

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
математического анализа



(подпись)

А.Д. Баев

03.07.2018

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.Б.17 Математический анализ

*Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом*

- 1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**  
10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности
- 2. Профиль подготовки/специализации:**  
Информационная безопасность финансовых и экономических структур
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** Специалист
- 4. Форма образования:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**  
Кафедра математического анализа
- 6. Составители программы:**  
Зубова Светлана Петровна, доктор физ.-мат. наук, доцент
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета, протокол №0500-07 от 03.07.2018г.  
*(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола)*
- 8. Учебный год:** 2018/2019      **Семестр(-ы):** 1, 2, 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

### *Цели изучения дисциплины:*

- подготовка студента к восприятию математического аппарата специальных дисциплин, чтению специальной литературы;
- получение базовых знаний и формирование необходимого уровня математической подготовки для понимания других математических дисциплин, изучаемых в рамках бакалавриата и магистратуры.
- формирование основных навыков по математическому анализу, необходимых для решения задач, возникающих в исследовательской и практической деятельности;
- развитие логического мышления;

### *Задачи дисциплины:*

- демонстрация на примерах математических понятий и методов сущности научного подхода, специфики математики, ее роли в развитии других наук;
- овладение студентами понятиями математического анализа;
- выработка умений анализировать полученные результаты, решать типовые задачи, приобретение навыков работы со специальной математической литературой;
- формирование умений использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Математический анализ» является базовой дисциплиной математического цикла дисциплин Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ФГОС 3+) по направлению 10.05.04 «Математика» (специалитет).

Дисциплина «Математический анализ» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса «Математика» или соответствующих математических дисциплин среднего профессионального образования, использующих соответствующие математические методы.

Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются во всех без исключения математических и естественнонаучных дисциплинах, модулях и практиках.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-5	готовность к использованию основных физико-химических, математических и иных естественнонаучных понятий и методов при решении профессиональных задач	Знать: основные термины и математического анализа, методы самоконтроля и приобретения новых навыков. Уметь: абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, изменения вида своей профессиональной деятельности.

		Владеть (иметь навык(и)): приемами применения основных математических понятий и методов решения задач математического анализа при решении профессиональных задач.
ПК-2	способность математически корректно ставить естественные задачи, знание постановок классических задач математики	Знать: основные постановки задач с помощью методов математического анализа. Уметь: корректно ставить естественные задачи. Владеть: методами математического анализа решения прикладных задач.

## 12. Структура и содержание учебной дисциплины:

### 12.1 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 576/16

Форма промежуточной аттестации зачеты, экзамены.

## 13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)				
	Всего	По семестрам			
		1 сем.	2 сем.	3 сем.	4 сем.
Аудиторные занятия	360	144	144	72	
в том числе: лекции	180	72	72	36	
практические					
лабораторные	180	72	72	36	
Самостоятельная работа	216	54	54	108	
Форма промежуточной аттестации (зачет – час./экзамен – _____ час.)					
Итого:	576	198	198	180	

### 13.1 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
01	Введение. Элементы логики	Обозначения. Основные теоремы логики.
02	Элементы теории множеств	Обозначения. Операции над множествами.
03	Множества вещественных чисел	Множество $\mathbb{R}^1$ . Свойство непрерывности вещественной прямой. Окрестность точки. Предельная точка множества, её свойство. Теорема Больцано. Мощность множества. Счётные множества, континуальные множества, их свойства. Счётность множества рациональных чисел. Континуальность множества $[0,1]$ . Ограниченность множества. Верхние и нижние границы множества. Точные верхние и нижние границы, их свойства. Теорема о существовании и единственности точных границ множества. Предельная точка множества, её свойство. Принцип Больцано.
04	Отображения, функции	Отображения, функции. Основные элементарные и элементарные функции. Гиперболические функции. Последовательность как частный случай функции.
05	Теория пределов функций и последовательностей	Предел функции. Предел функции по множеству. Односторонние пределы. Предел по Гейне. Связь между существованием предела функции и существованием предела по множествам; по Гейне, односторонних пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Теорема о представлении функции, имеющей конечный предел. Теоремы о пределах: о единственности предела; о локальной ограниченности функции, имеющей конечный предел. Свойства пределов, связанных с неравенствами, предел промежуточной функции. Предел последовательности. Арифметические свойства пределов функций и последовательностей. Ограниченность сходящейся последовательности. Подпоследовательность. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности, их свойства. Условие Коши. Критерий

		Коши существования предела последовательности. Предел монотонной последовательности. Условие Коши для функции.. Критерий Коши существования предела функции. Пределы монотонной функции. Неопределённости при нахождении пределов функций. Первый и второй замечательные пределы. Вычисление пределов с использованием компьютерных технологий.
06	Непрерывность функции	Непрерывность функции в точке, на множестве, односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация. Арифметические свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теорема Вейерштрасса. Равномерная непрерывность на множестве. Теорема Кантора. Теорема Коши о промежуточных значениях функций. Следствия. Обратные функции, их существование и непрерывность. Непрерывность основных элементарных функций и элементарных функций. Замечательные пределы. Сравнение функций.
07	Производная и дифференциал	Производная. Непрерывность функции, имеющей производную. Геометрический и физический смысл производной. Арифметические свойства производной. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производные гиперболических функций. Таблица производных. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически. Дифференциал. Связь между существованием дифференциала и производной. Арифметические свойства дифференциала. Таблица дифференциалов. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Производные высших порядков. Производные высшего порядка от суммы и произведения двух функций. Дифференциалы высшего порядка сложной функции. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка. Теоремы о дифференцируемых функциях (т.т. Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора.. Исследование функций с помощью производных: на монотонность, на экстремум, на выпуклость. Нахождение точек перегиба графика функции. Нахождение асимптот функции. Общая схема исследования функций. Построение эскиза графика функции.
08	Неопределенный интеграл	Первообразная и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов. Замена переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций: интегрирование простых дробей, метод неопределённых коэффициентов. Интегрирование иррациональных функций: подстановки Эйлера, интегрирование дифференциального бинома. Интегрирование тригонометрических функций. Неберущиеся интегралы. Вычисление интегралов с помощью компьютерных технологий.
09	Определенный интеграл Римана	Определение определённого интеграла. Ограниченность интегрируемой функции. Верхние и нижние суммы Дарбу, их свойства. Условия существования определённого интеграла. Класс интегрируемых функций, теорема Лебега.

