

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
*алгебры и топологических
методов анализа*



(Звягин В.Г.)

подпись, расшифровка подписи

30.06.2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.11 Многообразия, тензоры и дифференциальные формы

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки/специализация: Математическое моделирование

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра алгебры и топологических методов анализа

6. Составители программы: Гликлих Ю.Е., проф. д.ф.-м.н.

7. Рекомендована: НМС математического факультета, протокол №0500-07 от 03.07.2018 г.

8. Учебный год: 2018-2019

Семестр(ы): 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Целью курса является освоение знаниями и навыками по геометрии и топологии многообразий, групп и алгебр Ли и расслоений, по анализу на многообразиях, по элементам тензорного анализа и теории дифференциальных форм.

Задачами обучения являются: ознакомление с современными методами нелинейного анализа, их приложениями для разрешимости различных математических задач, выработка навыков и умений по применению полученных знаний при решении задач разных математических дисциплин.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Многообразия, тензоры и дифференциальные формы» входит в цикл специальных дисциплин в обязательной части.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-2	способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Знать: структуру научно-исследовательских работ, основы организации научных семинаров
		Уметь: определять тематику научного исследования
		Владеть: методами научного исследования
ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знать: основные принципы строгого доказательства теорем.
		Уметь: строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.
		Владеть: основными принципами строгого доказательства теорем.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) — 2/72.

Форма промежуточной аттестации зачет.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		5		...
Аудиторные занятия	32	32		
в том числе: лекции	16	16		

практические	-	-		
лабораторные	16	16		
Самостоятельная работа	40	40		
Форма промежуточной аттестации (зачет)				
Итого:	72	72		

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Понятие многообразия. Скаляры, касательные и кокасательные векторы.	Топологические многообразия. Гладкие структуры. Гладкие отображения многообразий. Скаляры. Касательный вектор. Касательное пространство. Касательное расслоение. Касательное отображение. Векторное поле. Интегральные кривые. Потоки. Кокасательный вектор (ковектор). Кокасательное пространство. Кокасательное расслоение. Кокасательное отображение (обратный образ). Ковекторные поля. Дифференциал функции.
1.2	Элементы теории категорий.	Категории: объекты и морфизмы. Ковариантные и контравариантные функторы.
1.3	Скобка Ли векторных полей.	Определение скобки Ли векторных полей.
1.4	Группы и алгебры Ли.	Определение группы Ли. Левый и правый сдвиги. Левоинвариантные и правоинвариантные векторные поля. Определение алгебры Ли. Алгебра Ли группы Ли.
1.5	Расслоения.	Расслоение: база, стандартный слой, пространство расслоения, структурная группа, проекция
1.6	Римановы метрики.	Риманова метрика. Длины кривых и углы. Расстояние между точками. Псевдориманова метрика. Физическая эквивалентность векторов и ковекторов (поднятие и опускание индексов).
1.7	Тензоры и дифференциальные формы.	Тензоры как полилинейные формы. Тензорное произведение. Элементарные тензоры. Тензорное расслоение. Тензорное поле. Операции над тензорами. Внешние и дифференциальные формы как кососимметрические тензоры. Внешнее произведение. Операции над формами..
1.8	Производная Ли..	Определение производной Ли. Производная Ли от функции, дифференциальной формы и векторного поля.
1.9	Дифференциальные уравнения второго порядка на многообразиях.	Дифференциальные уравнения второго порядка на многообразиях как специальные векторные поля на касательных расслоениях
1.10	Гамильтоновы системы.	Канонические 1-форма и 2-форма на кокасательном расслоении. Косой градиент функции. Гамильтоновы векторные поля. Первые интегралы гамильтоновых систем. Скобка Пуассона. Симплектические многообразия. Пуассоновы многообразия
2. Практические занятия		
3. Лабораторные работы		
3.1	Понятие многообразия. Скаляры, касательные и кокасательные векторы.	Топологические многообразия. Гладкие структуры. Гладкие отображения многообразий. Скаляры. Касательный вектор. Касательное пространство. Касательное расслоение. Касательное отображение. Векторное поле. Интегральные кривые. Потоки. Кокасательный вектор (ковектор). Кокасательное пространство. Кокасательное расслоение. Кокасательное отображение (обратный образ). Ковекторные поля. Дифференциал функции.

