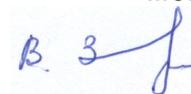


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
алгебры и топологических  
методов анализа



(Звягин В.Г.)

подпись, расшифровка подписи

30.06.2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.В.36 Теория чисел**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

**01.05.01 Фундаментальные математика и механика**

**2. Профиль подготовки/специализация: все профили данного направления**

**3. Квалификация (степень) выпускника: специалист**

**4. Форма обучения: очная**

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: кафедра алгебры и топологических методов анализа**

**6. Составители программы: Адамова Римма Сергеевна, к.ф.-м.н., доцент кафедры алгебры и топологических методов анализа**

**7. Рекомендована: НМС математического факультета, протокол №0500-07 от 03.07.2018 г.**

**8. Учебный год: 2018-2019**

**Семестр(ы): 8**

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** Целью курса является освоение основных понятий и фактов теории чисел, овладение основными методами решения задач. Задачами обучения являются: ознакомление с основными теоретико-числовыми, овладение основными методами решения задач, выработка навыков и умений по применению полученных знаний при решении задач теории чисел и других математических дисциплин.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Блок 1. Вариативная часть.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-2	способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Знать: структуру научно-исследовательских работ, основы организации научных семинаров
		Уметь: определять тематику научного исследования
		Владеть: методами научного исследования
ПК-3	способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знать: Основные принципы строгого доказательства теорем.
		Уметь: Строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.
		Владеть: Основными принципами строгого доказательства теорем.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.**(в соответствии с учебным планом) — 3/108.

**Форма промежуточной аттестации зачет.**

**13. Виды учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		8		...
Аудиторные занятия	50	50		
в том числе: лекции	34	34		
практические	16	16		
лабораторные	-	-		
Самостоятельная работа	58	58		
Форма промежуточной аттестации (зачет с оц.)				
Итого:	108	108		

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Делимость целых чисел.	Отношение делимости и его свойства. Деление с остатком. Теорема о делимости с остатком. Наибольший общий делитель. Единственность НОД. Алгоритм Евклида. НОД нескольких чисел. Свойства НОД. Линейное представление НОД. Взаимно простые числа и их свойства. Наименьшее общее кратное и его свойства. Нахождение НОК. Нахождение НОК нескольких чисел.
1.2	Простые и составные числа.	Простые числа и их свойства. Теорема о наименьшем простом делителе и ее применения. Основная теорема арифметики и ее следствия. Расположение простых чисел в числовом ряду. О некоторых нерешенных задачах теории простых чисел.
1.3	Числовые функции.	Теорема о числе натуральных делителей. Теорема о сумме натуральных делителей. Целая часть числа и ее применения в теории чисел.
1.4	Системы счисления.	Непозиционные системы счисления. Позиционные системы счисления. Теорема о систематической записи натурального числа. Переход от одной системы счисления к другой. Операции над числами в различных системах счисления
1.5	Цепные и подходящие дроби.	Представление рациональных чисел конечными цепными дробями. Подходящие дроби. Формула и алгоритм для вычисления подходящих дробей. Соотношение между числителями и знаменателями соседних подходящих дробей. Несократимость подходящих дробей. Теоремы о подходящих дробях четного и нечетного порядка. Теорема о приближении рационального числа подходящими дробями. Представление иррациональных чисел бесконечными цепными дробями. Теорема о представлении квадратичных иррациональностей.
1.6	Неопределенные уравнения.	Критерии разрешимости неопределенного уравнения. Общий вид решения неопределенного уравнения. Решение неопределенных уравнений методом подходящих дробей.
1.7	Сравнения и их свойства.	Сравнения по данному модулю и их свойства.
1.8	Кольцо вычетов по данному модулю.	Классы вычетов и кольцо вычетов по данному модулю. Полные системы вычетов и их свойства. НОД класса вычетов и модуля. Приведенная система вычетов. Мультипликативная группа обратимых элементов в кольце вычетов.
1.9	Функция Эйлера.	Функция Эйлера. Теорема о мультипликативности функции Эйлера. Формулы для вычисления значений функции Эйлера.
1.10	Теоремы Эйлера и Ферма и их применения.	Теоремы Эйлера и Ферма и примеры их применений.
1.11	Решение сравнений.	Корни сравнений. Равносильность сравнений с одним неизвестным. Упрощение и решение сравнений. Теорема о числе решений сравнения и ее следствие. Теорема Уилсона.
1.12	Сравнения первой степени и неопределенные уравнения.	Решение сравнений первой степени. Сравнения первой степени и неопределенные уравнения
1.13	Приложения сравнений.	Применение сравнений к нахождению остатков от деления. Теорема Паскаля и признаки делимости
1.14	Систематические дроби.	Конечные систематические дроби. Бесконечные и