		<p>Свойства определённого интеграла. Определённый интеграл с переменным верхним пределом, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Приложения определённого интеграла. Мера плоских множеств. Вычисление площадей плоских фигур. Нахождение длины дуги кривой. Вычисление объёма тела вращения, площади поверхности вращения. Нахождение работы силы. Вычисление массы дуги кривой. Статические моменты. Нахождение координат центра тяжести дуги кривой. Приближенное вычисление определённого интеграла. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.</p>
10	Несобственные интегралы	<p>Несобственный интеграл от неограниченной функции. Несобственный интеграл по бесконечному промежутку. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и неабсолютная сходимости несобственных интегралов. Признаки Дирихле и Абеля. Интегралы Дирихле. Использование компьютера для вычисления несобственных интегралов.</p>
11	Функции многих переменных	<p>Пространство <math>R^n</math>. Метрика. Норма элемента. Эквивалентные нормы в <math>R^n</math>. Окрестность точки. Последовательность. Предел последовательности. Эквивалентность сходимости последовательности по координатной сходимости. Свойства сходящихся последовательностей. Подпоследовательность. Принцип Больцано-Вейерштрасса для последовательностей в <math>R^n</math>. <math>f: R^n \rightarrow R^1</math>. Предел. Предел по множеству. Свойства пределов. Повторные пределы, условия их равенства. Предел по Гейне. Непрерывность <math>f: R^n \rightarrow R^1</math>. Свойства непрерывных функций. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций нескольких переменных. Равномерная непрерывность. Теоремы Вейерштрасса, Коши, Кантора. Дифференцируемость <math>f: R^n \rightarrow R^1</math> (по Фреше). Производная (Фреше). Свойства дифференциалов и производных. Частные производные <math>f: R^n \rightarrow R^1</math>. Связь между дифференцируемостью функции и существованием частных производных. Вид производной и дифференциала (Фреше). Производная по направлению. Градиент, его геометрический смысл. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциалы высшего порядка. Частные производные высшего порядка. Условия равенства смешанных производных. Формулы для вычисления дифференциалов и производных высшего порядка от сложной функции. Неинвариантность формы 2-го дифференциала. Формула Тейлора для <math>f: R^n \rightarrow R^1</math>. Экстремум функции нескольких переменных. Отображение <math>f: R^n \rightarrow R^m</math>. Предел. Непрерывность. Дифференциал и производная (Фреше). Их свойства. Их свойства. Неявные функции. Существование неявных отображений. Свойства непрерывных отображений <math>f: R^n \rightarrow R^m</math>. Свойства матриц Якоби и якобианов отображений. Отображение с не равным нулю якобианом. Принцип сохранения области. Существование обратного отображения. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.</p>

12	Числовые ряды. Бесконечные произведения. Функциональные последовательности, функциональные ряды.	Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Критерий Коши. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Абсолютно сходящиеся ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Неабсолютно сходящиеся ряды, их свойства. Теорема Римана. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признаки Дирихле, Абеля. Умножение рядов. Связь несобственных интегралов с числовыми рядами. Бесконечные произведения, их сходимость, абсолютная сходимость. Функциональные последовательности. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость предельной функции. Функциональные ряды. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость суммы функционального ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Нахождение радиуса сходимости степенного ряда. Дифференцируемость и интегрируемость суммы ряда. Аналитические функции. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора. Формулы Эйлера. Использование компьютера для разложения функции в ряд.
13	Ряды Фурье и преобразование Фурье	Ряды Фурье. Ряд Фурье по элементам ортонормированной системы. Неравенство Бесселя. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равенство Парсевалья. Тригонометрический ряд Фурье. Стремление коэффициентов Фурье к нулю. Интеграл Дирихле. Принцип локализации. Поточечная сходимость ряда Фурье. Теорема Вейерштрасса. Теорема Дирихле. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье. Частные виды рядов Фурье. Комплексная запись ряда Фурье. Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье.
14	Интегралы, зависящие от параметра	Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость, её признаки. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость несобственного интеграла, зависящего от параметра. Интегралы Эйлера, их свойства. Вычисление интегралов с помощью интегралов, зависящих от параметра.
15	Интегрирование функции нескольких переменных. Элементы теории поля.	Двойной интеграл. Условия существования. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические и механические приложения двойных интегралов. Тройной интеграл. Условия существования. Свойства. Сведение к повторному интегралу. Замена переменных в тройном интеграле. Геометрические и механические приложения тройного интеграла. n-кратный интеграл. Свойства. Сведение его к повторному. Замена переменных. Несобственные кратные интегралы. Способы задания кривых на плоскости и в пространстве. Касательная и нормаль. Криволинейный интеграл 1-го рода. Связь с римановским интегралом. Свойства криволинейного интеграла 1-го рода. Приложения. Криволинейные интегралы 2-го рода. Связь с криволинейным интегралом 1-го рода, с римановским интегралом. Формула Грина.

	Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случаи наличия особых точек. Приложения криволинейного интеграла 2-го рода. Поверхность в трёхмерном пространстве. Касательная плоскость, нормаль к поверхности. Поверхностный интеграл 1-го рода. Сведение его к римановскому интегралу. Свойства и приложения поверхностного интеграла 1-го рода. Ориентация поверхности. Односторонние и двусторонние поверхности. Поверхностные интегралы 2-го рода. Связь их с римановскими интегралами. Свойства. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Основные операции теории поля. Соленоидное поле. Потенциальное поле. Признаки полей и их физические свойства.
--	---

### 13.2 Темы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Введение. Элементы логики	2		1	2	5
02	Элементы теории множеств	2		1	4	7
03	Множества вещественных чисел	4		2	6	12
04	Отображения, функции	2		2	10	14
05	Теория пределов функций и последовательностей	8		12	10	30
06	Непрерывность функции	6		4	8	18
07	Производная и дифференциал	20		22	24	66
08	Неопределенный интеграл	8		10	12	30
09	Определенный интеграл Римана	20		20	24	64
10	Несобственные интегралы	4		4	8	16
11	Функции многих переменных	28		28	26	82
12	Ряды. Бесконечные произведения. Функциональные последовательности, функциональные ряды.	20		22	20	62
13	Ряды Фурье и преобразование Фурье	12		8	10	30
14	Интегралы, зависящие от параметра	8		8	10	26
15	Интегрирование функции нескольких переменных. Элементы теории поля.	36		36	40	112
Итого		180		180	216	576

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

##### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на лабораторных занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Математический анализ» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед лабораторным занятием обязательно повторить лекционный материал. Разобрать решенные на предыдущем лабораторном занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать их на следующем лабораторном занятии или в присутственный час преподавателю.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке, или в электронной базе.

##### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	<a href="#">Будаев, Виктор Дмитриевич</a> . Математический анализ : : учебник / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон ; В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон .— Москва : Лань, 2012 .— 544 с. : ил. ; 22 см. — Допущено Учебно-методическим объединением по направлениям педагогического образованию Министерства образования и науки РФ в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 050200 — «Физико-математическое образование». — Предм. указ.: с. 532-536 .— Имен. указ.: с. 537 .— Библиогр.: с. 531 .— ISBN 978-5-8114-1186-3 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3173">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3173</a> >.
2	<a href="#">Карташев, Алексей Павлович</a> . Математический анализ : / А. П. Карташев, Б. Л. Рождественский .— Москва : Лань, 2007 .— 447 с. : ил. ; 21 см .— (Лучшие классические учебники. Математика) (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература) .— .— ISBN 978-5-8114-0700-2 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=178">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=178</a> >.
3	Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения : / И. А. Соловьев, В. В. Шевелев, А. В. Червяков, А. Ю. Репин .— Москва : Лань, 2009 .— 319 с. : ил. ; 21 см .— (Учебники для вузов. Специальная литература) .— .— Библиогр.: с. 316. — ISBN 978-5-8114-0751-4 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=374">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=374</a> >.

б) дополнительная литература:

№	Источник
---	----------

п/п	
4	Кудрявцев Л.Д. Математический анализ / Л.Д. Кудрявцев. – М. : «Высшая школа», 1973. – Т. 1. – 614 с.
5	Кудрявцев Л.Д. Математический анализ / Л.Д. Кудрявцев. – М. : «Высшая школа», 1973. – Т. 2. – 470 с.
6	Ильин В.А. Математический анализ / В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Б.И.Сендов. – М.: Изд-во МГУ, 2004. – Часть 1. – 616 с.
7	Ильин В.А. Математический анализ / В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Б.И.Сендов. – М.: Изд-во МГУ, 2004. – Часть 2. – 357 с.
8	Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Наука, 1970. – Т.1. – 603 с.
9	Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Наука, 1970. – Т.2. – 807 с.
10	Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Физматлит, 1970. – Т.3. – 656 с.
11	Никольский С.М. Курс математического анализа /С.М.Никольский. – М.: Наука, 1990. – Т.1. – 528 с.
12	Никольский С.М. Курс математического анализа /С.М.Никольский. – М.: Наука, 1990. – Т.2. – 543 с.
13	Шилов Г.К. Математический анализ (функции одного переменного) /Г.К.Шилов. – М.:Наука, 1969. - 528 с.
14	Соболев В.И. Краткий курс математического анализа / В.И. Соболев, В.В.Покорный, В.И.Аносов. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1984. – Часть 1. – 392 с.
15	Соболев В.И. Краткий курс математического анализа / В.И. Соболев, В.В.Покорный, В.И.Аносов. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1984. – Часть 2. – 346 с.
16	Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу / Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. – М.: Физматлит, 2003. – Т.2. – 504с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
17	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http://www.lib.vsu.ru/</a> )
18	Google, Yandex, Rambler

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)**

№ п/п	Источник
1	Математический анализ-1. Метод математической индукции. Точные границы числовых множеств: учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова, О.К. Плетнева, Е.В. Раецкая – Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2007. – 18 с.
2	Пределы функций, последовательностей: пособие для студ. по спец. «Математика»010101/ Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова. – Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2003. – 15 с.
3	Математический анализ-2. Построение графиков функций: учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова, О.К. Плетнева, Е.В. Раецкая – Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2009. – 26 с.
4	Приложения кратных интегралов: учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова. – Воронеж: ЛОП ВГУ, 2006. – 23 с.
5	Нахождение пределов функций: учебно-методическое пособие / Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова. – Воронеж: ЛОП ВГУ, 2006. – 23 с.

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование аудитории для лекционных занятий: доска, мел, тряпка.
2. Типовое оборудование аудитории для лабораторных занятий: доска, мел, тряпка.

