

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
алгебры и топологических  
методов анализа



Звягин В.Г.  
30.06.2018г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.В.06 Приложения теории дифференциальных уравнений к**  
**геометрии**

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:** 01.04.01 Математика
- 2. Профиль подготовки/специализация:** Математическое моделирование
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** Магистр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и топологических методов анализа
- 6. Составители программы:** Плотников П.И., д.ф.-м.н.
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета,  
протокол № 0500-07 от 03.07.2018 г.
- 8. Учебный год:** 2018-2019 **Семестр(ы):** 1

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** Сформулировать у студента целостное понимание о математической дисциплине, устойчивые математические навыки, необходимые для изучения других специальных дисциплин; сформировать способность применения математических формализмов в профессиональной деятельности.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Блок 1, Вариативная часть.**

Спецкурс «Приложения теории дифференциальных уравнений к геометрии» входит в профильную (вариативную) часть профессионального блока. Для её успешного изучения необходимо знание следующих курсов: математический анализ, дифференциальные уравнения, функциональный анализ, дифференциальные уравнения в частных производных, дифференциальная геометрия и топология, теоретическая механика, численные методы и др.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОК-1	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	<b>знать:</b> природу и сущность математического знания, пути его достижения; сущность и значение математического образования; формы и источники математического самообразования; <b>уметь:</b> математически грамотно ставить задачу; анализировать и доказывать необходимые факты; аргументировано формулировать свои подходы к исследуемой научной задаче, методы ее решения; интерпретировать полученные результаты в терминах специалистов смежных научных дисциплин. <b>владеть:</b> широким научным кругозором, адекватным математическим и понятийным аппаратом
ОК-3	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала	<b>знать:</b> современное состояние исследуемого вопроса; основные принципы организации и планирования научно-исследовательской деятельности. <b>уметь:</b> правильно определить суть проблемы и пути ее решения; профессионально саморазвиваться; строить деловые отношения с единомышленниками. <b>владеть:</b> способностью к интеллектуальному, культурному, нравственному, и профессиональному саморазвитию; способностью к повышению своей квалификации и мастерства.
ОПК-1	способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	<b>знать:</b> формулировки актуальных и значимых проблем фундаментальной и прикладной математики; понятия проблемной ситуации и проблема; этапы разрешения проблемы; методы решения проблемных ситуаций и проблем; <b>уметь:</b> применять математические модели; находить проблему в области фундаментальной и прикладной математики; формулировать проблему в области фундаментальной и прикладной математики - решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики <b>владеть:</b> методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук - способностью находить, формулировать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики; способностью решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики
ОПК-2	способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	<b>знать:</b> основные принципы построения математических моделей; <b>уметь:</b> формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно-исследовательской деятельности и требующие углубленных профессиональных знаний; выбирать необходимые методы исследования, модифицировать существующие и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного

		<p>исследования; обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных; вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий; представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати; применять основные методы построения дискретных вероятностных математических моделей реальных объектов и делать на их основе правильные выводы.</p> <p><b>Владеть:</b> фундаментальными знаниями в области математического моделирования, навыками самостоятельной научно-исследовательской деятельности, требующей широкого образования в соответствующем направлении, способностью использовать полученные знания в профессиональной деятельности</p>
ОПК-3	<p>готовность самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов</p>	<p><b>Знать:</b> основные методологические принципы и методы исследовательской деятельности, взаимосвязь методов научного исследования; основы составления прикладных программных средств и критерии научной информации.</p> <p><b>Уметь:</b> выявлять проблему, на решение которой будет направлено предстоящее исследование, выбрать метод исследования, обрабатывать полученные результаты и подготовить отчет как результат завершающей стадии исследовательской деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками создания прикладных программных средств и навыками проектирования исследовательской деятельности.</p>
ПК-1	<p>способность к интенсивной научно-исследовательской работе</p>	<p><b>Знать:</b> как определить общие формы и закономерности интенсивной научно-исследовательской работы.</p> <p><b>Уметь:</b> определять общие формы закономерности интенсивной научно-исследовательской работы</p> <p><b>Владеть:</b> навыками, позволяющими определять общие формы и закономерности интенсивной научно-исследовательской работы.</p>

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.**(в соответствии с учебным планом) — 3/108.

**Форма промежуточной аттестации зачет.**

### 13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		1	2
Аудиторные занятия			
в том числе: лекции	18	18	
практические			
лабораторные	26	26	
Самостоятельная работа	64	64	
Форма промежуточной аттестации	зачет	зачет	
Итого:	108	108	

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Математические методы исследования вариационных задач геометрии	Функциональные пространства Соболева, Лоренца, Харди, ВМО. Элементы теории интерполяции. Якобианы. Теорема Мюллера об интегрируемости якобианов. Теорема Лионса-Мейера о принадлежности кососимметрических форм пространству Харди. Неравенство Венте и его различные доказательства. Теоремы вложения пространств Соболева в пространства Лебега с максимальным показателем. Проблема концентраций.
1.2	Основные вариационные проблемы геометрии	Минимальные поверхности, гармонические отображения, задача Ямабе. Задачи конформной геометрии. Функционал Уилмора. Теорема Торо о существовании билипшицевой параметризации поверхностей с ограниченным интегралом Уилмора.
<b>2. Практические занятия</b>		
<b>3. Лабораторные работы</b>		
3.1	Математические методы исследования вариационных задач геометрии	Функциональные пространства Соболева, Лоренца, Харди, ВМО. Элементы теории интерполяции. Якобианы. Теорема Мюллера об интегрируемости якобианов. Теорема Лионса-Мейера о принадлежности кососимметрических форм пространству Харди. Неравенство Венте и его различные доказательства. Теоремы вложения пространств Соболева в пространства Лебега с максимальным показателем. Проблема концентраций.
3.2	Основные вариационные проблемы геометрии	Минимальные поверхности, гармонические отображения, задача Ямабе. Задачи конформной геометрии. Функционал Уилмора. Теорема Торо о существовании билипшицевой параметризации поверхностей с ограниченным интегралом Уилмора.

