МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
математического анализа

А.Д. Баев
(подпись)
03.07.2018

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.06 Математический анализ

1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:
01.03.04 Прикладная математика.

2. Профиль подготовки/специализации:

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

4. Форма образования: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра математического анализа

6. Составители программы: Давыдова Майя Борисовна, канд. ф.-м. наук, доцент

7. **Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета протокол №0500-07 от 03.07.2018г.
(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола)

8. Учебный год: 2018/2019 **Семестр(-ы):** **1,2,3**

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Дисциплина «Математический анализ» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию системного мышления. Она знакомит студентов с основными понятиями и методами теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких действительных переменных, теории рядов и обыкновенных дифференциальных уравнений. Знакомство с методами математического анализа и выработка навыков в общении с математическим аппаратом способствует развитию математической интуиции, совершенствованию общей культуры мышления, логичности, точности выполнения математических операций.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: (цикл, к которому относится дисциплина, требования к входным знаниям, умениям и компетенциям, дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей)
Дисциплина «Математический анализ» относится к учебным дисциплинам базовой части профессионального цикла основной образовательной программы направления подготовки 01.03.04 – Математика. Прикладная математика - Бакалавр. Для успешного освоения дисциплины студент должен владеть знаниями умениями и навыками в рамках школьной программы по дисциплине «Алгебра и геометрия».

Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются во всех без исключения математических и естественнонаучных дисциплинах, модулях и практиках.

11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

а) общекультурные (ОК):

– способность к самоорганизации и к самообразованию (ОК – 7)

б) общепрофессиональные (ОПК):

– готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК – 1);

– способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК - 2);

– способность к самостоятельной научно-исследовательской работе (ОПК -3).

12. Структура и содержание учебной дисциплины:
12.1 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 16/338.

12.2 Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Всего	1 сем.	2 сем.	3 сем.
Аудиторные занятия	338	114	112	112
в том числе: лекции	169	56	56	56
практические				
лабораторные	169	58	56	56
Самостоятельная работа	238	76	76	76
Итого:	576	189	188	188

12.3 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
01	Введение. Элементы логики и теории множеств	
02	Вещественные числа	Множество R^1. Свойство непрерывности вещественной прямой. Аксиомы Архимеда, Кантора. Теорема о вложенных отрезках. Окрестность точки. Предельная точка множества, её свойство. Теорема Больцано. Мощность множества. Счётные множества, их свойства. Счётность множества рациональных чисел. Континуальность множества [0,1]. Ограниченность множества. Верхние и нижние границы множества. Точные верхние и нижние границы, их свойства. Теорема о существовании и единственности точных границ множества.
03	Отображения, функции	Отображения, функции. Классификация функций. Последовательности.
04	Теория пределов	Предел функции. Предел последовательности. Предел функции по множеству. Односторонние пределы. Предел по Гейне. Связь между существованием предела функции и существованием предела по множествам; по Гейне, односторонних пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Теорема о представлении функции, имеющей конечный предел. Теоремы о пределах: о единственности предела; о пределе постоянной; о переходе к пределу в равенствах; о локальной ограниченности функции, имеющей конечный предел и ограниченности сходящейся последовательности. О свойствах пределов, связанных с неравенствами; об арифметических свойствах пределов; о пределе промежуточной функции. Подпоследовательность. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности, их свойства. Условие Коши. Критерий Коши существования предела функции, предела последовательности. О пределах монотонной функции, последовательности. Первый и второй замечательные пределы. Вычисление пределов с использованием компьютерных технологий.
05	Непрерывность функции	Непрерывность функции в точке, на множестве, односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация. Равномерная непрерывность. Арифметические свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теорема Вейерштрасса. Теорема Кантора. Теорема Коши о промежуточных значениях функций. Следствия. Обратные функции, их существование и непрерывность. Непрерывность основных элементарных функций и элементарных функций. Замечательные пределы. Сравнение функций.

