

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
цифровых технологий



С.Д.Кургалин
30.06.2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.11 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация: для всех профилей

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: цифровых технологий

6. Составители программы: Евченко Валерия Константиновна, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим советом факультета компьютерных наук (протокол № 6 от 25.06.2018)

8. Учебный год: 2019-2020

Семестр(ы): 3, 4

9. Цели и задачи учебной дисциплины: целью изучения дисциплины является формирование теоретических знаний в области дифференциальных уравнений, представляющих основу для моделирования процессов в различных областях естествознания, практических навыков решения основных типов ОДУ и систем; умения корректно использовать и понимать язык и символику предметной области. Основными задачами изучения дисциплины являются овладение техникой решения различных видов ОДУ, а также умение анализировать их решения, строить простейшие модели с использованием дифференциальных уравнений.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к базовой части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины необходимо изучение курса математического анализа и алгебры. Дисциплина является предшествующей для курсов «Уравнения математической физики», «Теоретическая механика», «Математическое моделирование».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.	<p>знать: основные понятия и теоремы теории дифференциальных уравнений, язык предметной области;</p> <p>уметь: классифицировать ОДУ, составлять простейшие математические модели с использованием ОДУ, исследовать решения ОДУ и систем ОДУ;</p> <p>владеть: техникой интегрирования известных типов дифференциальных уравнений, навыками исследования решений дифференциальных уравнений на устойчивость.</p>
ПК-2	Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	<p>знать: постановки классических задач теории дифференциальных уравнений;</p> <p>уметь: применять полученные знания для математически корректной постановки новых задач в различных областях;</p> <p>владеть: навыками использования методов решения классических задач теории дифференциальных уравнений для решения различных естественнонаучных задач.</p>
ПК-3	Способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.	<p>знать: методы формулировки и доказательства математических утверждений;</p> <p>уметь: применять аппарат теории дифференциальных уравнений для доказательства утверждений и теорем;</p> <p>владеть: навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 7/252.

Форма промежуточной аттестации: 3 семестр – зачёт; 4 семестр – экзамен.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	По семестрам	
		3 сем.	4 сем.
Аудиторные занятия	118	68	50
в том числе:			
лекции	68	34	34
практические	50	34	16
лабораторные			
Самостоятельная работа	98	76	22
Экзамен	36		36
Итого:	252	144	108

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Общие понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	Понятия и примеры дифференциальных уравнений (ДУ) и их решений. Некоторые задачи, приводящие к ДУ. Порядок ДУ. Поле направлений, интегральные кривые. Уравнения, разрешенные относительно производной. Задача Коши для ДУ 1-го порядка. Общее и частное решения. Нахождение частного решения ДУ, удовлетворяющего заданным начальным условиям.
1.2	Некоторые типы дифференциальных уравнений первого порядка	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений 1-го порядка. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные ДУ. Линейные ДУ. ДУ в полных дифференциалах, понятие об интегрирующем множителе. ДУ, не разрешенные относительно производной. Уравнения Бернулли, Эйлера, Лагранжа, Риккати. Сведение некоторых дифференциальных уравнений 1-го порядка к простейшим типам.
1.3	Дифференциальные уравнения высших порядков	Общие понятия теории ДУ высших порядков. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений высших порядков. Общее решение. Понижение порядка. Типы уравнений, допускающие понижение порядка.
1.4	Линейные дифференциальные уравнения	Однородные линейное ДУ и пространство его решений. Определитель Вронского и его свойства. Линейно зависимые и независимые решения. Фундаментальная система решений линейного однородного ДУ. Неоднородные линейные ДУ. Теорема об общем виде решения. Метод вариации произвольных постоянных. Однородные линейные ДУ с постоянными коэффициентами, неоднородные линейные ДУ с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Нахождение частных решений линейного неоднородного ДУ методом неопределенных коэффициентов. Дифференциальные уравнения колебаний.
1.5	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	Связь систем ОДУ с уравнениями высших порядков. Нормальный вид системы ОДУ и приведение системы к такому виду. Системы линейных уравнений. Однородные системы с постоянными коэффициентами и их решение методами линейной алгебры. Матричная экспонента. Первый интеграл системы уравнений.
1.6	Понятие об интегральных уравнениях и краевых задачах	Понятие об интегральном уравнении. Некоторые примеры. Связь дифференциальных и интегральных уравнений. Операторы в пространствах функций. Доказательство теоремы Коши для уравнения 1-го порядка. Краевые задачи для ОДУ 2-го порядка. Понятие функции Грина краевой задачи.

