

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
функционального анализа
и операторных уравнений

 Каменский М.И.
подпись, расшифровка подписи
26.06.2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ОД.7 Основы функционального анализа

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности: 01.03.04

прикладная математика

2. Профиль подготовки / специализации: применение математических методов к решению инженерных и экономических задач

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма образования: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: функционального анализа и операторных уравнений

6. Исполнители программы: Бондарев Андрей Сергеевич, преподаватель, Сапронова Татьяна Юрьевна, к.ф.-м.н, доцент, математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений

7. Рекомендована: НМС математического факультета, протокол №0500–07 от 03.07.2018

8. Учебный год: 2018–2019

Семестр(ы): четвертый, пятый

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель курса: ознакомление студентов с основными понятиями, теоремами и методами теории функциональных пространств и теории линейных операторов.
 Задачи курса: изучение метрических пространств, линейных нормированных пространств, пространств со скалярным произведением, теории линейных операторов и применение изученных теоретических фактов при решении задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к математическому и естественнонаучному циклу и является обязательной дисциплиной данного цикла.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Основы функционального анализа»: математический анализ, линейная алгебра.

Дисциплина «Основы функционального анализа» является необходимой для усвоения всех математических курсов, ибо терминология функционального анализа является языком современной математики.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	готовность самостоятельной работе	к знать: основные понятия и определения функционального анализа уметь: доказывать основные теоремы функционального анализа, решать задачи по функциональному анализу владеть: основной терминологией функционального анализа, способность применять знания по функциональному анализу к решению теоретических и прикладных задач
		знать: современные математические методы и современные прикладные программные средства, использующиеся в решении задач функционального анализа уметь: выбрать метод и программное обеспечение для решения конкретной задачи владеть: навыками решения задач по функциональному анализу с помощью современных прикладных программных средств

ПК-9	ПК-9 – способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	<p>знать: основные способы постановки задач, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций</p> <p>уметь: решать задачи теоретического и прикладного характера в рамках курса</p> <p>владеть: пониманием основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с функциональных анализом</p>
ПК-10	готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способность применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных	<p>знать: основные теоремы и понятия функционального анализа</p> <p>уметь: использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач</p> <p>владеть: навыками решения теоретических и прикладных задач</p>
ПК-12	способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук.	<p>знать: основные средства поиска необходимой информации и способы ее качественного и быстрого освоения</p> <p>уметь: самостоятельно осваивать понятия и факты функционального анализа</p> <p>владеть: навыками практического использования самостоятельно полученных знаний</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 6/216

Форма промежуточной аттестации: зачет, экзамен.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)			
	Всего	В том числе интерактивные часы	По семестрам	
			Семестр 4	Семестр 5
Аудиторные занятия	104		68	36
в том числе: лекции	52		34	18
практические	0			

лабораторные	52		34	18
Самостоятельная работа	76		40	36
Контроль	36			36
Итого:	216		108	108
Форма промежуточной аттестации	Контрольные работы (три)		Контрольные работы (две), зачёт	Контрольные работы (одна), экзамен

13.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1.	Метрические пространства	Метрика, сходимости, полнота, открытые и замкнутые множества, сепарабельность пространств, свойство компактности и вполне ограниченности множеств.
2.	Линейные нормированные пространства	Линейные пространства, норма, ряды в нормированных пространствах, эквивалентные нормы.
3.	Пространства со скалярным произведением	Скалярное произведение, свойство ортогональности, ряды Фурье.
4.	Теория операторов	Линейные ограниченные операторы и функционалы. Норма оператора. Обратимые операторы. Теорема Банаха о непрерывной обратимости оператора. Продолжение линейного ограниченного функционала (теорема Хана – Банаха). Вполне непрерывные операторы.

