

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

- обеспечение приобретения знаний по одному из важнейших направлений современной прикладной науки.
- формирование необходимого уровня математической подготовки, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- дальнейшее развитие логического мышления;
- приобретение необходимой эрудиции в вопросах приложений математики, подготовка к работе в НИИ, КБ и т. д.

Задачи изучения дисциплины:

- демонстрация на примерах математических понятий и методов сущности научного подхода в задачах для сингулярно возмущённых дифференциальных уравнений;
- овладение студентами основными методами решения сингулярно возмущённых дифференциальных уравнений:
 - выработка умений анализировать полученные результаты, решать типовые задачи, приобретение навыков работы со специальной математической литературой;
 - формирование умений использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Специальный курс «Сингулярно возмущённые дифференциальные уравнения» является логическим продолжением преподавания предметов: «Алгебра», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ» (бакалавриат). Он осуществляет разумный баланс между общеобразовательным содержанием подготовки магистра и его дальнейшей профессиональной направленностью, что, несомненно, повышает профессиональное самоопределение учащегося, уровень его социальной адаптации.

Обучение этим методам обусловлено широким спектром применения для решения научных и технических проблем.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОК-1	Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	знать: основные термины и инструменты сингулярно возмущённых дифференциальных уравнений уметь: абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез идей сингулярного возмущения владеть приемами абстрактного мышления, анализа, синтеза
ОПК-1	способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и	знать: основные термины и инструменты сингулярно возмущённых дифференциальных уравнений уметь: абстрактно мыслить, анализировать, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в

	прикладной математики	том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности владеть (иметь навык(и)): приемами применения основных математических понятий и методов при решении профессиональных задач
--	-----------------------	---

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час (в соответствии с учебным планом) — 2/ 72.

Форма промежуточной аттестации зачет.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		№ семестра 4	№ семестра	...
Аудиторные занятия	30	30		
в том числе: лекции	12	122		
практические				
лабораторные	18	18		
Самостоятельная работа	42	42		
Форма промежуточной аттестации зачет				
Итого:	72	72		

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Сингулярно возмущённые дифференциальные уравнения в банаховом пространстве	Примеры сингулярно возмущённых дифференциальных уравнений. Установление сингулярной возмущённости.
1.2	Явление погранслоя в сингулярно возмущённых дифференциальных уравнениях	Функции погранслоя. Критерий принадлежности функции классу функций погранслоя. Явление погранслоя.
1.3	Фредгольмовский оператор	Определение, свойства фредгольмовского оператора. Примеры фредгольмовских операторов.
1.4	Решение задачи Коши для дифференциального уравнения, неразрешённого относительно производной	Преобразование исходного уравнения с помощью оператора, порождённого операторной резольвентой. Расщепление уравнения на уравнения в подпространствах. Решение уравнений в подпространствах.
1.5	Уравнение ветвления. Диаграмма Ньютона	Построение уравнения ветвления для сингулярно возмущённого дифференциального уравнения в банаховом пространстве. Применение метода диаграмм Ньютона для исследования свойств решений сингулярно возмущённых дифференциальных уравнений.
1.6	Асимптотическое представление решения сингулярно возмущённого	Асимптотические ряды. Остаточный член ряда. Оценки остаточного члена ряда.

	дифференциального уравнения	
2. Практические занятия		
2.1		
2.2		
3. Лабораторные работы		
3.1	Сингулярно возмущённые дифференциальные уравнения в банаховом пространстве	Установление сингулярной возмущённости уравнения.
3.2	Явление погранслоя в сингулярно возмущённых дифференциальных уравнениях	Применение критерия принадлежности функции классу функций погранслоя
3.3	Фредгольмовский оператор	Установление фредгольмовости операторов
3.4	Решение задачи Коши для дифференциального уравнения, неразрешённого относительно производной	Расщепление уравнения на уравнения в подпространствах. Решение уравнений в подпространствах.
3.5	Уравнение ветвления. Диаграмма Ньютона	Применение метода диаграмм Ньютона для исследования свойств решений сингулярно возмущённых дифференциальных уравнений.
3.6	Асимптотические ряды	Разложение решений сингулярно возмущённых задач в асимптотические ряды

