. Разрешимость уравнений в полугруппе. Изоморфизмы и гомоморфизмы алгебраических структур. Свойства гомоморфизмов. Подгруппы. Конструирование

		подгрупп. Описание всех подгрупп группы $Z$ . Циклическая группа. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Факторгруппа. Теорема Кели.
1.9	Кольца	Кольцо. Типы колец. Подкольцо. Гомоморфизмы колец. Характеристика поля.
1.10	Комплексные числа	Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме. Группа корней из единицы.
1.11	Многочлены от одной переменной	Кольцо многочленов от одной переменной. Функциональный и алгебраический подходы к понятию многочлена. Корни многочлена. Связь корней многочлена с делителями первой степени. Число корней многочлена над областью целостности. Совпадение подходов к понятию многочлена над бесконечной областью целостности. Кратность корня многочлена. Разложение на множители над областью целостности. Разложение многочлена по степеням двучлена $x-c$ Производная многочлена. Понижение кратности корня при дифференцировании. Формула Тейлора. Многочлены над алгебраически замкнутыми полями. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Многочлены над полем действительных чисел. Рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами. Границы корней многочлена. Нахождение корней многочленов (формула Кардано, теорема Абеля и Галуа). Теоремы о числе действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Деление многочлена на многочлен с остатком, наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые над полем множители.
1.12	Многочлены от нескольких переменных	Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Основная теорема теории симметрических многочленов.
1.13	Векторные пространства	Векторные пространства. Линейная зависимость систем векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Изоморфизм векторных пространств. Изоморфность конечномерных пространств одинаковой размерности. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат векторов при изменении базиса. Подпространство векторного пространства. Линейная оболочка и ранг системы векторов. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма подпространств.
1.14	Линейные отображения	Линейные отображения векторных пространств. Матрица линейного отображения. Изменение матрицы линейного отображения при переходе к другим базисам. Действия с линейными отображениями. Пространство линейных отображений. Ядро и образ линейного отображения, их размерности. Линейные операторы. Обратный оператор, условие существования обратного оператора. Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Инвариантные подпространства. Критерий диагонализруемости матрицы линейного оператора.
1.15	Жорданова форма оператора	Жорданова клетка. Жорданова матрица. Корневые подпространства. Разложение пространства в прямую сумму циклических корневых подпространств. Теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного оператора в комплексном и в вещественном пространстве. Единственность жордановой нормальной формы.
1.16	Билинейные и квадратичные формы	Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Симметрические и кососимметрические билинейные формы. Квадратичные формы. Методы Лагранжа и Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции.

		Положительно определенные формы. Критерий Сильвестра. Приведение пары квадратичных форм к каноническому виду. Билинейные и квадратичные формы на комплексном пространстве.
1.17	Евклидовы и унитарные пространства	Евклидовы и унитарные векторные пространства. Длина вектора, угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Определитель Грама. Ортогональное дополнение. Проекция вектора на подпространство. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Сопряженный базис. Линейный оператор, сопряженный к данному. Симметрические и эрмитовы линейные операторы, их спектр. Существование собственного ортонормированного базиса. Ортогональные и унитарные линейные операторы, канонический базис для них. Разложение невырожденного линейного оператора в произведение положительного и изометрического оператора. Приведение квадратичной (эрмитовой) формы к главным осям.
1.18	Аффинные пространства и аффинные отображения	Аффинные и аффинные евклидовы пространства. Системы координат. Плоскости в аффинном пространстве, способы их задания. Расстояние между точками евклидова пространства. Расстояние от точки до плоскости. Объем в евклидовом пространстве. Объем параллелепипеда и определитель Грама. Аффинные отображения, их запись в координатах. Разложение аффинного преобразования в произведение сдвига и преобразования, оставляющего на месте точку. Геометрический смысл определителя аффинного преобразования. Движения евклидова пространства. Классификация движений. Квадрики (гиперповерхности второго порядка) в аффинном пространстве. Классификация квадрик в аффинной и евклидовой геометриях. невырожденные центральные квадрики. Канонические и цилиндрические квадрики. Асимптотические направления. Геометрические свойства главных осей эллипсоида.
1.19	Проективные пространства	Проективное пространство произвольной размерности, различные модели. Однородные координаты. Аффинные карты проективного пространства. Проективные преобразования и проективная группа. Квадрики в проективном пространстве, их классификация
1.20	Тензоры	Тензоры. Запись тензоров в координатах. Изменение коэффициентов тензора при переходе к другому базису. Операции над тензорами (сложение и умножение). Свертка тензора. Симметрические и кососимметрические тензоры. Операции симметрирования и альтернирования.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Системы линейных уравнений (метод Гаусса)	Системы линейных уравнений и матрицы. Ступенчатые системы линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
2.2	Перестановки и подстановки	Перестановки. Четность перестановки. Транспозиции перестановки. Переход от одной перестановки к другой при помощи транспозиций. Изменение четности перестановки при транспозиции. Подстановки. Четность подстановки. Число четных подстановок.
2.3	Определители	Определители матриц 2-го и 3-го порядка. Правило Крамера. Определители матриц n-го порядка. Свойства определителей. Свойства определителей, связанные с линейной комбинацией строк и транспонированием. Миноры k-го порядка. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке. Методы вычисления определителей. Правило Крамера решения систем n уравнений с n неизвестными.