13.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Контроль	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Метрические пространства	16		16	16	48
2.	Линейные нормированные пространства	12		12	12	36
3.	Пространства со скалярным произведением	8	16	8	8	40
4.	Теория операторов	16	20	16	40	92
Итого:		52	36	52	76	216

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Преподавание дисциплины заключается в чтении лекций и проведении лабораторных занятий. На лекциях рассказывается теоретический материал, на лабораторных занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях. При изучении курса «Основы функционального анализа» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения обучающимся рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем,

разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед лабораторным занятием обязательно повторить лекционный материал.

После лабораторного занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникают вопросы, обязательно задать на следующем лабораторном занятии или в присутствующий час преподавателю.

3. При подготовке к лабораторным занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить лабораторные задачи.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа : [учебник] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— Изд. 7-е .— М. : Физматлит, 2006 .— 570 с.
2.	Треногин В.А. Функциональный анализ : учебник для студ., обуч. по специальностям «Математика» и «Прикладная математика» / В. А. Треногин .— Изд. 4-е, испр. — М. : Физматлит, 2007 .— 488 с. : ил. — Библиогр.: с. 482-483 .

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	Рисс Ф. Лекции по функциональному анализу / Ф. Рисс, Б. Секефальви-Надь. — М.: Мир, 1979. — 589 с.
4.	Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. — М.: Высшая школа, 1982. — 271 с.
5.	Антоневич А.Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения / А.Б. Антоневич, Я.В. Радыно. — Минск: БГУ. — 2003. — 430 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	Учебные пособия В.В. Смагина по функциональному анализу: https://vk.com/func_an

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Сборник заданий для лабораторных работ по курсу "Функциональный анализ и интегральные уравнения": Для студ. 2 и 4 к. мат. фак. всех форм обучения / Вор. гос. ун-т., каф. функ. анализа и оператор. уравнений; сост. В. В. Смагин.— Воронеж, 2001.— 27 с. https://vk.com/func_an
2.	Треногин В.А. Функциональный анализ : учебник для студ., обуч. по специальностям "Математика" и "Прикладная математика" / В. А. Треногин .— Изд. 4-е, испр. — М. : Физматлит, 2007 .— 488 с. : ил. — Библиогр.: с. 482-483 .
3.	Линейные операторы и функционалы : пособие для студентов по специальности 010101 (010100) - Математика / Воронеж. гос. ун-т, Каф. функционал. анализа; сост. А.О. Рыченков .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 27с.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Лекция с применением современных компьютерных технологий (лекция-презентация).

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, аудитории для лабораторных, компьютер, мультимедийный проектор, доска (мел, маркеры).

19. Фонд оценочных средств

19.1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС (средства оценивания)
ОПК-1 готовность к самостоятельной работе	Знать: основные понятия и определения функционального анализа	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Устный опрос, практико-ориентированные задания
	уметь: доказывать основные теоремы функционального анализа, решать задачи по функциональному анализу	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Контрольная работа №1, контрольная работа №2, контрольная работа №3, практико-ориентированные задания
	владеть: основной терминологией функционального анализа, способность применять знания по функциональному анализу к решению теоретических и прикладных задач	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Контрольная работа №1, контрольная работа №2, контрольная работа №3, практико-ориентированные задания
ОПК-2 способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования	знать: современные математические методы и современные прикладные программные средства функционального анализа	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Практико-ориентированные задания
	Уметь: выбрать метод и программное обеспечение для решения конкретной задачи	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Практико-ориентированные задания
	Владеть: навыками решения задач по функциональному анализу с помощью современных прикладных программных средств	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Практико-ориентированные задания
ПК-9 способность	Знать: основные способы	Разделы 1–4.	Устный опрос,