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-5. готовность к использованию основных физико-химических, математических и иных естественнонаучных понятий и методов при решении профессиональных задач	Знать: основные термины и математического анализа, методы самоконтроля и приобретения новых навыков. Уметь: абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, изменения вида своей	03 - 15	КИМ (Контрольные работы) КИМ (экзамены)

	<p>профессиональной деятельности.  Владеть (иметь навык(и)): приемами применения основных математических понятий и методов решения задач математического анализа при решении профессиональных задач.</p>		
<p>ПК-2. Способность математически корректно ставить естественные задачи, знание постановок классических задач математики  готовность использовать фундаментальные знания в области дифференциальных уравнений, в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>Знать: основные постановки задач с помощью методов математического анализа.  Уметь: корректно ставить естественные задачи.  Владеть: методами математического анализа решения прикладных задач.</p>	07 - 15	<p>КИМ (Контрольные работы)  КИМ (экзамены)</p>
<b>Промежуточные аттестации</b>			<b>КИМ(экзамены)</b>

**19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации**

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<p>Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала, обнаруживает пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка</p>	-	<b>«Неудовлетворительно»</b>

<p>"неудовлетворительно" ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.</p>		
<p>Обучающийся владеет знаниями основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "удовлетворительно" выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент знает все определения по контрольно-измерительному материалу и может решить хотя бы один практический пример</p>	<p>Пороговый</p>	<p><b>"Удовлетворительно"</b></p>
<p>Обучающийся полностью владеет знаниями учебно-программного материала, успешно выполняет предусмотренные в программе задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной</p>	<p>Достаточный</p>	<p><b>"Хорошо"</b></p>

<p>деятельности. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно и в полном объеме ответил на все теоретические вопросы билета, но не допустил погрешности в практических примерах</p>		
<p>Оценка «отлично» выставляется обучающимся, обнаружившим всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. Оценка «отлично» выставляется, если студент в полном объеме и правильно ответил на все вопросы контрольно-измерительного материала (как на теоретическую, так и на практическую части)</p>	<p>Повышенный</p>	<p><b>"Отлично"</b></p>
<p><b>«Зачтено»</b> выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое</p>	<p>Достаточный</p>	<p><b>«зачтено»</b></p>

<p>задание.</p> <p>Обязательным условием выставленной оценки является правильное решение предложенных примеров (60%)</p> <p>Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.</p>		
<p>«Не зачтено» Выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.</p>	-	«Не зачтено»

**19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**19.3.1 Перечень вопросов к экзаменам:**

**01. Элементы логики.**

**02. Элементы теории множеств.**

**03. Множество вещественных чисел**

1. Множество  $R$ . Аксиомы Архимеда, Кантора. Теорема о вложенных отрезках.

2. Окрестность точки, предельная точка множества, её свойство. Теорема Больцано.

3. Ограниченность множества в  $R$ . Верхние и нижние границы множества, их свойства. Теорема о существовании точных границ множества.

4. Мощность множества. Счетные множества, континуальные множества. их свойства.

**04. Отображения. Функции.**

1. Классификация функций. Последовательность.

**05. Теория пределов функций и последовательностей**

1. Предел функции. Предел последовательности.

2. Предел функции по множеству. Односторонние пределы. Предел по Гейне.

3. Связь между существованием предела функции и существованием предела по множествам, по Гейне, односторонних пределов.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.
5. Теорема о представлении функции, имеющей конечный предел.
6. Теоремы о пределах: о единственности предела; о пределе постоянной; о переходе к пределу в равенствах; о локальной ограниченности функции, имеющей конечный предел и ограниченности сходящейся последовательности; о свойствах пределов, связанных с неравенствами; об арифметических свойствах пределов; о пределе промежуточной функции.
7. Подпоследовательность, частичный предел, верхний и нижний пределы последовательности. Принцип Больцано - Вейерштрасса.
8. Условия Коши для функции, для последовательности. Критерии Коши существования предела функции, предела последовательности.
9. О пределах монотонных функций, монотонных последовательностей.
10. Первый замечательный предел.
11. Второй замечательный предел.

#### **06. Непрерывность функции**

1. Непрерывность функции в точке, на множестве, односторонняя непрерывность.
2. Точки разрыва, их классификация.
3. Арифметические свойства непрерывных функций.
4. Непрерывность сложной функции.
5. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.
6. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теорема Вейерштрасса, теорема Коши о промежуточных значениях, теорема Кантора).
7. Обратные функции, их существование и непрерывность.
8. Непрерывность основных элементарных функций и элементарных функций.
9. Замечательные пределы.
10. Сравнение функций.

#### **07. Производная и дифференциал**

1. Производная функции.
2. Непрерывность функции, имеющей производную.
3. Геометрический и физический смысл производной.
4. Арифметические свойства производной.
5. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производные гиперболических функций. Таблица производных.
6. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически.
7. Дифференциал. Связь между существованием дифференциала и производной.
8. Арифметические свойства дифференциала.
9. Таблица дифференциалов.
10. Геометрический смысл дифференциала.

11. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала.
12. Производные высших порядков. Производные высшего порядка от суммы и произведения двух функций.
13. Дифференциалы высшего порядка. Дифференциалы высшего порядка от сложной функции. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.
14. Теоремы о дифференцируемых функциях (т. Ферма, Роля, Лагранжа, Коши).
15. Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей.
16. Формула Тейлора.
17. Исследование функции с помощью производных: на монотонность; на экстремум; на выпуклость. Нахождение точек перегиба графика функции.
18. Нахождение асимптот функции.
19. Общая схема исследования функции и построение эскиза графика функции.

### **08. Неопределённый интеграл**

1. Первообразная и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла.
2. Таблица интегралов.
3. Замена переменной.
4. Интегрирование по частям.
5. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простых дробей. Метод неопределённых коэффициентов. Метод Остроградского.
6. Интегрирование иррациональных функций

$$\int R \left[ x, \left( \frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{m_1}{n_1}}, \dots, \left( \frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{m_k}{n_k}} \right] dx$$

$$\int R \left[ x, \sqrt{ax^2 + bx + c} \right] dx$$

подстановки Эйлера;

7. Интегрирование тригонометрических функций:

$$\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx;$$

$$\int \sin ax \cdot \cos bxdx \quad \text{и др.};$$

$$\int R(\sin^2 x, \cos^2 x) dx.$$

$$\int R(\sin x, \cos x) dx.$$

8. Неберущиеся интегралы.

### **09. Определённый интеграл**

1. Определение. Примеры вычисления.
2. Ограниченность интегрируемой функции.