		периодические систематические дроби. Представление рациональных чисел систематическими дробями
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Делимость целых чисел.	Отношение делимости и его свойства. Деление с остатком. Теорема о делимости с остатком. Наибольший общий делитель. Единственность НОД. Алгоритм Евклида. НОД нескольких чисел. Свойства НОД. Линейное представление НОД. Взаимно простые числа и их свойства. Наименьшее общее кратное и его свойства. Нахождение НОК. Нахождение НОК нескольких чисел.
2.2	Простые и составные числа.	Простые числа и их свойства. Теорема о наименьшем простом делителе и ее применения. Основная теорема арифметики и ее следствия. Расположение простых чисел в числовом ряду. О некоторых нерешенных задачах теории простых чисел.
2.3	Числовые функции.	Теорема о числе натуральных делителей. Теорема о сумме натуральных делителей. Целая часть числа и ее применения в теории чисел.
2.4	Системы счисления.	Непозиционные системы счисления. Позиционные системы счисления. Теорема о систематической записи натурального числа. Переход от одной системы счисления к другой. Операции над числами в различных системах счисления
2.5	Цепные и подходящие дроби.	Представление рациональных чисел конечными цепными дробями. Подходящие дроби. Формула и алгоритм для вычисления подходящих дробей. Соотношение между числителями и знаменателями соседних подходящих дробей. Несократимость подходящих дробей. Теоремы о подходящих дробях четного и нечетного порядка. Теорема о приближении рационального числа подходящими дробями. Представление иррациональных чисел бесконечными цепными дробями. Теорема о представлении квадратичных иррациональностей.
2.6	Неопределенные уравнения.	Критерии разрешимости неопределенного уравнения. Общий вид решения неопределенного уравнения. Решение неопределенных уравнений методом подходящих дробей.
2.7	Сравнения и их свойства.	Сравнения по данному модулю и их свойства.
2.8	Кольцо вычетов по данному модулю.	Классы вычетов и кольцо вычетов по данному модулю. Полные системы вычетов и их свойства. НОД класса вычетов и модуля. Приведенная система вычетов. Мультипликативная группа обратимых элементов в кольце вычетов.
2.9	Функция Эйлера.	Функция Эйлера. Теорема о мультипликативности функции Эйлера. Формулы для вычисления значений функции Эйлера.
2.10	Теоремы Эйлера и Ферма и их применения.	Теоремы Эйлера и Ферма и примеры их применений.
2.11	Решение сравнений.	Корни сравнений. Равносильность сравнений с одним неизвестным. Упрощение и решение сравнений. Теорема о числе решений сравнения и ее следствие. Теорема Уилсона.
2.12	Сравнения первой степени и неопределенные уравнения.	Решение сравнений первой степени. Сравнения первой степени и неопределенные уравнения
2.13	Приложения сравнений.	Применение сравнений к нахождению остатков от деления. Теорема Паскаля и признаки делимости
2.14	Систематические дроби.	Конечные систематические дроби. Бесконечные и периодические систематические дроби. Представление рациональных чисел систематическими дробями

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№	Наименование темы	Виды занятий (часов)
---	-------------------	----------------------

п/п	(раздела) дисциплины	Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
	Делимость целых чисел.	2	1		4	7
	Простые и составные числа.	2	1		4	7
	Числовые функции.	2	1		4	7
	Системы счисления.	2	1		4	7
	Цепные и подходящие дроби.	4	1		4	9
	Неопределенные уравнения.	2	1		4	7
	Сравнения и их свойства.	2	1		4	7
	Кольцо вычетов по данному модулю.	2	1		4	7
	Функция Эйлера.	4	2		4	10
	Теоремы Эйлера и Ферма и их применения.	2	2		6	10
	Решение сравнений.	2	1		4	7
	Сравнения первой степени и неопределенные уравнения.	2	1		4	7
	Приложения сравнений.	2	1		4	7
	Систематические дроби.	2	1		4	7
	Итого:	34	16		58	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

*Работа с конспектами лекций, выполнение практических заданий.*

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Виноградов И. М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов .— М. Лань. 2009 .— 176 с. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=46">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=46</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Обуховский В. В. Лекции по теории чисел : учебное пособие : специальность 010101 (010100), 010100 (510100) - Математика. Ч.1 / В.В. Обуховский, С.В. Корнев, Н.Н. Удоденко ; Воронеж. гос. ун-т, Каф. алгебры и тополог. методов анализа .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 63 с.
3	Обуховский В. В. Лекции и задачи по теории чисел : учебное пособие : специальность 010101 (010100), 01010 (510100) - Математика. Ч.2 / В.В. Обуховский, С.В. Корнев, Н.Н. Удоденко ; Воронеж. гос. ун-т, Каф. алгебры и тополог. методов анализа .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 43 с.
4	Теория чисел и числовых полей : Методические материалы для студ. 4 к. д/о и 2 к. в/о мат. факультета / ВГУ. Каф. алгебры и топол. методов анализа; Сост. Р. С. Адамова .— Воронеж, 2000. Ч.1 .— 2000 .— 35 с
5	Теория чисел и числовых полей : Методические материалы для студ. 4 к. д/о и 2 к. в/о мат. факультета / Воронеж. гос. ун-т. Каф. алгебры и топол. методов анализа; Сост. Р. С. Адамова .— Воронеж, 2000-.Ч. 2 .— 2000 .— 33,
6	Сингх С. Великая теорема Ферма : История загадки, которая занимала лучшие умы мира на протяжении 358 лет / Саймон Сингх ; Пер. с англ. Ю. А. Данилова .— М. : МЦНМО, 2000 .— 288 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
7	Электронный каталог ЗНБ ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru/?p=4">http://www.lib.vsu.ru/?p=4</a>

