

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
математического анализа



(подпись)

А.Д. Баев

03.07.2018

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### **Б1.В.05 Математические модели и теория краевых задач**

*Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом*

- 1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**  
02.04.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки/специализации:** Математический анализ и приложения
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** Магистр
- 4. Форма образования:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**  
Кафедра математического анализа
- 6. Составители программы:**  
Залыгаева Марина Евгеньевна
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета  
протокол №0500-07 от 03.07.2018г.  
*(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола)*
- 8. Учебный год:** 2018/2019                      **Семестр(-ы):** 1

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

### *Цели изучения дисциплины:*

Целью курса является знакомство студентов с приемами построения математических моделей в различных областях науки и техники и математическими методами анализа этих моделей с тем, чтобы они могли использовать полученные знания в своей последующей профессиональной деятельности, а также могли понимать научную литературу с серьезным математическим аппаратом. Дополнительная цель: показать слушателям, насколько полезны те математические сведения, которые они получают на обязательных математических курсах. Предполагается, что слушатели будут самостоятельно решать на компьютере задачи по курсу и получат навыки доведения рабочей цепочки от понятий и теорем до таблиц, графиков и выводов

### *Задачи дисциплины:*

выбирать модель/метод нелинейного анализа на основе качественного анализа объекта исследования; строить на основе описания ситуаций модели прогнозирования; оценивать качество построенных моделей с точки зрения их адекватности фактическим данным; прогнозировать на основе построенных моделей поведение экономических агентов, развитие экономических процессов и явлений; представлять результаты работы в виде выступления, аналитического отчета

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Математические модели и теория краевых задач» является обязательной дисциплиной вариативной части профессионального цикла Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению 02.04.01 «Математика и компьютерные науки» (магистратура).

Дисциплина «Математические модели и теория краевых задач» тесно связана с такими дисциплинами как «Математический анализ», «Методы оптимизаций», «Уравнения с частными производными», «Теория вероятностей», «Математическая статистика». Она предполагает формирование у студентов навыков актуарных расчетов, направлена на изучение и систематизацию наиболее типичных и массовых явлений в теории принятия решений, а также на изучение их динамики.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

| Компетенция |   | Планируемые результаты обучения   |
|-------------|---|---|
| Код         | Название  |   |
| ПК-1        | способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области | Знать основные виды моделей краевых задач в различных областях математики<br><br>уметь: строить и использовать алгоритмы аналитического и численного нахождения решений для таких моделей<br><br>владеть (иметь навык(и)): навыки компьютерной реализации подобных алгоритмов |
| ПК-2        | способность математически корректно ставить естественнонаучные за-                  | знать: терминологию граничных задач; виды моделей и методов, используемых для их решения, области их применения; программные продукты,  |

|      |  |   |
|------|--|---|
|      | <p>дачи, знание постановок классических задач математики</p>   | <p>которые используют для разработки прогнозов; место задач прогнозирования в информационно-аналитических системах, опыт их решения в подобных системах; отечественный и зарубежный опыт использования методов прогнозирования</p> <p>уметь: выбирать модель/метод прогнозирования на основе качественного анализа объекта исследования; строить на основе описания ситуаций модели прогнозирования; оценивать качество построенных моделей с точки зрения их адекватности фактическим данным; прогнозировать на основе построенных моделей поведение экономических агентов, развитие экономических процессов и явлений, представлять результаты работы в виде выступления, аналитического отчета;</p> <p>владеть (иметь навык(и)): навыками спецификации и идентификации моделей прогнозирования; навыками построения моделей прогнозирования с использованием современных программных продуктов; навыками самостоятельной работы по организации и проведению процесса прогнозирования</p>   |
| ПК-3 | <p>способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p> | <p>знать: терминологию прогнозирования; виды моделей и методов, используемых для прогнозирования в экономике, области их применения; программные продукты, которые используют для разработки прогнозов; место задач прогнозирования в информационно-аналитических системах, опыт их решения в подобных системах; отечественный и зарубежный опыт использования методов прогнозирования</p> <p>уметь: выбирать модель/метод прогнозирования на основе качественного анализа объекта исследования; строить на основе описания ситуаций модели прогнозирования; оценивать качество построенных моделей с точки зрения их адекватности фактическим данным; прогнозировать на основе построенных моделей поведение экономических агентов, развитие экономических процессов и явлений, представлять результаты работы в виде выступления, аналитического отчета;</p> <p>владеть (иметь навык(и)): навыками спецификации и идентификации моделей прогнозирования; навыками построения моделей прогнозирования с использованием современных программных</p> |

|  |  |   |
|--|--|---|
|  |  | продуктов; навыками самостоятельной работы по организации и проведению процесса прогнозирования |
|--|--|---|