		Другие подходы к построению теории определителей
2.4	Пространство $R^n$	Координатное векторное пространство $R^n$ . Линейная зависимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Подпространство. Базис подпространства.
2.5	Ранг матрицы	Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Нахождение ранга матрицы и базиса системы векторов при помощи элементарных преобразований. Дополнение линейно независимых систем векторов до базиса.
2.6	Системы линейных уравнений (ранг матрицы)	Критерии совместности системы линейных уравнений в терминах ранга матриц. Обобщение правила Крамера на системы $m$ линейных уравнений с $n$ неизвестными. Структура множества решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
2.7	Действия с матрицами. Обратная матрица.	Действия с матрицами. Определитель произведения матриц. Матричные уравнения. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований. Правило Крамера. Разложение матриц. Ранг суммы и произведение матриц.
2.8	Группы и гомоморфизмы	Алгебраические структуры. Виды алгебраических структур. Группы. Разрешимость уравнений в полугруппе. Изоморфизмы и гомоморфизмы алгебраических структур. Свойства гомоморфизмов. Подгруппы. Конструирование подгрупп. Описание всех подгрупп группы $Z$ . Циклическая группа. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Факторгруппа. Теорема Кели.
2.9	Кольца	Кольцо. Типы колец. Подкольцо. Гомоморфизмы колец. Характеристика поля.
2.10	Комплексные числа	Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме. Группа корней из единицы.
2.11	Многочлены от одной переменной	Кольцо многочленов от одной переменной. Функциональный и алгебраический подходы к понятию многочлена. Корни многочлена. Связь корней многочлена с делителями первой степени. Число корней многочлена над областью целостности. Совпадение подходов к понятию многочлена над бесконечной областью целостности. Кратность корня многочлена. Разложение на множители над областью целостности. Разложение многочлена по степеням двучлена $x - c$ . Производная многочлена. Понижение кратности корня при дифференцировании. Формула Тейлора. Многочлена над алгебраически замкнутыми полями. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Многочлены над полем действительных чисел. Рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами. Границы корней многочлена. Нахождение корней многочленов (формула Кардано, теорема Абеля и Галуа). Теоремы о числе действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Деление многочлена на многочлен с остатком, наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые над полем множители.
2.12	Многочлены от нескольких переменных	Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Основная теорема теории симметрических многочленов.
2.13	Векторные пространства	Векторные пространства. Линейная зависимость систем векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Изоморфизм векторных пространств. Изоморфность конечномерных пространств одинаковой размерности. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат векторов при изменении базиса. Подпространство векторного пространства. Линейная