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Математические методы исследования вариационных задач геометрии	10		12	34	56
2.	Основные вариационные проблемы геометрии	8		14	30	52
	Итого:	18		26	64	108

**14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**  
 работа с конспектами лекций, выполнение лабораторных работ.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Звягин В.Г. Введение в топологические методы нелинейного анализа : учебное пособие / В.Г. Звягин ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014 .— 290 с. — (Учебник Воронежского государственного университета) .— Библиогр.: с.285-287 .— Указ.: с.288-290 .— ISBN 978-5-9273-2134-6.
2.	Звягин В.Г. Лекции по курсу "Элементы современной геометрии и анализа" : учебно-методическое пособие. Ч.1 / В.Г. Звягин ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. — 49 с. — Библиогр.: с.49.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	Бесов О.В. Интегральные представления функций и теоремы вложения / О.В.Бесов, В.П.Ильин, С.М.Никольский. —М.: Наука, 1975. — 480 с.
4.	Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике / С.Л.Соболев.-М.: Наука, 1988. — 333 с.

5.	L. Simon, Existence of surfaces minimizing the Willmore functional, Comm. Anal. Geom. V.1, 1993, 281–326.
6.	H. Brezis, S. Wainger, A note on limiting cases of Sobolev embeddings and convolutions inequalities, Comm. Partial Diff. Equations, V. 5, 1980, 773–789.
7.	R. Coifman, P.-L. Lions, Y. Meyer, S. Semmes, Compensated compactness and Hardy spaces, J. Math. Pures Appl., V. 72, 1993, 247–286. .
8.	T. Toro, Surfaces with generalised second fundamental form in L2 are Lipschitz manifolds, J. Di. Geom. V 39, 1994.
9.	Лионс Ж.Л. некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.Л. Лионс.-М.: Мир, 1972. – 587 с.
10.	S. Muller, Higher integrability of determinants and weak convergence in L1, J. Reine Angew. Math. V. 412, 1990, 20–34.
11.	Evans L.G., Weak convergence methods for nonlinear differential equations, CBMS regional conference n.74, AMS, 1988.
12.	Helein F., Harmonic maps, conservation laws and moving frames,. Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
13.	Willmore, Riemannian geometry, Oxford Science Publications, Clarendon press, 1993
14.	Struwe M., Variational methods. Applications to nonlinear partial differential equations and Hamiltonian systems. Fourth edition. Springer, Berlin, 2008.
15.	Ладыженская О.А., Уральцева Н. Н., Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа М.: Наука, 1964.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1.	Электронный каталог ЗНБ ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru/?p=4">http://www.lib.vsu.ru/?p=4</a>
2.	Электронно-библиотечная система Лань <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Звягин В.Г. Введение в топологические методы нелинейного анализа : учебное пособие / В.Г. Звягин ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014 .— 290 с. — (Учебник Воронежского государственного университета) .— Библиогр.: с.285-287 .— Указ.: с.288-290 .— ISBN 978-5-9273-2134-6.
2.	Лионс Ж.Л. некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.Л. Лионс.-М.: Мир, 1972. – 587 с.

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

нет

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

нет

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или	ФОС* (средства оценивания)

		модуля и их наименование)	
ОК-1, ОК-3.	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1); готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала (ОК-3).	1. Математические методы исследования вариационных задач геометрии 2. Основные вариационные проблемы геометрии	Лабораторная работа
ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1	способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики (ОПК-1); способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках (ОПК-2); готовность самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов (ОПК-3). способность к интенсивной научно-исследовательской работе(ПК-1)	1. Математические методы исследования вариационных задач геометрии 2. Основные вариационные проблемы геометрии	Лабораторная работа
Промежуточная аттестация			КИМ

\* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене/зачете используются следующие показатели (ЗУНы из 19.1):

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
- 4) умение решать практические задачи;
- 5) владение методами, используемыми для исследования вариационных задач геометрии

Для оценивания результатов обучения на экзамене (зачете с оценкой) используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено  
Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Продемонстрировано знание учебного материала, умение связывать теорию с практикой, владение методами, используемыми для исследования вариационных задач геометрии.	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
Недостаточно продемонстрировано владение методами, используемыми для исследования вариационных задач геометрии, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Обучающийся владеет теоретическими основами дисциплины, допускает незначительные ошибки в доказательствах.	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
Обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания методов, используемых для исследования вариационных задач геометрии, допускает существенные ошибки в доказательствах.	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>

Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки в формулировках определений и теорем, не может выполнять лабораторные работы.	–	Неудовлетворительно
---	---	---------------------

### **19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **19.3.1 Перечень вопросов к зачету:**

1. Основные функциональные пространства. Элементы теории интерполяции. Предельные теоремы вложения Соболева
2. Теорема Мюллера об интегрируемости якобиана. Неравенство Венте. Оценки кососимметрических форм в пространствах Харди.
3. Гармонические отображения, минимальные поверхности, задача Ямабе, поверхности Уилмора, билипшицевы координаты.
4. Теоремы существования решений основных краевых задач теории гармонических отображений. Теорема Саймона о существовании поверхностей Уилмора

### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: *устного опроса (индивидуальный опрос); письменных работ (выполнение лабораторных работ)*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков. При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

Программа рекомендована НМС математического факультета, протокол № 0500-07 от 03.07.2018 г