

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
функционального анализа  
и операторных уравнений

Каменский М.И.

подпись, расшифровка подписи

26.06.2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.В.ДВ.06.01 Краевые и эквивариантные топологические  
характеристики математических моделей

**1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:**

02.03.01 Математика и компьютерные науки

**2. Профиль подготовки / специализации:** Математическое и компьютерное  
моделирование

**3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**4. Форма образования:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра функционального  
анализа и операторных уравнений

**6. Исполнители программы:** Кунаковская Ольга Вениаминовна, к.ф.-м.н., доцент,  
математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных  
уравнений, ovk@math.vsu.ru

**7. Рекомендована:** кафедрой функционального анализа и операторных уравнений,  
26.06.18, протокол № 1

**8. Учебный год:** 2018-2019

**Семестр(ы):** шестой

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью курса является ознакомление студентов с основными методами эквивариантной топологии и с анализом математических моделей на ее основе.

Задачами курса являются:

- 1) изучение основ теории гладких многообразий с краем и их отображений;
- 2) изучение основ теории степени отображения и топологических индексов векторных полей и 1-форм на многообразии с краем и на многообразии с заданным гладким действием группы Ли;
- 3) изучение примеров исследования математических моделей теоретической физики с использованием эквивариантной топологии.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина относится к профессиональному циклу и является дисциплиной по выбору вариативной части данного цикла.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Краевые и эквивариантные топологические характеристики математических моделей»:

- математический анализ (производная и дифференциал функции, неопределенный и определенный интегралы, частные производные, непрерывность, формула Тейлора, числовые и функциональные ряды);
- аналитическая геометрия (прямые и плоскости в пространстве, кривые и поверхности 2 порядка);
- фундаментальная и компьютерная алгебра (матрицы, определители, теоремы о разрешимости линейных систем);
- дифференциальные уравнения (поле направлений, интегральные кривые, векторное поле, задача Коши, теорема существования и единственности решения задачи Коши, интервал существования решения);
- теоретическая механика (траектория, закон движения, скорость точки, ускорение точки, теорема о сложении скоростей, уравнения движения);
- топология и дифференциальная геометрия (топологическое пространство, аксиомы счетности и отделимости, подпространство, непрерывные отображения, гомеоморфизмы, гладкие кривые и поверхности, касательный вектор и касательная плоскость к поверхности, кривизна и кручение кривой, кривизны поверхностей, 1 и 2 квадратичные формы поверхности).

**11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:**

- готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способность к самостоятельной научно-исследовательской работе (ОПК-3);

- способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области (ПК-1);
- способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3).

## 12. Структура и содержание учебной дисциплины

### 12.1 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 2/72.

### 12.2 Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	В том числе интерактивные часы	По семестрам
			сем. 6
Аудиторные занятия	50		50
в том числе: лекции	16		16
практические	0		0
лабораторные	34		34
Самостоятельная работа	22		22
Итого:	72		72
Форма промежуточной аттестации	Зачет		Зачет

### 12.3. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1.	Многообразия, отображения многообразий. Трансверсальность.	Гладкие структуры на многообразиях. Подмногообразия. Гладкие отображения. Касательное пространство и касательное многообразие. Векторные поля и 1-формы. Касательное отображение. Иммерсии, субмерсии, вложения, диффеоморфизмы. Подмногообразия. Регулярные и критические точки и значения отображений. Теорема Морса-Сарда. Трансверсальность отображения к подмногообразию многообразия с краем. Теорема Тома.
2.	Особые точки векторных полей и 1-форм на многообразии с краем	Многообразия с краем. Дубль и $Z_2$ -симметрия. Функции на многообразии с краем. Особые точки векторного поля и 1-формы на многообразии с краем.
3.	Топологические индексы векторных полей и 1-форм на многообразии с краем	Степень отображения. Индекс пересечения подмногообразий. Вращение векторного поля. Топологический индекс Пуанкаре особой точки векторного поля. Эйлерова характеристика многообразия. Топологические индексы Арнольда, их свойства и обобщения.
4.	Эквивариантные векторные поля и их топологические индексы	Действия групп на многообразиях. $G$ -эквивариантные векторные поля и 1-формы. Эквивариантные топологические индексы и их свойства. Эквивариантная эйлерова характеристика.
5.	Приложения эквивариантных топологических индексов	Существование продольных нормалей акустических волн в кристаллической среде. Феномен сверхтекучести и его модели.