3.2	Элементы теории категорий.	Категории: объекты и морфизмы. Ковариантные и контравариантные функторы.
3.3	Скобка Ли векторных полей.	Определение скобки Ли векторных полей.
3.4	Группы и алгебры Ли.	Определение группы Ли. Левый и правый сдвиги. Левоинвариантные и правоинвариантные векторные поля. Определение алгебры Ли. Алгебра Ли группы Ли.
3.5	Расслоения.	Расслоение: база, стандартный слой, пространство расслоения, структурная группа, проекция
3.6	Римановы метрики.	Риманова метрика. Длины кривых и углы. Расстояние между точками. Псевдориманова метрика. Физическая эквивалентность векторов и ковекторов (поднятие и опускание индексов).
3.7	Тензоры и дифференциальные формы.	Тензоры как полилинейные формы. Тензорное произведение. Элементарные тензоры. Тензорное расслоение. Тензорное поле. Операции над тензорами. Внешние и дифференциальные формы как кососимметрические тензоры. Внешнее произведение. Операции над формами..
3.8	Производная Ли..	Определение производной Ли. Производная Ли от функции, дифференциальной формы и векторного поля.
3.9	Дифференциальные уравнения второго порядка на многообразиях.	Дифференциальные уравнения второго порядка на многообразиях как специальные векторные поля на касательных расслоениях
3.10	Гамильтоновы системы.	Канонические 1-форма и 2-форма на кокасательном расслоении. Косой градиент функции. Гамильтоновы векторные поля. Первые интегралы гамильтоновых систем. Скобка Пуассона. Симплектические многообразия. Пуассоновы многообразия

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
	Понятие многообразия. Скаляры, касательные и кокасательные векторы.	2		2	4	8
	Элементы теории категорий.	1		1	4	6
	Скобка Ли векторных полей.	2		2	4	8
	Группы и алгебры Ли.	2		2	4	8
	Расслоения.	2		2	4	8
	Римановы метрики.	1		1	4	6
	Тензоры и дифференциальные формы.	2		2	4	8
	Производная Ли..	2		2	4	8
	Дифференциальные уравнения второго порядка на многообразиях.	1		1	4	6
	Гамильтоновы системы.	1		1	4	6
	Итого:	16		16	40	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Работа с конспектами лекций.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Гликлих Ю.Е. Геометрия многообразий, мотивированная математической физикой. Издание второе, переработанное / Ю.Е. Гликлих.- Воронеж: ВГУ, 2009.- 132 с.

2	Гликлик Ю.Е. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлик.- М.: Комкнига, 2011.- 416 с. . http://catalog-knig.ru/item/1353
3	Гликлик Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Пятое издание) / Ю.Е. Гликлик.- Воронеж: ВГУ, 2010.- 100 с.
4	Gliklikh Yu. E. Global and stochastic analysis with applications to mathematical physics / Yu.E. Gliklikh.- London: Springer-Verlag,2011.- 460 p.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Стинрод Н. Первые понятия топологии: Геометрия отображений отрезков, кривых, окружностей и кругов / Н. Стинрод, У. Чинн; Пер. с англ. И. А. Вайнштейна.—Новокузнецк: Новокузнецк. физ.-мат. ин-т, 2000.—223 с.
6	Новиков С. П. Топология / С.П. Новиков.—2-е изд., испр. и доп.—М.;Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2002.—335 с.
7	Фоменко А.Т. Наглядная геометрия и топология / Фоменко А.Т. —Москва, Московский университет.- 1992,.- 240с.
8	Гликлик Ю.Е. О понятиях топологического пространства и непрерывного отображения. /Ю.Е. Гликлик // Соросовский образовательный журнал.- 2000.- Т. 6.- № 11.- С. 116-121.
9	Погорелов А. В.. Дифференциальная геометрия: Учеб. для студ. мат. спец. ун-тов и пед. ин-тов./ А.В. Погорелов.—6-е изд., стер.—М.: Наука, 1974.—176 с.
10	Постников М.М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия: Учебное пособие для студ. вузов, обуч.по специальности "Математика" / М.М. Постников.—М.: "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1979.—311 с.
11	Гильберт , Д.. Наглядная геометрия / Д. Гильберт , С. Кон-Фоссен; Пер. с нем. С.А. Каменецкого.—4-е изд., стер.—М.: Едиториал УРСС, 2004.—344с.
12	Сборник задач по дифференциальной геометрии /под ред. А.С. Феденко.- М.: Наука, 1979.- 272 с.
13	Прасолов В.В. Эллиптические функции и алгебраические уравнения./ В.В.Прасолов, Ю.П.Соловьев. — Москва, "Факториал",1997, —288с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
14	Электронный каталог ЗНБ ВГУ http://www.lib.vsu.ru/?p=4
15	Электронно-библиотечная система издательства «Лань» https://lanbook.lib.vsu.ru/

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Гликлик Ю.Е. Геометрия многообразий, мотивированная математической физикой. Издание второе, переработанное / Ю.Е. Гликлик.- Воронеж: ВГУ, 2009.- 132 с.
2	Гликлик Ю.Е. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлик.- М.: Комкнига, 2011.- 416 с. . http://catalog-knig.ru/item/1353
3	Гликлик Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Пятое издание) / Ю.Е. Гликлик.- Воронеж: ВГУ, 2010.- 100 с.
4	Gliklikh Yu. E. Global and stochastic analysis with applications to mathematical physics / Yu.E.