		оболочка и ранг системы векторов. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма подпространств.
2.14	Линейные отображения	Линейные отображения векторных пространств. Матрица линейного отображения. Изменение матрицы линейного отображения при переходе к другим базисам. Действия с линейными отображениями. Пространство линейных отображений. Ядро и образ линейного отображения, их размерности. Линейные операторы. Обратный оператор, условие существования обратного оператора. Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Инвариантные подпространства. Критерий диагонализруемости матрицы линейного оператора.
2.15	Жорданова форма оператора	Жорданова клетка. Жорданова матрица. Корневые подпространства. Разложение пространства в прямую сумму циклических корневых подпространств. Теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного оператора в комплексном и в вещественном пространстве. Единственность жордановой нормальной формы.
2.16	Билинейные и квадратичные формы	Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Симметрические и кососимметрические билинейные формы. Квадратичные формы. Методы Лагранжа и Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Положительно определенные формы. Критерий Сильвестра. Приведение пары квадратичных форм к каноническому виду. Билинейные и квадратичные формы на комплексном пространстве.
2.17	Евклидовы и унитарные пространства	Евклидовы и унитарные векторные пространства. Длина вектора, угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Определитель Грама. Ортогональное дополнение. Проекция вектора на подпространство. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Сопряженный базис. Линейный оператор, сопряженный к данному. Симметрические и эрмитовы линейные операторы, их спектр. Существование собственного ортонормированного базиса. Ортогональные и унитарные линейные операторы, канонический базис для них. Разложение невырожденного линейного оператора в произведение положительного и изометрического оператора. Приведение квадратичной (эрмитовой) формы к главным осям.
2.18	Аффинные пространства и аффинные отображения	Аффинные и аффинные евклидовы пространства. Системы координат. Плоскости в аффинном пространстве, способы их задания. Расстояние между точками евклидова пространства. Расстояние от точки до плоскости. Объем в евклидовом пространстве. Объем параллелепипеда и определитель Грама. Аффинные отображения, их запись в координатах. Разложение аффинного преобразования в произведение сдвига и преобразования, оставляющего на месте точку. Геометрический смысл определителя аффинного преобразования. Движения евклидова пространства. Классификация движений. Квадрики (гиперповерхности второго порядка) в аффинном пространстве. Классификация квадрик в аффинной и евклидовой геометриях. Невырожденные центральные квадрики. Канонические и цилиндрические квадрики. Асимптотические направления. Геометрические свойства главных осей эллипсоида.
2.19	Проективные пространства	Проективное пространство произвольной размерности, различные модели. Однородные координаты. Аффинные карты проективного пространства. Проективные

		преобразования и проективная группа. Квадрики в проективном пространстве, их классификация
2.20	Тензоры	Тензоры. Запись тензоров в координатах. Изменение коэффициентов тензора при переходе к другому базису. Операции над тензорами (сложение и умножение). Свертка тензора. Симметрические и кососимметрические тензоры. Операции симметрирования и альтернирования.

### 13.2 Разделы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Системы линейных уравнений (метод Гаусса)	4	4		10	18
2.	Перестановки и подстановки	4	4		7	15
3.	Определители	10	8		20	38
4.	Пространство $R^n$	4	4		10	18
5.	Ранг матрицы	4	4		7	15
6.	Системы линейных уравнений (ранг матрицы)	4	4		6	14
7.	Действия с матрицами. Обратная матрица.	8	6		12	26
8.	Группы и гомоморфизмы.	10	8		15	33
9.	Кольца.	2	4		8	14
10.	Комплексные числа	4	6		15	25
11.	Многочлены от одной переменной	14	10		10	34
12.	Многочлены от нескольких переменных	2	4		8	14
13.	Векторные пространства	10	8		15	33
14.	Линейные отображения	8	8		15	31
15.	Жорданова форма оператора	6	4		10	20
16.	Билинейные и квадратичные формы	8	6		10	24
17.	Евклидовы и унитарные пространства	16	11		10	37
18.	Аффинные пространства и аффинные отображения	12	3		8	22
19.	Проективные пространства	4	0		8	12
20.	Тензоры	4	4		10	18
	Экзамен					72
	Итого:	136	118		214	540

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Алгебра» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов Интернет, необходимых для освоения дисциплины:

#### а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Кострикин А.И. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2009.-Ч.1. Основы алгебры. – 271 с.
2	Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учеб. для студентов вузов, обуч. по специальностям "Математика", "Прикладная математика"/ А.Г.Курош.-СПб.: Лань, 2007. – 560 с. <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=527">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=527</a>
3	Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: учеб. пособие для вузов/ Д.К.Фаддеев.-СПб.: Лань, 2007.–416 с. <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=397">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=397</a>

#### б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Кострикин А.И. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2000.-Ч.3. Основные структуры алгебры. – 272 с.
5	Боревич З. И. Определители и матрицы : учебное пособие / З.И. Боревич .— Изд. 4-е, стер. — СПб. [и др.] : Лань, 2004 .— 183, [1] с.
6	Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учеб. пособие для студентов вузов/ Л.А.Беклемишева, А.Ю.Петровчи, Н.А.Чубаров.-М.: Наука, 1987.- 494 с.
7	Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей вузов / И.В.Проскураков.-М.: Лаб. базовых знаний, 2002. – 382 с.
8	Ильин В. А. Линейная алгебра : учебник для студ. физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк .— Изд. 6-е, стер. — М. : Физматлит, 2004 .— 278 с.
9	Федорчук В. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : Учебное пособие для студ. мех.-мат. специальностей ун-тов / В. В. Федорчук .— 2-е изд., испр. — М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2001 .— 327, [1] с.
10	Постников М. М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия : Учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Математика" / М.М. Постников .— М. : "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1979 .— 311, [1]с.
11	Постников М. М. Линейная алгебра : Учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Математика" / М.М. Постников .— М. : "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1986 .— 400 с.
12	Шилов Г. Е. Математический анализ : Конечномерные линейные пространства: Учеб. пособие для студ. ун-тов .— М. : Наука: Физматлит, 1969 .— 432 с.
13	Головина Л. И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения : учебное пособие для студ. вузов / Л.И. Головина .— М. : Наука, 1985 .— 392 с.
14	Ефимов Н. В. Линейная алгебра и многомерная геометрия / Н. В. Ефимов, Э. Р. Розендорн .— 3-е изд., стер. — М. : Физматлит, 2004 .— 463, [1] с.
15	Халмош П.. Конечномерные векторные пространства / П. Халмош ; пер. с англ. Д.Ф. Борисова, Д.А. Райкова .— М. : Физматлит, 1963 .— 262, [1] с.
16	Сборник задач по алгебре / В.А. Артамонов, Ю.А. Бахтурин, Э.Б. Винбер ; под ред. А.И. Кострикина .— 3-е изд., испр. и доп. — М. : Физматлит, 2001 .— 463 с.
17	Икрамов Х. Д. Задачник по линейной алгебре : учебное пособие / Х.Д. Икрамов ; под ред. В.В. Воеводина .— Изд. 2-е, испр. — СПб ; М. ; Краснодар : Лань, 2006 .— 319 с.
18	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.1.- 22 с.

19	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.II.- 22 с.
20	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.III.- 15 с.
21	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.IV.- 23 с.
22	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.V.- 20 с.
23	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.VI.- 15 с.
24	Комплексные числа: метод. указания для студентов 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков. – Воронеж: ВГУ, 1995.- 20 с.
25	Элементы теории множеств : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. Н.М. Близняков .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2008 .— 46 с.
26	Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей вузов / И.В.Проскуряков.-М.: Лаб. базовых знаний, 2002. – 382 с.
27	Фаддеев Д.К. Задачи по высшей алгебре: учеб. пособие для студентов вузов, обуч. по мат. специальностям/ Д.К.Фаддеев, И.С.Соминский.-СПб.: Лань, 2004.-287 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
28	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - Электронный каталог ЗНБ ВГУ
29	<a href="https://lanbook.lib.vsu.ru">https://lanbook.lib.vsu.ru</a> - Электронно-библиотечная система издательства «Лань»