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 2/72.**

**Форма промежуточной аттестации - зачет**

**13. Виды учебной работы:**

| Вид учебной работы     | Трудоемкость (часы) |              |  |  |  |
|------------------------|---------------------|--------------|--|--|--|
|                        | Всего               | По семестрам |  |  |  |
|                        |                     | 2 сем.       |  |  |  |
| Аудиторные занятия     | 28                  | 28           |  |  |  |
| в том числе: лекции    |                     |              |  |  |  |
| практические           |                     |              |  |  |  |
| лабораторные           | 28                  | 28           |  |  |  |
| Самостоятельная работа | 44                  | 44           |  |  |  |
| Контрольные работы     |                     | 1            |  |  |  |
| Итого:                 | 72                  | 72           |  |  |  |

**13.1 Содержание разделов дисциплины: 13.1. Содержание дисциплины**

| п/п                            | Наименование раздела дисциплины  | Содержание раздела дисциплины   |
|--------------------------------|--|---|
| <b>3. Лабораторные занятия</b> |  |   |
| 3.1                            | Модели, основанные на обыкновенных конечно-разностных уравнениях и системах.       | Модели, основанные на обыкновенных конечно-разностных уравнениях и системах (финансы, экология, демография, теория игр) |
| 3.2                            | Методы исследования обыкновенных конечно-разностных уравнений и систем             | Методы исследования обыкновенных конечно-разностных уравнений и систем  |
| 3.3                            | Модели, основанные на обыкновенных дифференциальных уравнениях и системах          | Модели, основанные на обыкновенных дифференциальных уравнениях и системах (физика, биология, реклама, химия, экономика) |
| 3.4                            | Методы исследования обыкновенных дифференциальных уравнений и систем               | Методы исследования обыкновенных дифференциальных уравнений и систем  |
| 3.5                            | Разностные методы решения краевых задач  | Разностные методы решения краевых задач. Аппроксимация, устойчивость, сходимости. Метод прогонки                        |
| 3.6                            | Статистические модели и модели комбинированные: метеорология, медицина, энергетика | Статистические модели и модели комбинированные: метеорология, медицина, энергетика                                      |
| 3.7                            | Методы аппроксимации функций.  | Методы аппроксимации функций. Метод наименьших квадратов и метод главных компонент. Оценка корреляционных функций       |

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины   | Виды занятий (часов) |              |              |                        |       |
|-------|--|----------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
|       |  | Лекции               | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа | Всего |
| 01    | Модели, основанные на обыкновенных конечно-разностных уравнениях и системах.       |                      |              | 4            | 4                      | 8     |
| 02    | Методы исследования обыкновенных конечно-разностных уравнений и систем             |                      |              | 4            | 4                      | 8     |
| 03    | Модели, основанные на обыкновенных дифференциальных уравнениях и системах          |                      |              | 4            | 5                      | 9     |
| 04    | Методы исследования обыкновенных дифференциальных уравнений и систем               |                      |              | 4            | 5                      | 9     |
| 05    | Разностные методы решения краевых задач  |                      |              | 4            | 5                      | 9     |
| 06    | Статистические модели и модели комбинированные: метеорология, медицина, энергетика |                      |              | 4            | 5                      | 9     |
| 07    | Методы аппроксимации функций.  |                      |              | 4            | 5                      | 9     |
| Итого |  |                      |              | 28           | 44                     | 72    |

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

*(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)*

Перечень вопросов, содержащихся в рабочей программе дисциплины, может быть изложен с различной степенью глубины в соответствии с объемом часов на самостоятельную работу студентов.

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины** *(список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)*

а) основная литература:

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 1     | В.А.Гордин. Математика, компьютер, прогноз погоды и другие сценарии математической физики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010, 2013, 733с.            |
| 2     | В.А.Гордин. Дифференциальные и разностные уравнения. Какие явления они описывают и как их решать. М.: Издательский дом ВШЭ. 2016, 530с |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 1     | М.А.Шубин Лекции об уравнениях математической физики. - М.: МЦНМО, 2001. |
| 2     | Бабенко К. И. Основы численного анализа. Москва – Ижевск, 2002.          |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 1     | Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http // www.lib.vsu.ru/</a> )   |
| 2     | <a href="http://www.machinelearning.ru/">http://www.machinelearning.ru/</a> - профессиональный информационно-аналитический ресурс, посвященный машинному обучению, распознаванию образов и интеллектуальному анализу данных |

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)**

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 1     | Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: «Наука», 1979   |
| 2     | Зайцев В.Ф., Полянин А.Д. Справочник по дифференциальным уравнениям с частными производными: Точные решения. М.: Международная программа образования, 1996. |

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Доска, мел, тряпка, учебные пособия, компьютер