- 3.Верхние и нижние суммы Дарбу. Их свойства.
- 4.Условия существования определенного интеграла.
- 5.Класс интегрируемых функций.
- 6.Свойства определенного интеграла.
- 7.Определенный интеграл с переменным верхним пределом.Его свойства.
- 8.Формула Ньютона-Лейбница.
- 9.Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Приложения определенного интеграла.

- 10.Мера плоских множеств. Свойства меры.
  - 11.Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах.
  - 12.Длина дуги. Нахождение длины дуги в декартовых, полярных координатах, в случае параметрического задания кривой.
  - 13.Объем тела вращения.
  - 14.Площадь поверхности вращения.
  - 15.Работа силы.
  - 16.Вычисление массы дуги кривой.
  - 17.Статические моменты.
  - 18.Нахождение координат центра тяжести дуги кривой.
- Приближенное вычисление определенного интеграла.

19.Формула прямоугольников.

20.Формула трапеций.

21. Формула Симпсона.

### **10. Несобственные интегралы**

- 1.Несобственные интегралы по бесконечному промежутку.
- 2.Несобственные интегралы от неограниченной функции
- 3.Признаки сходимости несобственных интегралов.
- 4.Абсолютная и неабсолютная сходимость несобственных интегралов.
- 5.Интегралы Дирихле.

### **11. Функции многих переменных**

- 1.Пространство  $R^n$ . Метрика. Норма. Окрестность.
- 2.Последовательность. Предел последовательности. Эквивалентность сходимости последовательности и по координатной сходимости.Свойства сходящихся последовательностей. Принцип Больцано- Вейерштрасса.
3.  $f : R^n \rightarrow R^1$ . Предел  $f : R^n \rightarrow R^1$ . Предел по множеству. Свойства пределов. Предел суперпозиции функций. Повторные пределы, условия их равенства. Предел по Гейне.
- 4.Непрерывность  $f : R^n \rightarrow R^1$ . Свойства непрерывных функций. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций нескольких переменных. Равномерная непрерывность. Теоремы Вейерштрасса, Коши, Кантора.
- 5.Дифференцируемость функции ( по Фреше ). Производная ( Фреше ). Свойства дифференциалов и производных.

6. Частные производные функции нескольких переменных. Связь между дифференцируемостью функции нескольких переменных и существованием частных производных. Вид производной и дифференциала Фреше.
8. Дифференциал Гато, производная Гато. Связь между дифференцируемостью по Фреше и дифференцируемостью по Гато.
9. Дифференциал (Фреше) сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
10. Дифференциалы (Фреше) высшего порядка. Частные производные высшего порядка. Условия равенства смешанных производных. Формулы для вычисления дифференциалов и производных высшего порядка от сложных функций. Неинвариантность формы второго дифференциала.
11. Формула Тейлора для  $f: R^n \rightarrow R^1$ .
12. Экстремум функции нескольких переменных.
13. Теоремы о существовании неявных отображений  $f: R^1 \rightarrow R^1, f: R^n \rightarrow R^1, f: R^n \rightarrow R^n$ .
14. Предел  $f: R^n \rightarrow R^n$ . Непрерывность. Равномерная непрерывность.
15. Свойства непрерывных отображений. Теоремы Вейерштрасса, Кантора.
16. Дифференцируемость по Фреше.
17. Частные производные. Связь между существованием производной Фреше и частных производных.
18. Свойства матриц Якоби и якобианов отображений. Отображение с не равным нулю якобианом. Принцип сохранения области.
19. Условный экстремум.

## **12. Числовые ряды**

1. Определения. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Критерий Коши.
2. Признаки сходимости знакоположительных рядов ( признак сравнения 1, признак сравнения 2, Даламбера, Коши, интегральный). Знакопередающиеся ряды, признак Лейбница.
4. Абсолютно и не абсолютно сходящиеся ряды. Свойства не абсолютно сходящихся рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
5. Признаки Дирихле, Абеля.
6. Ряды Дирихле.

## **12. Бесконечные произведения**

1. Необходимый признак сходимости. Связь с рядами. Абсолютная сходимость.

## **12. Функциональные последовательности**

1. Определения. Сходимость поточечная. Сходимость равномерная. Признаки равномерной сходимости.
2. Непрерывность предельной функции. Интегрируемость и дифференцируемость предельной функции.

## **12. Функциональные ряды**

1. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости.
2. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость суммы

функционального ряда.

3. Теорема Абеля для степенных рядов. Нахождение радиуса сходимости степенного ряда.

4. Дифференцируемость и интегрируемость суммы степенного ряда.

5. Аналитические функции.

6. Разложение функций в ряд Тейлора.

7. Формулы Эйлера.

### **13. Ряды Фурье и преобразование Фурье**

1. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье по элементам ортонормированной системы.

2. Неравенство Бесселя. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равенство Парсеваля.

3. Тригонометрический ряд Фурье. Стремление коэффициентов Фурье к нулю.

4. Интеграл Дирихле. Принцип локализации. Поточечная сходимость рядов Фурье.

5. Теорема Стоуна-Вейерштрасса.

6. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье.

7. Теорема Дирихле.

8. Частные виды рядов Фурье.

9. Комплексная запись ряда Фурье.

10. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.

### **14. Интегралы, зависящие от параметра**

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.

2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость, её признаки.

3. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость несобственного интеграла, зависящего от параметра.

4. Интегралы Эйлера, их свойства.

5. Вычисление интегралов с помощью интегралов, зависящих от параметра.

### **15. Интегрирование функций нескольких переменных**

1. Двойной интеграл. Определение.

2. Условия существования. Свойства.

3. Сведение двойного интеграла к повторному.

4. Замена переменных в двойном интеграле.

5. Приложения геометрические и механические.

6. Тройной интеграл. Определение.

7. Условия существования тройного интеграла. Свойства.

8. Сведение тройного интеграла к повторному.

