# МИНОБРНАУКИ РОССИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ФГБОУ ВО «ВГУ»)

#### **УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой алгебры и топологических

(Звягин В.Г.)

методов анализа

30.06.2018г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ Б1.В.ДВ.06.01 Введение в многозначный анализ

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

01.03.01 Математика

- 2. Профиль подготовки/специализация: Математическое моделирование
- 3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр
- 4. Форма обучения: Очная
- **5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и топологических методов анализа
- **6. Составители программы:** Турбин Михаил Вячеславович, кандидат физикоматематических наук, доцент
- 7. Рекомендована: НМС математического факультета,

протокол № 0500-07 от 03.07.2018 г.

- 9. Цели и задачи учебной дисциплины: Цели курса: Овладение знаниями и навыками в области теории игр, энергично развивающегося направления современной математики, использующего методы нелинейного анализа и топологии и находящего приложения в математической экономике. Овладение основными концепциями теории игр, включая понятия антагонистических и матричных игр, равновесных стратегий. Овладение навыками применения идей и методов теории игр в математической экономике. Задачи курса: основные практические навыки включают в себя умение находить оптимальные стратегии для матричных игр, исследовать экономические модели с помощью игровых методов
- **10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Блок 1, Вариативная часть, Дисциплины по выбору.
- 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код Название		
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной	Знать: фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики  Уметь: использовать фундаментальные знания в
	геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики	области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
		Владеть: методами использования фундаментальных знаний в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
ОПК-3	способность к самостоятельной	Знать: основные определения и схемы решения задач в области научно-исследовательской деятельности.

	научно- исследовательской работе	Уметь: использовать основные определения и схемы решения задач для самостоятельной научно-исследовательской деятельности.		
		Владеть: методами решений задач для самостоятельной научно-исследовательской деятельности.		
ПК-1	Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Знать: как определить общие формы и закономерности интенсивной научно-исследовательской работы  Уметь: определять общие формы закономерности интенсивной научно-исследовательской работы		
		Владеть: навыками, позволяющими определять общие формы и закономерности интенсивной научно-исследовательской работы		
ПК-3	Способность строго доказать утверждение,	Знать: схемы строгого доказательства утверждений.		
	сформулировать результат, увидеть следствия полученного	Уметь: использовать полученные знания для доказательства строгих утверждений и формулировки результата.		
	результата	Владеть: необходимыми навыками для способности строгого доказательства утверждения, формулировки результата.		

#### 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 2/72.

#### 13. Виды учебной работы

	Трудоемкость		
Вид учебной работы	Всего	По семестрам	
		8	
Аудиторные занятия	48	48	
в том числе: лекции	24	24	
практические	-	-	
лабораторные	24	24	
Самостоятельная работа	24	24	
Итого:	72	72	

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины		
1. Лекции				

1.1	Мультиотображения	Многозначные функции. Понятие многозначной функции, примеры многозначных функций в различных разделах математики (теории оптимального управления, математической экономике, теории игр, приближенных вычислений, метрическом анализе, дифференциальных уравнениях с разрывной правой частью, дифференциальных неравенствах). Многозначные отображения. Полунепрерывные сверху и снизу многозначные отображения, их свойства. Теоретико-множественные операции над многозначными отображениями		
1.2	Непрерывность мультиотображений	Непрерывные и измеримые многозначные отображения. Метрика Метрика Хаусдорфа. Многозначные отображения с компактными и выпуклыми значениями. Свойства метрической проекции на выпуклое, компактное множество. Селекторы многозначных отображений. Существование непрерывных и измеримых селекторов у непрерывных и измеримых многозначных отображений. Контрпримеры		
1.3	Неподвижные точки мультиотображений	Неподвижные точки многозначных отображений. Теорема Банаха и Какутани		
1.4	Дифференциальные включения	Многозначный интегральный оператор и его свойства Теорема существования решения дифференциального включения.  Лемма А.Ф.Филиппова о неявной функции и ее применение в теории управляемых систем		
		2. Лабораторные работы		
2.1	Мультиотображения	Примеры многозначных функций в различных разделах математики (теории оптимального управления, математической экономике, теории игр, приближенных вычислений, метрическом анализе, дифференциальных уравнениях с разрывной правой частью, дифференциальных неравенствах). Примеры полунепрерывных сверху и снизу многозначных отображений, их свойства.		
2.2	Непрерывность мультиотображений	Свойства метрической проекции на выпуклое, компактное множество. Существование непрерывных и измеримых селекторов у непрерывных и измеримых многозначных отображений. Контрпримеры.		
2.3	Неподвижные точки мультиотображений	Примеры неподвижных точек многозначных отображений. Изучение связи принципа неподвижной точки в различных разделах математики.		
2.4	Дифференциальные включения	Примеры многозначного интегрального оператора. Пример применения леммы Филиппова о неявной функции в теории управляемых систем.		

#### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

Nº		Виды занятий (часов)				
п/п		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.1	Мультиотображения	6		6	6	18
1.2	Непрерывность мультиотображений	6		6	6	18
1.3	Неподвижные точки мультиотображений	6		6	6	18
1.4	Дифференциальные включения	6		6	6	18
	Итого:	24		24	24	72

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников) а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Борисович Ю. Г., Гельман Б. Д., Мышкис А. Д., Обуховский В. В. Введение в теорию многозначных отображений и дифференциальных включений. 2-ое изд. М.: Книжный дом «Либроком». 2011.
2	Арутюнов А.В. лекции по выпуклому и многозначному анализу. Физматлит, 2014, 184с. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1</a> id=59691 http://bookoteka.ru/24235.html

#### б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник	
3	Борисович Ю.Г., Гельман Б.Д., Мышкис А.М., Обуховский В.В. Многозначные отображения. Итоги науки и техники. Математический анализ. Т.19, 1982	
4	Обен ЖП., Экленд И. Прикладной нелинейный анализ. М., Мир, 1988	
5	Финогенко И.А. Иллюстрированные примеры к теории множественных пространств и топологии. Метод.указания. Иркутск, ИГУ, 1990	
6	Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М., Наука, 1985.	
7	Толстоногов А.А., Финогенко И.А. О решениях дифференциального фключения с полунепрерывной снизу невыпуклой правой частью в банаховом пространтстве. Матем. сб. 1984. Т. 125 (167), N 2 (10), c. 199-230	
8	Шварц Л. Анализ. Т. 1, М., Мир, 1972	
9	Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ. М., Наука, 1988.	

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Pecypc
10	Электронный каталог ЗНБ ВГУ http://www.lib.vsu.ru/?p=4

<sup>\*</sup> Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

#### 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник		
1	Борисович Ю. Г., Гельман Б. Д., Мышкис А. Д., Обуховский В. В. Введение в теорию многозначных отображений и дифференциальных включений. 2-ое изд. М.: Книжный дом «Либроком». 2011.		
2	Арутюнов А.В. лекции по выпуклому и многозначному анализу. Физматлит, 2014, 184c. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59691">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59691</a> http://bookoteka.ru/24235.html		

Электронный каталог ЗНБ ВГУ
http://www.lib.vsu.ru/?p=4

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:** Аудитории для проведения лекционных и лабораторных занятий

#### 19. Фонд оценочных средств:

3

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1	Знать: Основные фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности  Уметь: Использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности  Владеть: Основными фундаментальными знаниями в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической	1.1 Мультиотображения 1.2. Непрерывность мультиотображений 1.3. Неподвижные точки мультиотображений 1.4 Дифференциальные включения 2.1 Мультиотображения 2.2. Непрерывность мультиотображений 2.3. Неподвижные точки мультиотображений 2.4 Дифференциальные включения	Устный опрос

	геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов,		
	численных методов, теоретической механики.  Знать: Основные	1.1 Мультиотображения	Устный опрос
ОПК-3	фундаментальные знания из разных разделов математики Уметь: Получать и доказывать необходимые теоремы для самостоятельной научно-исследовательской работы.  Владеть: Основными фундаментальными знаниями из разных разделов математики	1.2. Непрерывность мультиотображений 1.3. Неподвижные точки мультиотображений 1.4 Дифференциальные включения 2.1 Мультиотображения 2.2. Непрерывность мультиотображений 2.3. Неподвижные точки мультиотображений 2.4 Дифференциальные включения	
ПК-1	Знать: общие формы и закономерности отдельных предметных областей Уметь: определять общие формы и закономерности отдельной предметной области.  Владеть: общими формами и закономерностями отдельных предметных областей	1.1 Мультиотображения 1.2. Непрерывность мультиотображений 1.3. Неподвижные точки мультиотображений 1.4 Дифференциальные включения 2.1 Мультиотображения 2.2. Непрерывность мультиотображений 2.3. Неподвижные точки мультиотображений 2.4 Дифференциальные включения	Устный опрос
ПК-3	Знать: Основные принципы строгого доказательства теорем. Уметь: Строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата. Владеть: Основными принципами строгого доказательства теорем.	1.1 Мультиотображения 1.2. Непрерывность мультиотображений 1.3. Неподвижные точки мультиотображений 1.4 Дифференциальные включения 2.1 Мультиотображения 2.2. Непрерывность мультиотображений 2.3. Неподвижные точки мультиотображений 2.4 Дифференциальные включения	Устный опрос

<sup>\*</sup> В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Вид аттестации	Оценка
Для получения зачета по курсу необходимо знать основные понятия курса и владеть методами решения типовых задач; иметь конспект всех решенных задач лабораторных занятий и домашних заданий.	Зачет	Зачтено
Существенные упущения в процессе изложения учебного материала; отсутствие знаний основных понятий и определений курса или присутствие большого количества ошибок при интерпретации основных определений; значительные затруднения при ответе на предложенные основные и дополнительные вопросы; отсутствие ответа на основные и дополнительные вопросы.	Зачет	Не зачтено

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Перечень вопросов зачету:

- 1. Понятие мультиотображения. Примеры мультиотображений.
- 2.Полунепрерывные сверху многозначные отображения. Их свойства.
- 3. Полунепрерывные снизу многозначные отображения. Их свойства.
- 4. Теоретико-множественные операции над многозначными отображениями.
- 5. Непрерывные и измеримые многозначные отображения. Метрика Метрика Хаусдорфа.
- 6. Многозначные отображения с компактными и выпуклыми значениями. Свойства метрической проекции на выпуклое, компактное множество.
- 7. Селекторы многозначных отображений. Существование непрерывных и измеримых селекторов у непрерывных и измеримых многозначных отображений. Контрпримеры.
- 8. Неподвижные точки многозначных отображений. Теорема Банаха и Какутани.
- 9. Многозначный интегральный оператор и его свойства.
- 10. Теорема существования решения дифференциального включения.
- 11. Лемма А.Ф.Филиппова о неявной функции и ее применение в теории управляемых систем.

### 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме: устного опроса.

Критерии оценивания приведены выше.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.