**19. Фонд оценочных средств:**

**19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

| Код и содержание компетенции (или ее части) | Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков) | Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование) | ФОС* (средства оценивания) |
|---|--|---|----------------------------|
| ПК-1  | знать: терминологию прогнозирования; виды моделей и методов, используемых для прогнозирования  | Раздел 1. Модели, основанные на обыкновен-  |                            |

|  |   |  |                           |
|--|---|--|---------------------------|
|  | <p>ния в экономике, области их применения; программные продукты, которые используют для разработки прогнозов; место задач прогнозирования в информационно-аналитических системах, опыт их решения в подобных системах; отечественный и зарубежный опыт использования методов прогнозирования</p>  | <p>ных конечно-разностных уравнениях и системах.<br/>Раздел 2.<br/>Методы исследования обыкновенных конечно-разностных уравнений и систем<br/>Раздел 7.<br/>Методы аппроксимации функций</p>   |                           |
|  | <p>уметь: выбирать модель/метод прогнозирования на основе качественного анализа объекта исследования; строить на основе описания ситуаций модели прогнозирования; оценивать качество построенных моделей с точки зрения их адекватности фактическим данным; прогнозировать на основе построенных моделей поведение экономических агентов, развитие экономических процессов и явлений, представлять результаты работы в виде выступления, аналитического отчета;</p> | <p>Раздел 4.<br/>Методы исследования обыкновенных дифференциальных уравнений и систем</p>  |                           |
|  | <p>владеть (иметь навык(и)): навыками спецификации и идентификации моделей прогнозирования; навыками построения моделей прогнозирования с использованием современных программных продуктов; навыками самостоятельной работы по организации и проведению процесса прогнозирования</p>  | <p>Раздел 1.<br/>Модели, основанные на обыкновенных конечно-разностных уравнениях и системах.<br/>Раздел 2.<br/>Методы исследования обыкновенных конечно-разностных уравнений и систем<br/>Раздел 7.<br/>Методы аппроксимации функций<br/>Раздел 5.<br/>Разностные методы решения краевых задач<br/>Раздел 6.<br/>Статистические модели и модели комбинированные: метеорология, медицина, энергетика</p> | <p>Контрольная работа</p> |
| <p><b>Промежуточная аттестация</b></p> |   |  | <p><b>КИМ</b></p>         |

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

| Критерии оценивания компетенций  | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок |
|--|--------------------------------------|--------------|
| Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач в области теории прогнозирования | Повышенный уровень                   | Зачтено      |
| Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при ответе на основные и дополнительные вопросы  | Пороговый уровень                    | Не зачтено   |

## 19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### 19.3.1 Перечень вопросов к зачету:

1. Линейные конечно-разностные уравнения и системы – линейное пространство решений. Случай постоянных коэффициентов: простые и кратные корни характеристического уравнения.
2. Неподвижные точки отображения. Критерий устойчивости изолированной стационарной точки. Метод Герона и метод Ньютона. Бассейн притяжения стационарной точки.
3. Модель Мальтуса, модели маятника, вытекание воды, перетягивание груза через перекладину, непрерывная модель Ферхюльста, модель Лотки – Вольтерры, модель рекламной кампании, динамика концентраций при химической реакции, катализ, распределение ресурсов по отраслям, законы Кеплера.
4. Уравнение переноса. Уравнение диффузии и теплопроводности. Уравнение колебаний струны, стержня, мембраны, пластинки. Фигуры Хладни. Уравнение Шрёдингера. Модель Блэка – Шоулза – Мертона формирования справедливой цены на европейские опционы.
5. Решения типа бегущей волны. Солитоны. Уравнения Кортевега – де Фриса и Фишера – Колмогорова – Петровского – Пискунова. Уравнение Пуассона.
6. Норма и скалярное произведение в линейных пространствах. Неравенство Коши – Буняковского. Примеры. Полнота. Принцип сжимающих отображений. Примеры применения. Примеры функциональных пространств.
7. Задача аппроксимации в разных пространствах. Примеры обобщенных функций. Основные и обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Ряды Фурье и явление Уилбрахама – Гиббса. Теоремы существования и единственности. Непрерывная зависимость решения от начальных данных (корректность). Решение задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка в частных производных.



8. Гиперболические и параболические уравнения и системы. Скорость распространения сигнала, конечная и бесконечная. Преобразование Фурье и его обращение. Примеры вычисления преобразования Фурье. Теорема Планшереля. Неравенство Гейзенберга. Теорема о свертке. Преобразование Фурье обобщенных функций. Фундаментальное решение линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
9. Эллиптические уравнения. Уравнение Пуассона во всем пространстве. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Собственные функции оператора Лапласа для квадрата и круга при условиях Дирихле или Неймана. Решение уравнения теплопроводности и волнового методом разделения переменных (Фурье) для этих граничных условий. Преобразование Лапласа.

#### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме *устного опроса и контрольной работы*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.