	Gliklikh.- London: Springer-Verlag,2011.- 460 p.
5	Стинрод Н. Первые понятия топологии: Геометрия отображений отрезков, кривых, окружностей и кругов / Н. Стинрод, У. Чинн; Пер. с англ. И. А. Вайнштейна.—Новокузнецк: Новокузнец. физ.-мат. ин-т, 2000.—223 с.
6	Новиков С. П. Топология / С.П. Новиков.—2-е изд., испр. и доп.—М.;Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2002.—335 с.
7	Фоменко А.Т. Наглядная геометрия и топология / Фоменко А.Т. —Москва, Московский университет.- 1992,.- 240с.
8	Гликлик Ю.Е. О понятиях топологического пространства и непрерывного отображения. /Ю.Е. Гликлик // Соросовский образовательный журнал.- 2000.- Т. 6.- № 11.- С. 116-121.
9	Погорелов А. В.. Дифференциальная геометрия: Учеб. для студ. мат. спец. ун-тов и пед. ин-тов./ А.В. Погорелов.—6-е изд., стер.—М.: Наука, 1974.—176 с.
10	Постников М.М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия: Учебное пособие для студ. вузов, обуч.по специальности "Математика" / М.М. Постников.—М.: "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1979.—311 с.
11	Гильберт , Д.. Наглядная геометрия / Д. Гильберт , С. Кон-Фоссен; Пер. с нем. С.А. Каменецкого.—4-е изд., стер.—М.: Едиториал УРСС, 2004.—344с.
12	Сборник задач по дифференциальной геометрии /под ред. А.С. Феденко.- М.: Наука, 1979.- 272 с.
13	Прасолов В.В. Эллиптические функции и алгебраические уравнения./ В.В.Прасолов, Ю.П.Соловьев. — Москва, "Факториал",1997, —288с.
14	Электронный каталог ЗНБ ВГУ http://www.lib.vsu.ru/?p=4
15	Электронно-библиотечная система издательства «Лань» https://lanbook.lib.vsu.ru/

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Аудитории для проведения лекционных и лабораторных занятий.

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ПК-2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание	Знать: структуру научно-исследовательских работ, основы организации научных семинаров	1. Понятие многообразия. Скаляры, касательные и кокасательные векторы.	Устный опрос
	Уметь: определять тематику научного исследования		
	Владеть: методами научного		

постановок классических задач математики	исследования	<ol style="list-style-type: none"> 2. Элементы теории категорий. 3. Скобка Ли векторных полей. 4. Группы и алгебры Ли. 5. Расслоения. 6. Римановы метрики. 7. Тензоры и дифференциальные формы. 8. Производная Ли.. 9. Дифференциальные уравнения второго порядка на многообразиях. 10. Гамильтоновы системы. 	
ПК-3 способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знать: Основные принципы строгого доказательства теорем.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Понятие многообразия. Скаляры, касательные и кокасательные векторы. 2. Элементы теории категорий. 3. Скобка Ли векторных полей. 4. Группы и алгебры Ли. 5. Расслоения. 6. Римановы метрики. 7. Тензоры и дифференциальные формы. 8. Производная Ли.. 9. Дифференциальные уравнения второго порядка на многообразиях. 10. Гамильтоновы системы. 	Устный опрос
	Уметь: Строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.		
	Владеть: Основными принципами строгого доказательства теорем.		

* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Пример:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Для получения зачета по курсу необходимо знать основные понятия курса и владеть методами решения типовых задач; иметь конспект всех решенных задач лабораторных занятий и домашних заданий; иметь зачет по каждому типу задач, предлагаемых в аттестационных работах.		<i>Зачтено</i>
Если не выполнено, по крайней мере, одной из условий зачета		<i>Не зачтено</i>

--	--	--

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к зачету:

19.3.2 Перечень практических заданий

19.3.4 Тестовые задания

19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

19.3.5 Темы курсовых работ

19.3.6 Темы рефератов

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме устного опроса. Критерии оценивания приведены выше.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-07 от 03.07.2018 г.