06	Производная и дифференциал	Производная. Непрерывность функции, имеющей производную. Геометрический и физический смысл производной. Арифметические свойства производной. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производные гиперболических функций. Таблица производных. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически. Дифференциал. Связь между существованием дифференциала и производной. Арифметические свойства дифференциала. Таблица дифференциалов. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Производные высших порядков. Производные высшего порядка от суммы и произведения двух функций. Дифференциалы высшего порядка сложной функции. Инвариантность формы дифференциалов высшего порядка. Теоремы о дифференцируемых функциях (тт. Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора. Исследование функций с помощью производных: на монотонность, на экстремум. Исследование функций на выпуклость. Нахождение точек перегиба графика функции. Нахождение асимптот функции. Общая схема исследования функций и построение эскиза графика функции.
07	Неопределенный интеграл	Первообразная и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов. Замена переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простых дробей. Метод неопределённых коэффициентов. Метод Остроградского. Интегрирование иррациональных функций. Подстановка Эйлера. Интегрирование дифференциального бинома. Интегрирование тригонометрических функций. Неберущиеся интегралы. Вычисление интегралов с помощью компьютерных технологий.
08	Определенный интеграл Римана	Определение определённого интеграла. Примеры вычисления. Ограниченность интегрируемой функции. Верхние и нижние суммы Дарбу, их свойства. Условия существования определённого интеграла. Класс интегрируемых функций. Свойства определённого интеграла. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Приложения определённого интеграла. Вычисление площадей плоских фигур. Длина дуги. Нахождение длины дуги кривой. Вычисление объёма тела вращения, площади поверхности вращения. Работа силы. Нахождение работы силы. Вычисление массы дуги кривой. Статические моменты. Нахождение координат центра тяжести дуги кривой. Приближенное вычисление определённого интеграла. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.
09	Несобственные интегралы	Несобственный интеграл от неограниченной функции. Несобственный интеграл по бесконечному промежутку. Использование компьютера для вычисления несобственных интегралов.
10	Функция многих переменных	Пространство R^n. Метрика. Норма элемента. Окрестность точки. Последовательность. Предел последовательности. Эквивалентность сходимости последовательности покоординатной сходимости. Свойства сходящихся последовательностей. Подпоследовательность. Принцип Больцано-Вейерштрасса. $f:R^n \to R^1$. Предел. Предел по множеству. Свойства пределов. Повторные пределы, условия их равенства. Предел по Гейне. Непрерывность $f:R^n \to R^1$. Свойства непрерывных функций. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций нескольких переменных. Равномерная непрерывность. Теоремы Вейерштрасса, Коши, Кантора. Свойства дифференциалов и производных. Частные производные $f:R^n \to R^1$. Связь между дифференцируемостью

		функции и существованием частных производных. Производная по направлению. Градиент. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциалы высшего порядка. Частные производные высшего порядка. Условия равенства смешанных производных. Формулы для вычисления дифференциалов и производных высшего порядка от сложной функции. Неинвариантность формы 2-го дифференциала. Формула Тейлора для $f{:}R^n\to R^1$. Экстремум функции нескольких переменных. Отображение f: $R^n\to R^m$. Предел. Непрерывность. Дифференциал и производная (Фреше). Их свойства. Дифференциал и производная (Гато). Их свойства. Неявные функции. Существование неявных отображений $f{:}R^1\to R^1$. Существование неявных отображений $f{:}R^n\to R^1$, $f{:}R^n\to R^m$. Свойства непрерывных отображений $f{:}R^n\to R^m$. Свойства матриц Якоби и якобианов отображений. Отображение с не равным нулю якобианом. Существование обратного отображения. Условный экстремум.
11	Ряды, функциональные последовательности. Бесконечные произведения	Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Критерий Коши. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Абсолютно сходящиеся ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Неабсолютно сходящиеся ряды. Теорема Римана. Признаки Дирихле, Абеля. Умножение рядов. Функциональные последовательности. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость предельной функции. Функциональные ряды. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость суммы функционального ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Нахождение радиуса сходимости степенного ряда. Дифференцируемость и интегрируемость сумы ряда. Аналитические функции. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора. Формулы Эйлера. Бесконечные произведения. Необходимый признак сходимости. Связь с рядами. Абсолютная сходимость. Использование компьютера для разложения функции в ряд.
12	Интегралы, зависящие от параметра	Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость, её признаки. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость несобственного интеграла, зависящего от параметра. Интегралы Эйлера, их свойства. Вычисление интегралов с помощью интегралов, зависящих от параметра.
13	Ряды Фурье и преобразование Фурье	Ряды Фурье. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье по элементам ортонормированной системы. Неравенство Бесселя. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равенство Парсеваля. Тригонометрический ряд Фурье. Стремление коэффициентов Фурье к нулю. Интеграл Дирихле. Принцип локализации. Поточечная сходимость ряда Фурье. Теорема Вейерштрасса. Теорема Дирихле. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье. Частные виды рядов Фурье. Комплексная запись ряда Фурье. Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье.
14	Интегрирование функции нескольких переменных	Двойной интеграл. Условия существования. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические и механические приложения двойных интегралов. Тройной интеграл. Условия существования. Свойства. Сведение к повторному интегралу. Замена переменных в тройном интеграле. Геометрические и механические приложения тройного интеграла. n-кратный интеграл. Свойства. Сведение его к повторному. Замена переменных. Несобственные кратные интегралы. Способы задания кривых на плоскости и в пространстве. Касательная и нормаль. Криволинейный интеграл 1-го рода. Связь с римановским интегралом. Свойства криволинейного