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:**

№ п/п	Источник
1	Кострикин А.И. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2000.-Ч.3. Основные структуры алгебры. – 272 с.
2	Боревич З. И. Определители и матрицы : учебное пособие / З.И. Боревич .— Изд. 4-е, стер. — СПб. [и др.] : Лань, 2004 .— 183, [1] с.
3	Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учеб. пособие для студентов вузов/ Л.А.Беклемишева, А.Ю.Петровчи, Н.А,Чубаров.-М.: Наука, 1987.- 494 с.
4	Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей вузов / И.В.Проскуряков.-М.: Лаб. базовых знаний, 2002. – 382 с.
5	Ильин В. А. Линейная алгебра : учебник для студ. физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк .— Изд. 6-е, стер. — М. : Физматлит, 2004 .— 278 с.
6	Федорчук В. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : Учебное пособие для студ. мех.-мат. специальностей ун-тов / В. В. Федорчук .— 2-е изд., испр. — М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2001 .— 327, [1] с.
7	Постников М. М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия : Учебное пособие для студ. вузов, обуч.по специальности "Математика" / М.М. Постников .— М. : "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1979 .— 311,[1]с.

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы:**

Microsoft Windows 7 Enterprise, Microsoft Windows Server 2008, Microsoft Windows 10 Enterprise, Android, Microsoft Visual Studio, Microsoft SQL Server Express, Microsoft Visual C++, Microsoft Web Deploy, MySQL Connector Net, Avast Free Antivirus, Lazarus, Free Pascal, Java 8, NetBeans IDE, VMware Player, Oracle VM VirtualBox, Python 2/3, LibreOffice 6 (Writer (текстовый процессор), Calc (электронные таблицы), Impress (презентации), Draw (векторная графика), Base (база данных), Math (редактор формул)), Gimp, Inkscape, MiKTeX, TeXstudio, Denwer, AnyLogic PLE, 1С: Предприятие 8 (учебная версия), Maxima, Total Commander, WinDjView, Foxit Reader, 7-Zip, Mozilla Firefox, BarsicLaz, Vlis

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОК-7. способность к самоорганизации и самообразованию	знать: методы и средства обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний. уметь: самостоятельно применять методы обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности владеть: приемами развития памяти, мышления, анализа и обобщения информации, навыками профессионального мышления, развитой мотивацией к саморазвитию с целью повышения квалификации и профессионального мастерства, навыками выражения своих мыслей и мнений в межличностном и деловом общении, навыками эффективного взаимодействия в сложных ситуациях человеческих отношений	1-20	КИМ (зачет), КИМ (экзамен), КИМ (Контрольная работа)
ОПК-1. готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической	Знать: основы математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики Уметь: самостоятельно изучать новые методы решения задач с использованием изученных предметов Владеть: фундаментальными знаниями в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики	1-20	КИМ (зачет), КИМ (экзамен), КИМ (Контрольная работа)

механики в будущей профессиональной деятельности			
ОПК-2. способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Знать: стандартные задачи профессиональной деятельности и информационной безопасности. Уметь: решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической структуры с применением информационно-коммуникационных технологий с учетом основных требований информационной безопасности. Владеть: способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности	1-20	КИМ (зачет), КИМ (экзамен), КИМ (Контрольная работа)
ОПК-3. способность к самостоятельной научно-исследовательской работе	Знать: принципы научно-исследовательской работы Уметь: решать научно-исследовательские задачи, поставленные руководителем Владеть: навыками самостоятельной научно-исследовательской работы	1-20	КИМ (зачет), КИМ (экзамен), КИМ (Контрольная работа)
<b>Промежуточная аттестация</b>		<b>КИМ (зачет), КИМ (экзамен), КИМ (Контрольная работа)</b>	

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полный и правильный ответ на оба вопроса билета.	Повышенный уровень	<b>Отлично</b>
Неточности в ответе на вопросы билета. В решении задачи имеются не принципиальные ошибки.	Базовый уровень	<b>Хорошо</b>
Существенные недочеты в ответе на вопросы билета. Задача не решена или имеются существенные ошибки.	Пороговый уровень	<b>Удовлетворительно</b>
Полностью не раскрыт, по крайней мере, один вопрос билета. Задача не решена.	–	<b>Неудовлетворительно</b>
Для получения зачета по курсу необходимо знать основные понятия курса и владеть методами решения типовых задач; иметь конспект всех решенных задач лабораторных занятий и домашних заданий; иметь зачет по каждому типу задач, предлагаемых в аттестационных работах.		<b>Зачтено</b>
Если не выполнено, по крайней мере, одной из условий зачета		<b>Не зачтено</b>