выявлять естественную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовность использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	постановки задач, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций	Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	практико-ориентированные задания
	Уметь: решать задачи теоретического и прикладного характера в рамках курса	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Контрольная работа №1, контрольная работа №2, контрольная работа №3, практико-ориентированные задания
	Владеть: пониманием основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с функциональным анализом		Устный опрос, практико-ориентированные задания
ПК-10 готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способность применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных	Знать: основные теоретические основы функционального анализа	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Устный опрос, практико-ориентированные задания
	Уметь: использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Контрольная работа №1, контрольная работа №2, контрольная работа №3, практико-ориентированные задания
	Владеть: навыками решения практических задач	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Контрольная работа №1, контрольная работа №2, контрольная работа №3, практико-ориентированные задания
ПК-12 способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук.	знать: основные средства поиска необходимой информации и способы ее качественного и быстрого освоения	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Практико-ориентированные задания, устный опрос
	уметь: самостоятельно осваивать понятия и факты функционального анализа	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Практико-ориентированные задания
	владеть: навыками практического использования самостоятельно полученных знаний	Разделы 1–4. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Пространства со скалярным произведением. Теория операторов.	Практико-ориентированные задания
Промежуточная аттестация			зачет, экзамен

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности	Шкала оценок
---------------------------------	--------------------------	--------------

	компетенций	
Обучающийся в полной мере использует фундаментальные знания в области математического анализа, функционального анализа и других дисциплин, способен к определению общих форм и закономерностей отдельной данной предметной области умеет строго доказать утверждения, формулировать результаты, быстро видит следствия полученного результата	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум-трем из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы, демонстрирует частичные знания,.	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует четырем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.	–	<i>Неудовлетворительно</i>

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к зачету

Часть 1

1. Эквивалентные (равномощные) множества (определение).
2. Примеры равномощных множеств.
3. Теорема Бернштейна.
4. Счетные множества (определение).
5. Примеры счетных множеств.
6. Множества мощности континуума (определение).
7. Примеры множеств мощности континуума.
8. Определение метрического пространства.
9. Примеры метрических пространств (\mathbf{R}^n , $C[a,b]$, l_p , m).
10. Открытые и замкнутые шары в метрическом пространстве, ограниченные множества (определения).
11. Сходимость в метрических пространствах (определение).
12. Свойства сходящихся последовательностей (4 свойства).
13. Сходимость в пространстве \mathbf{R}^n (взаимосвязь между покоординатной сходимостью и сходимостью по метрике).

14. Сходимость в пространстве $C[a,b]$ (взаимосвязь между поточечной сходимостью, равномерной сходимостью и сходимостью по метрике).
15. Сходимость в пространстве I_p (взаимосвязь между покоординатной сходимостью и сходимостью по метрике).
16. Определение фундаментальной последовательности.
17. Определение полного метрического пространства.
18. Примеры полных и неполных метрических пространств.
19. Точки прикосновения и замыкание множества (определения).
20. Свойства операции замыкания (4 свойства).
21. Теорема о точке прикосновения множества.
22. Предельные и изолированные точки (определения).
23. Замкнутые множества (определение и примеры).
24. Внутренние точки и внутренность множества (определения).
25. Свойства операции взятия внутренней множества (4 свойства).
26. Открытые множества (определение и примеры).
27. Теорема о связи открытости множества и замкнутости его дополнения.
28. Теорема об объединении и пересечении открытых множеств.
29. Теорема о структуре открытого множества на прямой.
30. Теорема о полноте подпространства, порожденного замкнутым множеством.
31. Теорема о вложенных шарах.
32. Всюду плотные и нигде не плотные множества (определения).
33. Изометричные метрические пространства (определение).
34. Определение сепарабельного пространства.
35. Примеры сепарабельных пространств.
36. Непрерывные отображения метрических пространств (определения по Коши и по Гейне).
37. Равномерно непрерывная функция (определение). Условие Липшица.
38. Теорема о непрерывных функциях и прообразах открытых множеств.
39. Принцип сжимающих отображений.
40. Относительно компактные и компактные множества (определения).
41. Теорема о функционале, непрерывном на компактном множестве.
42. Критерий относительной компактности в конечномерном пространстве.
43. Определение равномерно непрерывного множества.
44. Критерий относительной компактности в $C[a,b]$ (теорема Арцела).