9. Замена переменных в тройном интеграле.

10. Приложения тройного интеграла.

11.  $n$ -кратный интеграл. Определение. Свойства. Сведение к повторному. Замена переменных.

12. Несобственный интеграл по неограниченной области.
13. Несобственный интеграл от неограниченной функции.
14. Криволинейный интеграл 1 рода. Определение. Связь с римановским интегралом. Свойства. Приложения.
15. Криволинейный интеграл 11 рода. Определения. Связь с римановским интегралом. Связь с криволинейным интегралом 1 рода. Свойства.
16. Формула Грина.
17. Условия независимости криволинейного интеграла 11 рода от пути интегрирования.
18. Случаи наличия особых точек.
19. Нахождение площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла 11 рода.
20. Геометрический смысл знака якобиана преобразования.
21. Элементы теории поверхностей
22. Поверхностный интеграл 1 рода. Определение. Связь с двойным интегралом. Свойства. Приложения.
23. Поверхностные интегралы 11 рода. Определения. Связь с двойными интегралами. Связь с поверхностными интегралами 1 рода. Свойства.
24. Формула Остроградского- Гаусса.
25. Формула Стокса.

### **15. Векторное поле.**

1. Поток векторного поля через поверхность.
2. Циркуляция векторного поля вдоль контура.
3. Формулы Остроградского- Гаусса и Стокса в векторной форме.
4. Потенциальное поле.
5. Соленоидальное поле.

## Контрольная работа №1

### Вариант 1.

1. Сформулировать и изобразить:  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{\cos x}{x}} = ?$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\sin x} = ?$

4. Найти производную третьего порядка функции  $y = x^2 e^{3x}$ .

### Вариант 2.

1. Сформулировать и изобразить:  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2} = ?$

3.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg} x} = ?$

4. Найти три члена разложения функции  $y = \sqrt{x}$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $x = 2$ .

## Контрольная работа №2

### Вариант 1.

1. Исследовать на экстремум функцию  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ .

2.  $\int x^3 (1 - 5x^2)^{10} dx = ?$

3.  $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx = ?$

### Вариант 2.

1. Исследовать на экстремум функцию  $f(x) = 2x^3 + x^2 + 6$ .

2.  $\int \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} dx = ?$

3.  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$

## Комплект КИМ №1

Б ВГУ 038.824-2013  
УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой математического анализа



Баев А.Д.

подпись, расшифровка подписи

30.08.2017

Направление подготовки / специальность\_10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

Дисциплина \_\_\_ «Математический анализ» \_\_\_

Вид аттестации

промежуточная

экзамен

текущая, промежуточная

### Контрольно-измерительный материал № 1

#### Теория:

1. Доказать свойство предельной точки множества.
2. Доказать теорему Вейерштрасса.
3. Нахождение точек перегиба графика функции.

#### Практика:

1. Найти  $\sup$ ,  $\inf$ ,  $\overline{\lim}$ ,  $\underline{\lim}$  последовательности

$$a_n = \frac{n^2}{1+n^2} \cos \frac{2n\pi}{3}.$$

2. Сформулировать и изобразить

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty.$$

3. Вычислить:  $\int (1+x)e^{-x} dx$ .

Преподаватель \_\_\_\_\_ / проф. Зубова С.П. /

## Комплект КИМ №1

Б ВГУ 038.824-2013  
УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой математического анализа



Баев А.Д.

подпись, расшифровка подписи  
\_30.08.2017

Направление подготовки / специальность\_10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

Дисциплина\_\_\_ «Математический анализ»\_\_\_

Вид аттестации

промежуточная

экзамен

*текущая, промежуточная*

## Контрольно-измерительный материал № 2

### Теория:

1. Вывести первый замечательный предел.
2. Доказать теорему Коши о промежуточных значениях функции.
3. Геометрический смысл дифференциала.

### Практика:

1.  $f(x)$  - разрывная функция.  $f^2(x)$  - разрывная функция?
2.  $d(\sin x)^x = ?$
3. Вычислить:  $\int \frac{2 - \ln x}{x} dx$ .

Преподаватель \_\_\_\_\_ / проф. Зубова С.П. /

## Комплект КИМ №1

Б ВГУ 038.824-2013

УТВЕРЖДАЮ

заведующий кафедрой математического анализа



Баев А.Д.

*подпись, расшифровка подписи*

30.08.2017

Направление подготовки / специальность\_10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

Дисциплина\_\_\_ «Математический анализ»\_\_\_

Вид аттестации

промежуточная

экзамен

*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 3

#### Теория:

1. Доказать теорему о пределах монотонной последовательности.
2. Вывести третий замечательный предел.
3. Исследование функции на экстремум по второй производной.

#### Практика:

1. Неограниченная в любой окрестности т.  $x_0$  функция является ли бесконечно большой?
2.  $(1+x)^n = 1+nx + o(x)$  при  $x \rightarrow 0$  ?
3. Вычислить:  $\int \frac{x+2}{x^2-1} dx$ .

Преподаватель \_\_\_\_\_ / проф. Зубова С.П. /

## Комплект КИМ №1

Б ВГУ 038.824-2013  
УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой математического анализа



Баев А.Д.

*подпись, расшифровка подписи*

30.08.2017

Направление подготовки / специальность 10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности  
Дисциплина «Математический анализ»

Вид аттестации

промежуточная

экзамен

*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 4

#### Теория:

1. Доказать свойства пределов, связанные знаком неравенства.
2. Вывести пятый замечательный предел.
3. Остаточные члены формулы Тейлора.

#### Практика:

1. Сформулировать и изобразить:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$$

2.  $f(x)$  - непрерывная функция.  $|f(x)|$  - непрерывная функция ?

3. Вычислить:  $\int \frac{x}{\sqrt{2+x}} dx$ .