		интеграла 1-го рода. Приложения. Криволинейные интегралы 2-го рода. Связь с криволинейным интегралом 1-го рода, с римановским интегралом. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случаи наличия особых точек. Приложения криволинейного интеграла 2-го рода. Поверхность в трёхмерном пространстве. Касательная плоскость, нормаль к поверхности. Поверхностный интеграл 1-го рода. Сведение его к римановскому интегралу. Свойства и приложения поверхностного интеграла 1-го рода. Поверхностные интегралы 2-го рода. Связь их с римановскими интегралами. Свойства. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.

12.4 Междисциплинарные связи с другими дисциплинами:

№ п/п	Наименование дисциплин учебного плана, с которым организована взаимосвязь дисциплины рабочей программы	№ № разделов дисциплины рабочей программы, связанных с указанными дисциплинами
1	Логика	1
2	Функциональный анализ	3, 4, 5
3	Дифференциальные уравнения	6, 7, 8
4	Аналитическая геометрия	10
5	Дифференциальная геометрия	10
6	ТФКП	13
7	Основы компьютерных наук	4, 7, 9, 11

12.5 Разделы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Введение. Элементы логики и теории множеств	2		2	4	8
02	Вещественные числа	4		4	8	16
03	Отображения, функции	4		4	8	16
04	Теория пределов	8		8	17	33
05	Непрерывность функции	8		8	14	30
06	Производная и дифференциал	12		12	21	45
07	Неопределенный интеграл	16		16	32	64
08	Определенный интеграл Римана	4		4	12	20
09	Несобственные интегралы	6		6	9	21
10	Функция многих переменных	26		26	35	86
11	Ряды, функциональные последовательности. Бесконечные произведения	16		16	21	53
12	Интегралы, зависящие от параметра	9		9	16	34
13	Ряды Фурье и преобразование Фурье	8		8	8	24
14	Интегрирование функции нескольких переменных	46		46	37	129

13. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

(список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов литературы)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	*Карташев, Алексей Павлович. Математический анализ:/А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. – Москва: Лань, 2007. – 447с.: ил.: 21 см. – (Лучшие классические учебники. Математика) (Классическая учебная литература по математике)(Учебники для вузов. Специальная литература). -.-.ISBN 978-5-8114-0700-2.-<URL:http://e.lanbooks/element.php?pl1 cid=25&pl1 id=178>.*
2.	*Будаев, Виктор Дмитриевич. Математический анализ:: учебник /В.Д. Будаев, М.Я. Якубсон;.- Москва: Лань, 2012.- 544 с.: ил.; 22см. – Допущено Учебно-методическим объединением по направлениям педагогического образования Министерства обучающихся по направлению 050200 – «Физико-математическое образование». – Предм. Указ.: с. 532-536. – Имен. Указ.: с. 537. – Библиогр.: с. 531. – ISBN 978-5-8114-1186-3.-<URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?p/1 cid=25& p/1 id=3173>.*
3.	*Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия. Введение в математический анализ, производная и ее приложения: // И.А. Соловьев, В.В. Шевелев, А.В. Червяков, А.Ю. Репин.- Москва: Лань, 2009. – 319 с.; 21 см. – (Учебники для вузов. Специальная литература). -.- Библиогр.: с.316.- ISBN 978-5-8114-0751-4.- 3.-<URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?p/1 cid=25& p/1 id=374>.*