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Сингулярно возмущённые дифференциальные уравнения в банаховом пространстве	1		2	4	7
2	Явление погранслоя в сингулярно возмущённых дифференциальных уравнениях	1		2	6	9
3	Фредгольмовский оператор	2		2	8	12
4	Решение задачи Коши для дифференциального уравнения, неразрешённого относительно производной	2		4	8	14
5	Уравнение ветвления. Диаграмма Ньютона	4		4	8	16
6	Асимптотическое представление решения сингулярно возмущённого дифференциального	2		4	8	14

уравнения					
Итого:	12		18	42	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Студенты знакомятся с теоретическим материалом в процессе лекционного курса, самостоятельно прорабатывают и усваивают теоретические знания с использованием рекомендуемой учебной литературы, учебно-методических пособий, согласно указанному списку (п.15, 16).

В целом самостоятельная работа студентов направлена на более глубокое изучение студентами отдельных вопросов курса с использованием рекомендуемой дополнительной литературы и других информационных источников и включает:

- самостоятельное изучение студентами отдельных вопросов, связанных с отдельными частями курса. Необходимые для занятий информационные материалы предоставляются студентам в виде;
- перечень разделов курса, представляемых студентам в форме раздаточного материала с пометкой «самостоятельно»;
- дополнительная проработка лекционных материалов по записям прочитанных лекций и представленного раздаточного материала по тематике курса;
- подготовка к участию в работе практических занятий по предусмотренным программой темам;
- формирование неясных вопросов для их рассмотрения во время лекционных и практических занятий с помощью преподавателя.

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом их индивидуальных психофизических особенностей и в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.

Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки на зачете может быть увеличено.

Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации (например, с использованием программ-синтезаторов речи), а так же использование на лекциях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т.д.). На лекционных занятиях и лабораторных занятиях при необходимости допускается присутствие ассистента. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам. При необходимости, время подготовки на зачете может быть увеличено.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата на лекционных занятиях и лабораторных занятиях при необходимости допускается присутствие ассистента.

Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата проводится на общих основаниях, при необходимости процедура зачета может быть реализована дистанционно.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения [Текст] / Б. П. Демидович, В. П.

	Моденов. - Москва : Лань, 2008. - 288 с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0677-7 : http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=126
2	Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа [Текст] :. — Москва: Лань, 2009. — 272 с.. — Классическая учебная литература по математике. — ISBN 978-5-8114-0976-1. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=245

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Ломов И.С. Основы математической теории пограничного слоя / И.С. Ломов, С.А. Ломов. – Изд-во Московского университета, 2011. – 453 с.
4	Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. – М. : Наука : Физматлит, 1998. – 231 с. ISBN 5-02-015230-7: 32.42 .— ISBN 5-02-015236-6.
5	Васильева А. Б. Асимптотическое разложение решений сингулярно возмущённых уравнений / А. Б. Васильева, В. Ф. Бутузов. – М.: Наука, 1973. – 272 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
	Дифференциальные уравнения с малым параметром при производных / Математическая энциклопедия, http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/1600
6	Пограничного слоя теория / Математическая энциклопедия, http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/4025
7	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета –(http://www.lib.vsu.ru)
8	Google, Yandex, Rambler

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
9	Функции погранслоя: учебно-методическое пособие для вузов / сост. С.П. Зубова. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2013. – 18 с.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

1. Типовое оборудование аудитории для лекционных занятий: доска, мел, тряпка.
2. Типовое оборудование аудитории для лабораторных занятий: доска, мел, тряпка.

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОК-1 Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	Знать основные термины и инструменты теории сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, методы самоконтроля и приобретения новых навыков	Раздел 1. Сингулярно возмущённые дифференциальные уравнения в банаховом пространстве	Контрольные работы
	Уметь абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, изменения вида своей профессиональной деятельности	Раздел 2. Явление погранслоя в сингулярно возмущённых дифференциальных уравнениях Раздел 3. Фредгольмовский оператор Раздел 4. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения, неразрешённого относительно производной	
	Владеть приемами абстрактного мышления, анализа, синтеза	Раздел 5. Уравнение ветвления. Диаграмма Ньютона Раздел 6. Асимптотическое представление	