Часть 2

1. Линейное пространство (определение и простейшие свойства).
2. Примеры линейных пространств.
3. Отрезок в ЛП, выпуклое множество (определения).
4. Линейно зависимые и линейно независимые системы элементов (определения).
5. Линейное многообразие (ЛМ), базис ЛМ, размерность ЛМ (определения).
6. Определение бесконечномерного ЛМ (или ЛП).
7. Прямая сумма линейных многообразий (определение).
8. Нормированное пространство (определение). Сходимость по норме и простейшие свойства.
9. Банахово пространство (определение). Подпространство нормированного пространства (определение).
10. Примеры нормированных пространств.
11. Эквивалентные нормы (определение и простейшие свойства).
12. Теорема об эквивалентности норм в любом конечномерном нормированном пространстве.
13. Полнота конечномерного пространства.
14. Компактность и конечномерность. Критерий конечномерности нормированного пространства.
15. Линейное пространство со скалярным произведением (определение).
16. Неравенство Коши – Буняковского (без вывода).
17. Норма в пространстве со скалярным произведением.
18. Теорема о непрерывности скалярного произведения.
19. Определение гильбертова пространства.
20. Примеры пространств со скалярным произведением.
21. Ортогональные элементы, ортогональное дополнение множества (определения).
22. Теорема о разложении элемента в сумму проекций.
23. Ортогональные и ортонормированные системы элементов (определения).

24. Ряд в нормированном пространстве, сходящийся ряд (определения).
25. Задача о наилучшей аппроксимации (постановка задачи и ответ).
26. Коэффициенты Фурье, ряд Фурье (определения).
27. Неравенство Бесселя и теорема о сходимости ряда Фурье.
28. Замкнутая ортонормированная система элементов (определение). Критерий сходимости ряда Фурье. Пример замкнутой системы.
29. Определение полной ортонормированной системы элементов. Теорема о полной ортонормированной системе элементов.

19.3.2 Перечень вопросов к экзамену

1. Линейные операторы и функционалы (определения).
2. Теорема о линейном операторе, непрерывном в одной точке.
3. Ограниченный линейный оператор и теорема о связи ограниченности линейного оператора с его непрерывностью.
4. Теорема об ограниченности линейного оператора, определенного на конечномерном пространстве.
5. Норма линейного ограниченного оператора (определение).
6. Теорема о вычислении нормы оператора.
7. Оператор Фредгольма в пространстве $C[a, b]$ и его норма.
8. Оператор дифференцирования в $C[a, b]$ и из $C^1[a, b]$ в $C[a, b]$.
9. Пространство линейных ограниченных операторов.
10. Теорема о полноте пространства линейных ограниченных операторов (в смысле равномерной сходимости). Следствие для сопряженного пространства.
11. Произведение линейных операторов.
12. Сильная сходимость линейных операторов, связь с равномерной сходимостью.
13. Принцип равномерной ограниченности (лемма и теорема).
14. Теорема о полноте пространства линейных ограниченных операторов (в смысле сильной сходимости).
15. Теорема о продолжении линейного оператора по непрерывности на все пространство. Обратимый и обратный операторы (определения).
16. Теорема о линейности обратного оператора.
17. Условие обратимости линейного оператора. Условие обратимости линейного оператора и ограниченности обратного.
18. Лемма об обратимости линейного оператора и обратном операторе.
19. Непрерывно обратимый оператор (определение). Следствие о непрерывно обратимом операторе.
20. Теорема Банаха о непрерывной обратимости оператора (две леммы и теорема).
21. Резольвента линейного оператора и его спектр (определения).
22. Замкнутые операторы (определение). Теорема о замкнутости ограниченного оператора.
23. Замкнутость оператора дифференцирования в $C[a, b]$.
24. Декартово произведение линейных нормированных пространств (линейные операции, норма и полнота). График линейного оператора.
25. Лемма о графике замкнутого оператора.
26. Теорема о замкнутом операторе, определенном на всем пространстве.
27. Продолжение линейного ограниченного функционала – лемма и теорема Хана - Банаха (доказательство для сепарабельного вещественного пространства).
28. Вполне непрерывные операторы (определение). Теорема о множестве вполне непрерывных операторов.
29. Теорема о вполне непрерывности оператора, определенного на конечномерном пространстве, или действующего в конечномерное пространство.
30. Вполне непрерывность оператора Фредгольма с непрерывным ядром: из $C[a, b]$ в $C[a, b]$, из $L_2[a, b]$ в $C[a, b]$, из $L_2[a, b]$ в $L_2[a, b]$.