Преподаватель \_\_\_\_\_ / проф. Зубова С.П. /

## Контрольная работа №3

### Вариант 1.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:

$$y = \frac{1}{1+x^2} \quad \text{и} \quad y = \frac{x^2}{2}.$$

2. Дать определение интеграла  $\int_{-\infty}^{10} \frac{\ln|x|dx}{x-1}$ .

3. Найти частные производные функции  $f(x, y) = \sin \frac{x}{y}$ . Вычислить их значение в точке  $(0; 1)$ .

4. Исследовать функцию  $f = x^2 - 2xy + 4y^2 + 6z^2 + 6yz - 6z$  на экстремум.

### Вариант 2.

1. Найти длину дуги параболы  $y = 2x^2$  от её вершины до точки  $(1, 2)$ .

2. При каких  $p$  сходится интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^p}$ ?

3. Найти частные производные функции  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 3y}$ . Вычислить их значение в точке  $(1; 2)$ .

4. Исследовать на экстремум функцию  $f = xy^2$  при  $x + y^2 = 1$ .

## Контрольная работа №4

### Вариант 1.

1. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{2n}$ .
2. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n \cdot (n+1)} \cdot (x-1)^n$ .
3. Разложить в ряд Фурье с периодом  $2\pi$ , заданную на отрезке  $[-\pi, \pi]$ , функцию  $f(x) = 3x - 1$ .

### Вариант 2.

1. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ .
2. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^n (x-1)^n}$ .
3. Разложить периодическую функцию  $y = \operatorname{sign}\left(\cos \frac{x}{2}\right)$  в ряд Фурье.

## Комплект КИМ №2

Б ВГУ 038.824-2013  
УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой математического анализа

 Баев А.Д.  
подпись, расшифровка подписи  
\_30.08.2017

Направление подготовки / специальность \_10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности  
Дисциплина \_\_\_ «Математический анализ» \_\_\_

Вид аттестации

промежуточная

экзамен

*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 1

#### Теория:

1. Вычисление площади плоской фигуры, заданной в полярных координатах.
2. Принцип Больцано – Вейерштрасса для последовательностей в  $R^n$ .
3. Теорема Дирихле о сходимости ряда Фурье.

#### Практика:

1. Найти площадь фигуры, ограниченной осью ординат и линиями  $y = \operatorname{tg}x$  и  $y = \frac{2}{3}\cos x$ .
2. Дать определение интеграла  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x-1}$ .
3. Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию  $y = \cos(x-1)$ .
4. Разложить в ряд Фурье функцию  $y = |x|$  на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

Преподаватель \_\_\_\_\_ / проф. Зубова С.П. /

## Комплект КИМ №2

Б ВГУ 038.824-2013  
УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой математического анализа

 Баев А.Д.  
подпись, расшифровка подписи  
\_30.08.2017

Направление подготовки / специальность \_10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

Дисциплина \_\_\_ «Математический анализ» \_\_\_

Вид аттестации

промежуточная

экзамен

*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 2

#### Теория:

1. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом.
2. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов.
3. Предел  $f : R^n \rightarrow R^1$ . Предел по множеству, по направлению. Примеры.

#### Практика:

1. Найти длину дуги параболы  $y = 2x^2$  от её вершины до точки (1,2).
2. Является ли функция  $F(x) = \int_{-x}^x \frac{e^t}{t} dt$  дифференцируемой при  $x > 0$  ?
3. Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию  $y = \sin(x+1)$ .
4. Разложить в ряд Фурье функцию  $y = \text{sign } x$  на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

Преподаватель \_\_\_\_\_ / проф. Зубова С.П. /

## Комплект КИМ №2

Б ВГУ 038.824-2013  
УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой математического анализа

\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_  
Баев А.Д.  
подпись, расшифровка подписи  
\_30.08.2017

Направление подготовки / специальность\_10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

Дисциплина\_\_\_ «Математический анализ»\_\_\_

Вид аттестации

промежуточная

экзамен

*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 3

#### Теория:

1. Формула для вычисления производной (по Фреше)  $f : R^n \rightarrow R^1$ .
2. Теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда.
3. Разложение функций  $e^x$  и  $\cos x$  в степенной ряд.

#### Практика:

1.  $\frac{d}{dt} \int_t^{t+1} \frac{\sin x dx}{x} = ? \quad (x > 1)$ .

2. При каких  $a$  сходится интеграл  $\int_0^2 \frac{dx}{(2-x)^a}$  ?

3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$ .

4. Разложить в ряд Фурье функцию  $y = \text{sign}(x^3)$  на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

Преподаватель \_\_\_\_\_ / проф. Зубова С.П. /

## Комплект КИМ №2

Б ВГУ 038.824-2013

УТВЕРЖДАЮ

заведующий кафедрой математического анализа

\_\_\_\_\_ 

\_\_\_\_\_ Баев А.Д.

расшифровка подписи

\_\_\_\_\_30.08.2017

Направление подготовки / специальность\_10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

Дисциплина\_\_\_\_\_ «Математический анализ»\_\_\_\_\_

Вид аттестации

\_\_\_\_\_ промежуточная

\_\_\_\_\_ экзамен

текущая, промежуточная

### Контрольно-измерительный материал № 4

#### Теория:

1. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
2. Вычисление массы дуги кривой.
3. Формула Тейлора для  $f : R^n \rightarrow R^1$ .

#### Практика:

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:

$$y = \frac{1}{1+x^2} \text{ и } y = \frac{x^2}{2}.$$

2. Дать определение интеграла  $\int_{-\infty}^{10} \frac{\ln|x|dx}{x-1}$ .

3. Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию  $y = e^{2x}$ .

