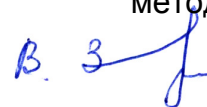


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
алгебры и топологических  
методов анализа

 Звягин В.Г.  
30.06.2018г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.В.3 Элементы стохастического анализа**

- 1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**  
01.04.01 Математика
- 2. Профиль подготовки/специализации:** Математическое моделирование
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** Магистр
- 4. Форма образования:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и топологических методов анализа
- 6. Составители программы:** Гликлик Юрий Евгеньевич, д.ф.м.-н., профессор
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета,  
протокол № 0500-07 от 03.07.2018 г
- 8. Учебный год:** 2018-2019                      **Семестр(-ы):** 1

### 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Овладение элементарными знаниями в области стохастического анализа, в частности, стохастического анализа на гладких многообразиях

### 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Блок 1, вариативная часть.

Дисциплина «Элементы стохастического анализа» входит в цикл обязательных дисциплин в вариативной части. Данный курс требует от студентов знания основных понятий и теорем предыдущих курсов: «Дифференциальная геометрия и топология», «Математический анализ».

### 11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	способность к интенсивной научно-исследовательской работе	Знать: как определить общие формы и закономерности интенсивной научно-исследовательской работы.
		уметь: определять общие формы закономерности интенсивной научно-исследовательской работы
		владеть (иметь навык(и)): навыками, позволяющими определять общие формы и закономерности интенсивной научно-исследовательской работы.
ПК-2	способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом	Знать: структуру научно-исследовательских работ, основы организации научных семинаров
		Уметь: определять тематику научного исследования
		Владеть: методами научного исследования
ПК-3	способность публично представить собственные новые научные результаты	Знать: структуру публичного выступления
		Уметь: публично представить собственные новые научные результаты
		Владеть: методами представления собственные новые научные результаты

### 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 3/108.

Форма промежуточной аттестации - *зачет*

### 13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		1
Аудиторные занятия	44	44
в том числе: лекции	16	16
практические	-	-
лабораторные	28	28
Самостоятельная работа	64	64
Форма промежуточной аттестации	-	Зачет
Итого:	108	108

### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Случайные величины и случайные процессы.	Сигма-алгебры, меры, вероятностные пространства, случайные величины, случайные процессы.
2	Условное математическое ожидание, мартингалы и семи-мартингалы	Условное математическое ожидание и его свойства. Мартингалы и семи-мартингалы.
3	Винеровский процесс. Мера Винера.	Винеровский процесс и его свойства. Мера Винера.
4	Стохастические интегралы.	Стохастические интегралы по винеровскому процессу. Интеграл Ито и его свойства. Интегралы высших порядков. Формула Ито. Стохастический интеграл Стратоновича и упреждающий стохастический интеграл. Свойства. Связь с интегралом Ито.
5	Стохастические дифференциальные уравнения.	Стохастические дифференциальные уравнения в форме Ито и в форме Стратоновича. Сильные и слабые решения.
6	Диффузионные процессы и их генераторы.	Уравнения диффузионного типа. Теоремы существования решений стохастических дифференциальных уравнений. Диффузионные процессы. Генератор диффузионного процесса. Связь с параболическими уравнениями. Процессы Ито и диффузионного типа.
7	Стохастические дифференциальные уравнения на многообразиях	Уравнения в форме Стратоновича на гладком многообразии. Существование решений. Расслоение Ито. Уравнения Ито как сечения расслоения Ито. Уравнения Ито в форме Белополюской-Далецкого. Использование связностей на многообразиях. Мартингалы относительно связностей.
8	Производные в среднем от случайного процесса.	Производные в среднем от случайного процесса. Примеры вычисления. Уравнения в производных в среднем. Производные в среднем на многообразиях.
9	Полнота стохастических потоков	Случайные потоки и их генераторы на многообразиях. Условия полноты. Необходимое и достаточное условие полноты случайного потока, непрерывного на бесконечности.
10	Уравнение Ланжевена.	Уравнения Ланжевена и процессы Орнштейна-Уленбека на многообразиях. Существование решений.

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	СР	Всего
01	Случайные величины и случайные процессы.	1	-	2	4	7
02	Условное математическое ожидание, мартингалы и семи-мартингалы	1	-	2	6	9
03	Винеровский процесс. Мера Винера.	1	-	2	6	9
04	Стохастические интегралы.	2	-	4	8	14
05	Стохастические дифференциальные уравнения.	2	-	4	8	14
06	Диффузионные процессы и их генераторы.	1	-	2	8	11