### 12.4 Междисциплинарные связи

№ п/п	Наименование дисциплин учебного плана, с которым организована взаимосвязь дисциплины рабочей программы	№ разделов дисциплины рабочей программы, связанных с указанными дисциплинами
1.	Фундаментальная и компьютерная алгебра	1-4
2.	Аналитическая геометрия	1-3
3.	Математический анализ	1-4
4.	Теоретическая механика	5
5.	Топология и дифференциальная геометрия	1-4
6.	Дифференциальные уравнения	1-5

### 12.5. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Многообразия, отображения многообразий. Трансверсальность.	6		12	6	24
2.	Особые точки векторных полей и 1-форм на многообразии с краем	4		8	4	16
3.	Топологические индексы векторных полей и 1-форм на многообразии с краем	2		6	6	14
4.	Эквивариантные векторные поля и их топологические индексы	2		6	4	12
5.	Приложения эквивариантных топологических индексов	2		2	2	6
Итого:		16		34	22	72

### 13. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Спивак М. Математический анализ на многообразиях / М. Спивак. – С-Пб.: Лань, 2005. – 160 с. <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=377">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=377</a> >.
2.	Крашенинин В.И. Симметрия в химии / В.И. Крашенинин, Л.В. Кузьмина, Е.Г. Газенауэр. С-Пб.: Лань, 2013. – 80 с. <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=44353">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=44353</a> >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	Кунаковская О.В. Многообразия. Динамические системы. Учеб.-метод. пособие для вузов // О.В. Кунаковская. – Воронежский государственный университет. – Воронеж, ООО ИПЦ «Научная книга», 2014. – 22 с.
4.	Хирш М. Дифференциальная топология / М. Хирш. - М.: Мир, 1979. - 280с.
5.	Милнор Дж. Дифференциальная топология. Начальный курс / Дж. Милнор, А. Уоллес. --- М.: Мир, 1972. --- 279 с.
6.	Нарасимхан Р. Анализ на действительных и комплексных многообразиях / Р. Нарасимхан. --- М.: Мир, 1971. -- - 232 с.
7.	Особенности. I. Локальная и глобальная теория / В.И. Арнольд [и др.] // Современные проблемы математики. Фунд. направления. --- М.: ВИНТИ АН СССР, 1988. --- Т. 6. --- С. 5-256.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
8.	<i>Катанаев М.О.</i> Геометрические методы в математической физике. <URL: <a href="http://www.mi.ras.ru/noc/08_09/lectures.13.05.09.pdf">http://www.mi.ras.ru/noc/08_09/lectures.13.05.09.pdf</a> >.
9.	<i>The manifold atlas.</i> Project of the Max Planck Institute for Mathematics in Bonn. <URL: <a href="http://www.map.mpim-bonn.mpg.de/Main_Page">http://www.map.mpim-bonn.mpg.de/Main_Page</a> >.
10.	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http://www.lib.vsu.ru/</a> >.

#### 14. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, аудитории для лабораторных, компьютер, мультимедийный проектор, доска (мел, маркеры).

#### 15. Форма организации самостоятельной работы:

Аудиторные занятия, лекции и лабораторные занятия предполагают самостоятельную работу студентов по данному курсу. На лекциях предлагаются для самостоятельного изучения некоторые дополнительные темы, предлагаются для самостоятельного доказательства некоторые теоремы и следствия. На лабораторных занятиях предусмотрены домашние задания, а также дополнительные задания для сильных студентов.

#### 16. Критерии аттестации по итогам освоения дисциплины:

зачет	В случае удовлетворительных оценок по всем контрольным работам
незачет	В противном случае

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ****РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Направление 02.03.01 Математическое и компьютерное моделирование

Дисциплина Б1.В.ДВ.6.01 Краевые и эквивариантные топологические характеристики математических моделей

Профиль подготовки Математическое и компьютерное моделирование  
в соответствии с Учебным планом

Форма обучения очная

Учебный год 2018-2019

Ответственный исполнитель

зав. каф. функционального

анализа и операторных уравнений

\_\_\_\_\_   
подпись

Каменский М.И.

расшифровка подписи

\_\_\_ 20\_\_

Исполнители

доцент каф. функционального

анализа и операторных уравнений

\_\_\_\_\_   
подпись

Кунаковская О.В.

расшифровка подписи

\_\_\_ 20\_\_

\_\_\_\_\_   
должность, подразделение

\_\_\_\_\_   
подпись

\_\_\_\_\_   
расшифровка подписи

\_\_\_ 20\_\_

**СОГЛАСОВАНО**

Куратор ООП ВПО

по направлению/специальности

\_\_\_\_\_   
подпись

\_\_\_\_\_   
расшифровка подписи

\_\_\_ 20\_\_

Зав.отделом обслуживания ЗНБ

\_\_\_\_\_   
подпись

\_\_\_\_\_   
расшифровка подписи

\_\_\_ 20\_\_

Программа рекомендована НМС математического факультета

(наименование факультета, структурного подразделения)

протокол № 0500-07 от 3.07.2018 г.