4. Разложить в ряд Фурье функцию  $y = \text{sign}(x^5)$  на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

Преподаватель\_\_\_\_\_ / проф. Зубова С.П. /

## Контрольная работа №5

### Вариант 1.

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2Rz, \quad x^2 + y^2 = z^2.$$

2.  $l$  — периметр четырёхугольника ABCD,

$$A(1,0), B(3,0), D(1,-1), C(4,-3), \quad \int_l xy ds = ?$$

3. Найти площадь части поверхности  $z^2 = x^2 + y^2$ , вырезанной цилиндром

$$z^2 = 2y.$$

### Вариант 2.

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + z^2 = 1, \quad x = 1, \quad x = -1, \quad y = 1, \quad y = -1.$$

$$2. \quad l: x^2 + y^2 = x + y; \quad \int_l x^2 dx - y^2 dy = ?$$

3. Вычислить  $\iint_S (x + y)z dx dy$  по нижней стороне поверхности

$$S: \quad z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}.$$

## Контрольная работа №6

### Вариант 1.

1. Вычислить  $\operatorname{div} \overline{\operatorname{rot} \bar{F}}$ , где  $\bar{F} = (x, y, z)$ .

2. Найти циркуляцию поля  $\bar{F} = (-y, x, 2)$

вдоль линии  $x^2 + y^2 = 1, z = 0$ .

3. Найти работу поля  $\bar{F} = \left(\frac{2}{(y+z)}, -\frac{x}{(y+z)}, -\frac{x}{(y+z)}\right)$

вдоль дуги MN : M(1,1,3), N(2,4,5).

### Вариант 2.

1. Найти поток поля  $\bar{F} = (x, y, z)$

через поверхность  $x^2 + y^2 = R^2, 0 \leq z \leq H$ .

2. Найти циркуляцию поля

$\bar{F} = (x, y, z)$

вдоль линии  $x^2 + y^2 + z = 1, x^2 + y^2 = 1$ .

3. Найти работу поля  $\bar{F} = \left(\frac{1}{(x+z)}, -\frac{y}{(x+z)}, -\frac{2y}{(x+z)}\right)$

вдоль дуги AB : A(0,1,3), B(2,4,0).



Баев А.Д.

подпись, расшифровка подписи

30.08.2017

Направление подготовки / специальность\_10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

Дисциплина\_\_\_ «Математический анализ»\_\_\_

Вид аттестации

промежуточная

экзамен

*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 1

#### Теория:

1. Дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра.
2. Сведение двойного интеграла к повторному.
3. Циркуляция векторного поля вдоль замкнутого контура.

#### Практика:

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$y = 0, z = 0, 3x + y = 6, 3x + 2y = 12, x + y + z = 6.$$

2.

$$\iiint_V x \, dV = ? \quad V\text{- тело, ограниченное поверхностями}$$

$$z = 0, y = 1, y = 2x, y = 6x, z = x^2 + y^2.$$

3. Найти поток поля  $\vec{F} = (x, y, z)$

через поверхность  $x^2 + y^2 = R^2, 0 \leq z \leq H.$

Преподаватель \_\_\_\_\_ / проф. Зубова С.П. /

## Комплект КИМ №3

Б ВГУ 038.824-2013  
УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой математического анализа



Баев А.Д.

подпись, расшифровка подписи

30.08.2017

Направление подготовки / специальность\_10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

Дисциплина\_\_\_ «Математический анализ»\_\_\_

Вид аттестации

промежуточная

экзамен

*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 2

#### Теория:

1. Непрерывность собственного интеграла, зависящего от параметра.
2. Определение тройного интеграла.
3. Соленоидальное поле.

#### Практика:

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$y = \sqrt{x}, \quad y = 2\sqrt{x}, \quad z = 0, \quad x + z = 6.$$

2.  $\iiint_V y dV = ?$       V- тело, ограниченное поверхностями

$$2z = x^2, \quad z = 0, \quad y = 0, \quad y = 6x, \quad 3x + 2y = 12.$$

3. Доказать:

$$\operatorname{div}(f \cdot \bar{a}) = \overline{\operatorname{grad} f, \bar{a}} + f \cdot \operatorname{div} \bar{a},$$

где  $f = f(x, y, z), \quad \bar{a} = (a_x, a_y, a_z).$

Преподаватель \_\_\_\_\_ / проф. Зубова С.П. /

Направление подготовки / специальность\_10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности  
Дисциплина\_\_\_ «Математический анализ»\_\_\_

Вид аттестации

промежуточная

экзамен

*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 3

#### Теория:

1. Равномерная сходимость несобственного интеграла, зависящего от параметра.
2. Определение двойного интеграла.
3. Потенциальное поле.

#### Практика:

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$z = x^2 + y^2, \quad x + y = 1, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

2.  $\iiint_V (x + y) dV = ?$   $V$ - тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 = 4z, \quad x^2 + y^2 = 2x, \quad z = 0.$$

3. Доказать:

$$\overline{\operatorname{rot}}(\overline{r}, f) = f \cdot \overline{\operatorname{rot}} \overline{r} + \left[ \overline{\operatorname{grad}} f \times \overline{r} \right],$$

$$\text{где } f = f(x, y, z), \quad \overline{r} = (r_x, r_y, r_z).$$

## Комплект КИМ №3

Б ВГУ 038.824-2013  
УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой математического анализа



Баев А.Д.

подпись, расшифровка подписи

30.08.2017

Направление подготовки / специальность 10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

Дисциплина «Математический анализ»

Вид аттестации

промежуточная

экзамен

*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 4

#### Теория:

1. Признаки равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра.
2. Замена переменных в двойном интеграле.
3. Вихрь поля.

#### Практика:

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$z = x^2 + y^2, \quad z = 0, \quad y = 1, \quad y = 2x, \quad y = 6 - x.$$

2.  $\iiint_V z dV = ?$   $V$ - тело, ограниченное поверхностями

$$z = x^2 + y^2, \quad z = 0, \quad y = 1, \quad y = 2x, \quad y = 6 - x.$$

3. Найти циркуляцию поля  $\vec{F} = (-y, x, 0)$

вдоль линии  $(x - 2)^2 + y^2 = 2.$

Преподаватель \_\_\_\_\_ / проф. Зубова С.П. /