19.3.3 Перечень заданий для контрольных работ

Комплект заданий для контрольной работы №1

ВАРИАНТ 1

1. Вычислить расстояние между элементами $x = (1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots)$ и $y = (1, 0, 0, \dots)$ в пространствах m и l_1 .
2. Вычислить расстояние между элементами $x(t) = t^2$ и $y(t) = t$ в пространствах $C[0, 1]$ и $C_1[0, 1]$.
3. В $C[0, 1]$ доказать сходимость последовательности $x_n(t) = \frac{2nt^2}{2n+t}$.

ВАРИАНТ 2

1. Вычислить расстояние между элементами $x = (1, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{3^n}, \dots)$ и $y = (0, 0, 0, \dots)$ в пространствах m и l_2 .
2. Вычислить расстояние между элементами $x(t) = t^3$ и $y(t) = t$ в пространствах $C[0, 1]$ и $C_1[0, 1]$.
3. В $C[0, 1]$ доказать сходимость последовательности $x_n(t) = \frac{nt+t^2}{2+n+t}$.

Комплект заданий для контрольной работы №2

ВАРИАНТ 1

1. Доказать в ЛП \mathbf{R}^n эквивалентность норм $\|x\|_1$ и $\|x\|_3$.
2. Пусть X — ЛНП, $\{x_n\} \subset X$ и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \|x_{n+1} - x_n\|$ сходится. Доказать, что $\{x_n\}$ — фундаментальная последовательность.

ВАРИАНТ 2

1. Докажите, что в ЛП $C[0, 1]$:
 - а) выражение $\max_{0 \leq t \leq 1} |x(t)| + |x(0) - x(1)|$ является нормой;
 - б) нормы $\|x\|_1 = \max_{0 \leq t \leq 1} |x(t)| + |x(0)|$ и $\|x\|_2 = \max_{0 \leq t \leq 1} |x(t)| + |x(0) - x(1)|$ эквивалентны.
2. Пусть в ПСП H для $x_1, x_2 \in H$ выполняется равенство $Re(x_1, x_2) = \|x_1\|^2 = \|x_2\|^2$. Докажите, что $x_1 = x_2$.

Комплект заданий для контрольной работы №3**В – I**

1. Найдите норму оператора $A : \mathbf{R}_1^3 \longrightarrow \mathbf{R}_1^2$, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Докажите, что функционал $f(x) = \int_{-1}^1 x(t) dt + x(0)$ на пространстве $C[-1, 1]$ является линейным непрерывным, и найдите его норму.

В – II

1. Найдите норму оператора $A : \mathbf{R}_1^2 \longrightarrow \mathbf{R}_1^3$, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

2. Докажите, что функционал $f(x) = 3(x(0) - x(1))$ на пространстве $C[0, 1]$ является линейным непрерывным, и найдите его норму.

19.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: *устного опроса (индивидуальный опрос, фронтальная беседа); письменных работ (контрольные, выполнение практико-ориентированных заданий)*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков. При оценивании используются качественная шкала оценок. Критерии оценивания приведены выше.