		решения сингулярно возмущённого дифференциального уравнения	
ОПК-1 способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	Знать основные термины и инструменты сингулярно возмущённых дифференциальных уравнений, методы самоконтроля и приобретения новых навыков.	Раздел 1. Сингулярно возмущённые дифференциальные уравнения в банаховом пространстве Раздел 2. Явление погранслоя в сингулярно возмущённых дифференциальных уравнениях Раздел 3. Фредгольмовский оператор Раздел 4. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения, неразрешённого относительно производной Раздел 5. Уравнение ветвления. Диаграмма Ньютона	
	Уметь абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, изменения вида своей профессиональной деятельности.	Раздел 6. Асимптотическое представление решения сингулярно возмущённого дифференциального уравнения	
	Владеть приемами применения основных математических понятий и методов при решении профессиональных задач		
Итоговая аттестация (зачет)			Комплект КИМ №1

* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете используется следующее:

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом дисциплины;
- 2) умение связывать теорию с практикой;

- 3) умение иллюстрировать ответ примерами;
 4) умение применять методы сингулярно возмущённых дифференциальных уравнений для решения прикладных задач.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено
 Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Сформированные знания об основных терминах и инструментах сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, о методах самоконтроля и приобретения новых навыков. Сформированное умение абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, изменения вида своей профессиональной деятельности.	<i>Зачтено</i>
Фрагментарные знания или отсутствие знаний.	<i>Не зачтено</i>

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к зачету:

1. Производная функции в банаховом пространстве. Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве.
2. Виды сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в банаховом пространстве.
3. Функции погранслоя. Определение и примеры.
4. Критерий принадлежности функции классу функций погранслоя.
5. Достаточное условие принадлежности функции классу функций погранслоя.
6. Примеры функций погранслоя.
7. Свойства функций погранслоя.
4. Явление погранслоя в сингулярно возмущённых дифференциальных уравнениях.
5. Определение и свойства фредгольмовского оператора.
6. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения, неразрешённого относительно производной.
7. Уравнение ветвления.
8. Определение типа функции погранслоя с помощью диаграммы Ньютона.
9. Асимптотические ряды. Определение и примеры.
10. Асимптотическое представление решения сингулярно возмущённого дифференциального уравнения.

19.3.2 Тестовые задания:

1. Какие из следующих функций являются функциями погранслоя:

$$\text{а) } v(t, \varepsilon) = (\cos t)^{\frac{1}{\varepsilon}}, \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right];$$

$$\text{б) } v(t, \varepsilon) = \frac{t \cdot \varepsilon}{t^2 + \varepsilon^2}, \quad t \in [0, T];$$

$$\text{в) } v(t, \varepsilon) = \frac{\varepsilon^3}{t + \varepsilon^3}, \quad t \in [0, T];$$

$$\text{г) } v(t, \varepsilon) = \frac{\varepsilon^3}{t + \varepsilon^2}, \quad t \in [0, T];$$

$$\text{д) } v(t, \varepsilon) = \frac{(1-t)^{\frac{1}{\varepsilon}}}{1 + (1-t)^{\frac{1}{\varepsilon}}}, \quad t \in [0, 1];$$

2. Какие из указанных ниже линейных операторов являются фредгольмовскими:

$$\text{а) } A: R^n \rightarrow R^n; \text{ б) } A: R^n \rightarrow R^m, n < m; \text{ в) } A: R^n \rightarrow R^m, n > m?$$

3. Являются ли системы уравнений сингулярно возмущенными:

$$\text{а) } \varepsilon \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 3x_1 + x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = \varepsilon x_1 - x_2 \end{cases};$$

$$\text{б) } \begin{cases} \varepsilon \frac{dx_1}{dt} = x_1 + \varepsilon x_2, \\ \varepsilon \frac{dx_2}{dt} = 5\varepsilon x_1 + \varepsilon x_2 \end{cases};$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 3\varepsilon x_1 + 5x_2 - x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} = \varepsilon x_1 + x_2, \\ \frac{dx_3}{dt} = \varepsilon x_1 + 2x_2 + 4x_3 \end{cases} \quad ?$$

19.3.3 Примеры контрольно-измерительных материалов, предлагаемых на зачете по учебной дисциплине Б1.В.ОД.10 Сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения

Пример контрольно-измерительного материала №1 по учебной дисциплине Б1.В.ОД.10 Сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения

УТВЕРЖДАЮ
 заведующий кафедрой математического анализа
Баев А.Д.
подпись, расшифровка подписи
 _30.08.2017

Направление подготовки / специальность 02.04.01 Математика и компьютерные науки
шифр, наименование

Дисциплина «Сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения»

Вид аттестации

промежуточная

зачет

текущая, промежуточная

Контрольно-измерительный материал № 1

Теория:

1. Функции погранслоя, их свойства.