## 19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### 19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

П ВГУ 2.1,07-13  
УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой алгебры и  
топологических методов анализа



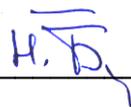
В.Г. Звягин

Направление подготовки /специальность 01.03.01 – Математика  
Дисциплина Б1.Б.7 Алгебра  
Курс 1  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

### Контрольно-измерительный материал № 1

1. Определители матриц  $n$ -го порядка. Свойства, связанные с транспонированием матрицы и перестановкой строк.
2. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Возведение комплексного числа в степень. Формула Муавра.

Преподаватель \_\_\_\_\_



Н.М. Близняков

**Перечень вопросов к зачету:** оценка знаний при проведении зачета ведется по учету работы в ходе семестра и результатам двух контрольных работ

#### 19.3.2 Перечень практических заданий

#### 19.3.3 Тестовые задания

#### 19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

# Контрольная работа №1

## Вариант 1

1. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

2. Найти ФСР

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases}$$

3. Следующую систему уравнений решить по правилу Крамера

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

4. Пользуясь теоремой Лапласа, вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 6 & 0 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Вычислить определитель

$$A = \begin{pmatrix} x & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} & 1 \\ a_1 & x & a_2 & \dots & a_{n-1} & 1 \\ a_1 & a_2 & x & \dots & a_{n-1} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & x & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n & 1 \end{pmatrix}$$

## Контрольная работа № 2

### Вариант 1

1. Найти максимальную линейно независимую подсистему данной системы векторов и все векторы, не входящие в неё, выразить через векторы этой подсистемы.

$$a_1 = (1, 0, 0, -1), a_2 = (2, 1, 1, 0), a_3 = (1, 1, 1, 1), a_4 = (1, 2, 3, 4), a_5 = (0, 1, 2, 3).$$

2. Доказать, что каждая из двух систем векторов является базисом и найти матрицу перехода от одного базиса к другому. ( $T_{ef}$ )

$$\begin{aligned} e_1 &= (1, 2, 1), e_2 = (2, 3, 3), e_3 = (3, 7, 1); \\ f_1 &= (3, 1, 4), f_2 = (5, 2, 1), f_3 = (1, 1, -6). \end{aligned}$$

3. Является ли множество решений системы линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

подпространством пространства  $\mathbb{R}^3$ . Если является подпространством, то найти его базис и размерность.

4. Найти системы линейных уравнений, задающие линейные подпространства, натянутые на следующие системы векторов:

$$a_1 = (1, -1, 1, 0), a_2 = (1, 1, 0, 1), a_3 = (2, 0, 1, 1).$$

## Контрольная работа № 3

### Вариант 1

1. Найти системы линейных уравнений, задающие линейные подпространства, натянутые на следующие системы векторов:

$$a_1 = (1, -1, 1, 0), a_2 = (1, 1, 0, 1), a_3 = (2, 0, 1, 1).$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей:

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис подпространства, натянутого на данную систему векторов:  $(2, 1, 3, -1)$ ,  $(7, 4, 3, -3)$ ,  $(1, 1, -6, 0)$ ,  $(5, 7, 7, 8)$ .

### 19.3.5 Темы курсовых работ

### 19.3.6 Темы рефератов

### 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание:

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

**Текущий контроль** предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных работ и коллоквиумов.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично» и «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно» (критерии описаны выше в п.19.2).

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться конспектами лекционных и лабораторных занятий, мобильным телефоном и другой техникой, ограничение по времени 1 час 30 минут.

В ходе проведения коллоквиума обучающемуся выдается КИМ с теоретическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться конспектами лекционных и лабораторных занятий, мобильным телефоном и другой техникой, ограничение по времени 1 час 30 минут.

**Промежуточная аттестация** предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгебра» проводится в форме зачета и экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении зачета учитываются результаты контрольных работ.

При проведении экзамена учитываются результаты коллоквиумов.

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-07 от 03.07.2018 г.