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4.	*Демидович В.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу /В.П.Демидович. – М.:Астрель, 2002. – 558 с.*
5.	*Ильин В.А. Математический анализ / В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Б.И.Сендов. – М.: Изд-во МГУ, 2004. – Часть 1. – 616 с.*
6.	*Ильин В.А. Математический анализ / В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Б.И.Сендов. – М.: Изд-во МГУ, 2004. – Часть 2. – 357 с.*
7.	*Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Наука, 1970. – Т.1. – 603 с.*
8.	*Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Наука, 1970. – Т.2. – 807 с.*
9.	*Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Физматлит, 1970. – Т.3. – 656 с.*
10.	*Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа /Л.Д.Кудрявцев. - М.: Высш.шк.1988. – Т.1. – 712 с.*
11.	*Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа /Л.Д.Кудрявцев. - М.: Высш.шк.1988. – Т.2. – 576 с.*
12.	*Зорич В.А. Математический анализ /В.А.Зорич. – М.:Наука,1984. – Т.1. – 640с.*
13.	*Зорич В.А. Математический анализ /В.А.Зорич. – М.:Наука,1984. – Т.2. – 640с.*
14.	*Никольский С.М. Курс математического анализа /С.М.Никольский. – М.: Наука,1990. – Т.1. – 528 с.*
15.	*Никольский С.М. Курс математического анализа /С.М.Никольский. – М.: Наука,1990. – Т.2. – 543 с.*
16.	*Шилов Г.К. Математический анализ (функции одного переменного) /Г.К.Шилов. – М.:Наука,1969. - 528 с.*
17.	*Соболев В.И. Краткий курс математического анализа / В.И. Соболев, В.В.Покорный, В.И.Аносов. – Воронеж: Изд-во ВГУ,1984. – Часть 1. – 392 с.*
18.	*Соболев В.И. Краткий курс математического анализа / В.И. Соболев, В.В.Покорный, В.И.Аносов. – Воронеж: Изд-во ВГУ,1984. – Часть 2. – 346 с.*
19.	*Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу / Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. – М.: Физматлит, 2003. – Т.2. – 504с.*
20.	*Пределы функций, последовательностей: пособие для студ. по спец. «Математика»010101/ Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова. – Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та,2003. – 15 с.*
21.	*Приложения кратных интегралов: учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова. – Воронеж: ЛОП ВГУ, 2006. – 23 с.*
22.	*Нахождение пределов функций: учебно-методическое пособие / Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова. – Воронеж: ЛОП ВГУ, 2006. – 23 с.*
23.	*Математический анализ-2. Построение графиков функций: учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова, О.К. Плетнева, Е.В. Раецкая – Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2009. – 26 с.*

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета.— (http//www/lib.vsu.ru/)
	Google, Yandex, Rambler

14. Материально-техническое обеспечение дисциплины:
Доска, мел, тряпка, учебные пособия, компьютер

15. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

---

16. Критерии оценки видов аттестации по итогам освоения дисциплины:
В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- Знать: основные положения теории пределов и непрерывных функций, теории числовых и функциональных рядов, теории интегралов, задачи отыскания экстремумов функций; основные теоремы дифференциального и интегрального исчислений для функций одного и нескольких переменных; основы теории дифференциальных уравнений.
- Уметь: определять границы применимости теории и методов математического анализа для решения конкретных прикладных задач; решать основные типы задач на расчеты пределов функций, их дифференцирование и интегрирование, на разложение функций в ряды.
- Владеть: стандартными методами и моделями Математического анализа и применением их в практике; навыками применения стандартных прикладных программ для ЭВМ в целях ускорения решения задач.

16.1 Критерии оценок при сдаче экзамена

Отлично	Знание всего материала. Умение применить знания к решению задач.
Хорошо	Знание определений, свойств, теорем. Возможны ошибки в ответе, которые исправляются по наводящим вопросам преподавателя.
Удовлетворительно	Знание основных определений, свойств, теорем.
Неудовлетворительно	Незнание основных определений, свойств, теорем.

16.2 Критерии оценок при сдаче зачета

Зачтено	Знание основных определений, теорем, формул. Умение самостоятельно или с помощью преподавателя решать типовые задачи.
Незачтено	Незнание формул, определений. Неумение решать типовые задачи.