Практика:

1. Построить уравнение ветвления для дифференциального уравнения в R^2

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{dx_1}{dt} = 2x_1 + x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 3x_1 - x_2. \end{cases}$$

Преподаватель _____ /Зубова С.П./

**Пример контрольно-измерительного материала №2
по учебной дисциплине Б1.В.ОД.10 Сингулярно возмущенные дифференциальные
уравнения**

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой математического анализа
_____ Баев А.Д.
подпись, расшифровка подписи
_30.08.2017

Направление подготовки / специальность 02.04.01 Математика и компьютерные науки
шифр, наименование

Дисциплина «Сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения»

Вид аттестации

промежуточная

зачет

текущая, промежуточная

Контрольно-измерительный материал № 2

Теория:

1. Явление погранслоя в сингулярно возмущенных дифференциальных уравнениях.

Практика:

1. Является ли система

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{dx_1}{dt} = x_1 - x_2, \\ \varepsilon \frac{dx_2}{dt} = 2x_1 - 2x_2. \end{cases}$$

сингулярно возмущенной ?

Преподаватель _____ /Зубова С.П./

**Пример контрольно-измерительного материала №3
по учебной дисциплине Б1.В.ОД.10 Сингулярно возмущенные дифференциальные
уравнения**

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой математического анализа
_____ Баев А.Д.
подпись, расшифровка подписи
_30.08.2017

Направление подготовки / специальность 02.04.01 Математика и компьютерные науки
шифр, наименование

Дисциплина «Сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения»

Вид аттестации

промежуточная

зачет

текущая, промежуточная

Контрольно-измерительный материал № 3

Теория:

1. Уравнение ветвления для сингулярно возмущенного дифференциального уравнения в банаховом пространстве.

Практика:

1. Построить диаграмму Ньютона для дифференциального уравнения в R^2

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 - x_2, \\ \varepsilon \frac{dx_2}{dt} = 5x_1 + x_2. \end{cases}$$

Преподаватель _____ /Зубова С.П./

**Пример контрольно-измерительного материала №4
по учебной дисциплине Б1.В.ОД.10 Сингулярно возмущенные дифференциальные
уравнения**

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой математического анализа
_____ Баев А.Д.
подпись, расшифровка подписи
_30.08.2017

Направление подготовки / специальность 02.04.01 Математика и компьютерные науки
шифр, наименование

Дисциплина «Сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения»

Вид аттестации

промежуточная

зачет

текущая, промежуточная

Контрольно-измерительный материал №_4

Теория:

1. Построение диаграммы Ньютона для сингулярно возмущенного дифференциального уравнения в банаховом пространстве.

Практика:

1. Определить вид асимптотического представления решения начальной задачи для уравнения

$$(\varepsilon^2 - 3\varepsilon^3)x''(t) + (1 - 3\varepsilon)x'(t) - 2x(t) = 0.$$

Преподаватель _____ /Зубова С.П./

**Пример контрольно-измерительного материала №5
по учебной дисциплине Б1.В.ОД.10 Сингулярно возмущенные дифференциальные
уравнения**

УТВЕРЖДАЮ

Направление подготовки / специальность 02.04.01 Математика и компьютерные науки

шифр, наименование

Дисциплина «Сингулярно возмущённые дифференциальные уравнения»

Вид аттестации промежуточная зачет

Контрольно-измерительный материал №_5

Теория:

1. Асимптотическое представление решения сингулярно возмущённого дифференциального уравнения в банаховом пространстве.

Практика:

1. Установить, являются ли следующие функции функциями погранслоя

$$\text{а) } \frac{\varepsilon^3}{t + \varepsilon^3}; \quad \text{б) } \frac{\varepsilon^2}{t + \varepsilon^3}.$$

Преподаватель _____ /Зубова С.П./

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины, осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах контрольных и лабораторных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков,.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.