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Виноградов И. М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов .— М. Лань. 2009 .— 176 с. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=46">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=46</a>
2	Обуховский В. В. Лекции по теории чисел : учебное пособие : специальность 010101 (010100), 010100 (510100) - Математика. Ч.1 / В.В. Обуховский, С.В. Корнев, Н.Н. Удоденко ; Воронеж. гос. ун-т, Каф. алгебры и тополог. методов анализа .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 63 с.
3	Обуховский В. В. Лекции и задачи по теории чисел : учебное пособие : специальность 010101 (010100), 01010 (510100) - Математика. Ч.2 / В.В. Обуховский, С.В. Корнев, Н.Н. Удоденко ; Воронеж. гос. ун-т, Каф. алгебры и тополог. методов анализа .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 43 с.
4	Теория чисел и числовых полей : Методические материалы для студ. 4 к. д/о и 2 к. в/о мат. факультета / ВГУ. Каф. алгебры и топол. методов анализа; Сост. Р. С. Адамова .— Воронеж, 2000. Ч.1 .— 2000 .— 35 с
5	Теория чисел и числовых полей : Методические материалы для студ. 4 к. д/о и 2 к. в/о мат. факультета / Воронеж. гос. ун-т. Каф. алгебры и топол. методов анализа; Сост. Р. С. Адамова .— Воронеж, 2000-.Ч. 2 .— 2000 .— 33,
6	Сингх С. Великая теорема Ферма : История загадки, которая занимала лучшие умы мира на протяжении 358 лет / Саймон Сингх ; Пер. с англ. Ю. А. Данилова .— М. : МЦНМО, 2000 .— 288 с.
7	Электронный каталог ЗНБ ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru/?p=4">http://www.lib.vsu.ru/?p=4</a>

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебные аудитории для проведения лекционных и лабораторных занятий.

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ПК-2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Знать: структуру научно-исследовательских работ, основы организации научных семинаров	1. Делимость целых чисел. 2. Простые и составные числа. 3. Числовые функции. 4. Системы счисления. 5. Цепные и подходящие дроби. 6. Неопределенные уравнения.	Устный опрос
	Уметь: определять тематику научного исследования		
	Владеть: методами научного исследования		

		<ul style="list-style-type: none"> <li>7. Сравнения и их свойства.</li> <li>8. Кольцо вычетов по данному модулю.</li> <li>9. Функция Эйлера.</li> <li>10. Теоремы Эйлера и Ферма и их применения.</li> <li>11. Решение сравнений.</li> <li>12. Сравнения первой степени и неопределенные уравнения.</li> <li>13. Приложения сравнений.</li> <li>14. Систематические дроби.</li> </ul>	
ПК-3 способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знать: Основные принципы строгого доказательства теорем.	<ul style="list-style-type: none"> <li>1. Делимость целых чисел.</li> <li>2. Простые и составные числа.</li> <li>3. Числовые функции.</li> <li>4. Системы счисления.</li> <li>5. Цепные и подходящие дроби.</li> <li>6. Неопределенные уравнения.</li> <li>7. Сравнения и их свойства.</li> <li>8. Кольцо вычетов по данному модулю.</li> <li>9. Функция Эйлера.</li> <li>10. Теоремы Эйлера и Ферма и их применения.</li> <li>11. Решение сравнений.</li> <li>12. Сравнения первой степени и неопределенные уравнения.</li> <li>13. Приложения сравнений.</li> <li>14. Систематические дроби.</li> </ul>	Устный опрос
	Уметь: Строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.		
	Владеть: Основными принципами строгого доказательства теорем.		

\* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

**Пример:**

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Для получения зачета по курсу необходимо знать основные понятия курса и владеть методами решения типовых задач; иметь конспект всех решенных задач лабораторных занятий и домашних заданий; иметь зачет по каждому типу задач, предлагаемых в аттестационных работах.		<i>Зачтено</i>

Если не выполнено, по крайней мере, одной из условий зачета		<i>Не зачтено</i>
---	--	-------------------

**19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:**

**19.3.2 Перечень практических заданий**

**19.3.4 Тестовые задания**

**19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ**

**19.3.5 Темы курсовых работ**

**19.3.6 Темы рефератов**

**19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме устного опроса. Критерии оценивания приведены выше.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-07 от 03.07.2018 г.