07	Стохастические дифференциальные уравнения на многообразиях	2	-	4	8	14
08	Производные в среднем от случайного процесса.	2	-	4	6	12
09	Полнота стохастических потоков	2	-	2	6	10
10	Уравнение Ланжевена.	2	-	2	4	8
Итого		16	-	28	64	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Преподавание дисциплины заключается в чтении лекций и проведении лабораторных занятий.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Гликлих, Юрий Евгеньевич. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлих.— М.: URSS, 2005.— 414 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Ширяев А.Н. Вероятность / А.Н. Ширяев.- М.: Наука, 1989.- 640 с.
3	Гихман И. И Теория случайных процессов / И.И. Гихман, А.В. Скороход.- М.: Наука, 1975.- Т.3.- 496 с.
4	Гликлих Ю.Е. Анализ на римановых многообразиях и задачи математической физики / Ю.Е. Гликлих.- Воронеж: Изд-во ВГУ, 1989.- 192 с.
5	Далецкий Ю.Л. Стохастические уравнения и дифференциальная геометрия / Ю.Л. Далецкий, Я.И. Белопольская.- Киев: Выща шк., 1989.- 295 с.
6	Гликлих Ю.Е. Стохастические уравнения в производных в среднем и их приложения I. / Ю.Е. Гликлих // Изв. РАН, Сер. МММИУ.- 1997.- Т. 1, N 4.- С. 26-52
7	Гликлих Ю.Е. Стохастические уравнения в производных в среднем и их приложения II. / Ю.Е. Гликлих // Изв. РАН, Сер. МММИУ.- 2000.- Т. 4, N 4.- С. 17-36
8	Вентцель А.Д. Флуктуации в динамических системах под действием малых случайных возмущений / А.Д.Вентцель, М.И. Фрейдлин.- М.: Наука, 1979.- 424 с.
9	Gliklikh Yu.E. Ordinary and stochastic differential geometry as a tool for mathematical physics / Yu.E. Gliklikh.- Dordrecht: Kluwer, 1996.- 208 p.
10	Brzezniak Z. Basic stochastic processes /Z. Brzezniak, T. Zastawniak.- London: Springer-Verlag, 1999.- 235 p.
11	Gliklikh Yu.E. Stochastic differential inclusions of Langevin type on Riemannian manifolds / Yu.E. Gliklikh, A.V. Obukhovskii // Discussiones Mathematicae. Differential Inclusions, Control and Optimization.- 2001.- V. 21, N 2.- P.173-190

--	--

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

№ п/п	Источник
12	Электронный каталог ЗНБ ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru/?p=4">http://www.lib.vsu.ru/?p=4</a>
13	Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/">https://lanbook.lib.vsu.ru/</a>

## **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Учебные аудитории для проведения лекционных и лабораторных занятий.

## **19. Фонд оценочных средств:**

### **19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)
ПК- 1 способность к интенсивной научно-исследовательской работе	Знать: как определить общие формы и закономерности интенсивной научно-исследовательской работы.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Случайные величины и случайные процессы.</li> <li>2. Условное математическое ожидание, мартингалы и семи-мартингалы</li> <li>3. Винеровский процесс. Мера Винера.</li> <li>4. Стохастические интегралы.</li> <li>5. Стохастические дифференциальные уравнения.</li> <li>6. Диффузионные процессы и их генераторы.</li> <li>7. Стохастические дифференциальные уравнения на многообразиях</li> <li>8. Производные в среднем от случайного процесса.</li> <li>9. Полнота стохастических потоков</li> <li>10. Уравнение Ланжевена.</li> </ol>
	Уметь: определять общие формы закономерности интенсивной научно-исследовательской работы	
	Владеть: навыками, позволяющими определять общие формы и закономерности интенсивной научно-исследовательской работы.	
ПК-2: способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом	Знать: структуру научно-исследовательских работ, основы организации научных семинаров	
	Уметь: определять тематику научного исследования	
	Владеть: методами научного исследования	
ПК-3 способность публично представить собственные новые научные результаты	Знать: структуру публичного выступления	
	Уметь: публично представить собственные новые научные результаты	
	Владеть: методами представления собственные новые научные результаты	

\* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения при промежуточной аттестации используются следующие показатели:

1. Систематичность работы обучающегося в период практики, степень его ответственности при прохождении практики и выполнение видов профессиональной деятельности:

- посещение установочного и заключительного занятия практики;
- своевременная подготовка индивидуального плана практики;
- систематическое посещение занятий и анализ работ, проводимых на занятиях;
- выполнение плана работ в соответствии с утвержденным графиком.

2. Уровень профессионализма, демонстрируемый обучающимся:

- полнота охвата необходимой литературы;
- способность работать с литературой;
- умение выделять и формулировать цели и задачи профессиональной деятельности;
- выполнение плана работы в соответствии с утвержденным графиком;
- демонстрация навыков по выполнению отдельных заданий практики;
- подготовленный отчет по прохождению практики.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется - отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно.

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Программа практики выполнена в соответствии с утвержденным планом полностью. Обучающийся подготовил отчетные материалы по прохождению практики, которые отражают адекватное формулирование цели и задач изучения.	Высокий уровень	Отлично
Программа практики выполнена в соответствии с утвержденным планом более чем на 80%. Обучающийся подготовил отчетные материалы по прохождению практики, которые отражают адекватное формулирование цели и задач изучения. Имеются незначительные недочеты.	Хороший уровень	Хорошо
Программа практики в целом выполнена в соответствии с утвержденным планом более чем на 50%. Обучающийся подготовил отчетные материалы по прохождению практики, которые отражают адекватное формулирование цели и задач изучения. Имеются значительные недочеты.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Программа практики не выполнена. Обучающийся не подготовил отчет по	-	Не зачтено

### 19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Перечень вопросов к зачету:

1. Случайные величины и случайные процессы.
2. Условное математическое ожидание, мартингалы и семи-мартингалы
3. Винеровский процесс. Мера Винера.
4. Стохастические интегралы.
5. Стохастические дифференциальные уравнения.
6. Диффузионные процессы и их генераторы.
7. Стохастические дифференциальные уравнения на многообразиях
8. Производные в среднем от случайного процесса.
9. Полнота стохастических потоков
10. Уравнение Ланжевена.

#### 19.3.2 Перечень практических заданий

#### 19.3.4 Тестовые задания

#### 19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

#### 19.3.5 Темы курсовых работ

#### 19.3.6 Темы рефератов

### 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме(ах): *устного опроса*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и/или практическое(ие) задание(я), позволяющее(ие) оценить степень сформированности умений и(или) навыков, и(или) опыт деятельности.

При оценивании используются количественные или качественные шкалы оценок (*нужное выбрать*). Критерии оценивания приведены выше.

Программа рекомендована НМС математического факультета, протокол № 0500-07 от 03.07.2018 г