1.7	Приближенные и компьютерные методы решения ДУ	Метод ломаных Эйлера и метод изоклин. Метод последовательных приближений. Решение ДУ с помощью пакетов символьных вычислений. Аналитическое и численное решение ДУ в пакете MAPLE. Дифференциальные неравенства и леммы об оценках решений.
1.8	Некоторые модели естествознания, связанные с дифференциальными уравнениями	Модель «Хищник-жертва». Моделирование популяций при помощи ДУ. Задачи механики и электротехники, приводящие к дифференциальным уравнениям (механические движения, телеграфные уравнения и др),
1.9	Теоремы о непрерывной зависимости и элементы теории устойчивости	Зависимость решений от начальных данных и параметров. Постановка задачи об устойчивости. Исследование устойчивости по первому приближению. Метод функций Ляпунова. Исследование траекторий вблизи особых точек системы.
1.10	Элементы вариационного исчисления	Понятия и примеры задач вариационного исчисления. Задача о брахистохроне, задача Дидоны. Уравнение Эйлера-Лагранжа для вариационных задач. Сведение вариационных задач к ДУ 2-го порядка.
1.11	Дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка	Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных. Геометрическая интерпретация решения уравнения в частных производных. Связь уравнений в частных производных с системами ОДУ.
2. Практические занятия		
2.1	Общие понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	Понятия и примеры дифференциальных уравнений (ДУ) и их решений. Некоторые задачи, приводящие к ДУ. Порядок ДУ. Поле направлений, интегральные кривые. Уравнения, разрешенные относительно производной. Задача Коши для ДУ 1-го порядка. Общее и частное решения. Нахождение частного решения ДУ, удовлетворяющего заданным начальным условиям.
2.2	Некоторые типы дифференциальных уравнений первого порядка	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений 1-го порядка. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные ДУ. Линейные ДУ. ДУ в полных дифференциалах, понятие об интегрирующем множителе. ДУ, не разрешенные относительно производной. Уравнения Бернулли, Эйлера, Лагранжа, Риккати. Сведение некоторых дифференциальных уравнений 1-го порядка к простейшим типам.
2.3	Дифференциальные уравнения высших порядков	Общие понятия теории ДУ высших порядков. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений высших порядков. Общее решение. Понижение порядка. Типы уравнений, допускающие понижение порядка.
2.4	Линейные дифференциальные уравнения	Однородные линейное ДУ и пространство его решений. Определитель Вронского и его свойства. Линейно зависимые и независимые решения. Фундаментальная система решений линейного однородного ДУ. Неоднородные линейные ДУ. Теорема об общем виде решения. Метод вариации произвольных постоянных. Однородные линейные ДУ с постоянными коэффициентами, неоднородные линейные ДУ с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Нахождение частных решений линейного неоднородного ДУ методом неопределенных коэффициентов. Дифференциальные уравнения колебаний.
2.5	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	Связь систем ОДУ с уравнениями высших порядков. Нормальный вид системы ОДУ и приведение системы к такому виду. Системы линейных уравнений. Однородные системы с постоянными коэффициентами и их решение методами линейной алгебры. Матричная экспонента. Первый интеграл системы уравнений.
2.6	Понятие об интегральных уравнениях и краевых задачах	Понятие об интегральном уравнении. Некоторые примеры. Связь дифференциальных и интегральных уравнений. Операторы в пространствах функций. Доказательство теоремы Коши для уравнения 1-го порядка Краевые задачи для ОДУ 2-го порядка. Понятие функции Грина краевой задачи.
2.7	Приближенные и компьютерные методы решения ДУ	Метод ломаных Эйлера и метод изоклин. Метод последовательных приближений. Дифференциальные неравенства и леммы об оценках решений.

2.8	Некоторые модели естествознания, связанные с дифференциальными уравнениями	Модель «Хищник-жертва». Моделирование популяций при помощи ДУ. Задачи механики и электротехники, приводящие к дифференциальным уравнениям (механические движения, телеграфные уравнения и др),
2.9	Теоремы о непрерывной зависимости и элементы теории устойчивости	Зависимость решений от начальных данных и параметров. Постановка задачи об устойчивости. Исследование устойчивости по первому приближению. Метод функций Ляпунова. Исследование траекторий вблизи особых точек системы.
2.10	Элементы вариационного исчисления	Понятия и примеры задач вариационного исчисления. Задача о брахистохроне, задача Дидоны. Уравнение Эйлера-Лагранжа для вариационных задач. Сведение вариационных задач к ДУ 2-го порядка.
2.11	Дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка	Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных. Геометрическая интерпретация решения уравнения в частных производных. Связь уравнений в частных производных с системами ОДУ.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Общие понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	4	4		8	16
2	Некоторые типы дифференциальных уравнений первого порядка	6	6		16	28
3	Дифференциальные уравнения высших порядков	6	6		8	20
4	Линейные дифференциальные уравнения	6	6		10	22
5	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	6	6		10	22
6	Понятие об интегральных уравнениях и краевых задачах	6	4		10	20
7	Приближенные и компьютерные методы решения ДУ	4	4		8	16
8	Некоторые модели естествознания, связанные с дифференциальными уравнениями	8	4		6	18
9	Теоремы о непрерывной зависимости и элементы теории устойчивости	8	4		6	18
10	Элементы вариационного исчисления	6	2		10	18
11	Дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка	8	4		6	18
	Итого:	68	50		98	216

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Боровских, А.В. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям : [учебник] / А.В. Боровских, А.И. Перов. — 2-е изд., испр. и доп. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2014. — 548 с.
2	Атанов, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / А. В. Атанов, А. В. Лобода. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017. — 126 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : [учебное пособие] / А.Ф. Филиппов. — Изд. 4-е. — М. : Либроком : URSS, 2011. — 235 с.
4	Жабко, А.П. Дифференциальные уравнения и устойчивость [Электронный ресурс] : учебник / А.П. Жабко, Е.Д. Котина, О.Н. Чижова. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2015. — 311 с. — Режим доступа: http://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=60651
5	Демидович, Б.П. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович, В.П. Моденов. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2008. — 277 с. — Режим доступа: http://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=126

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
6	www.lib.vsu.ru –ЗНБ ВГУ
7	Образовательный математический сайт http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/examples.asp

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : [учебное пособие] / А.Ф. Филиппов. — Изд. 4-е. — М. : Либроком : URSS, 2011. — 235 с.
2	Атанов, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / А. В. Атанов, А. В. Лобода. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017. — 126 с.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости) — нет

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: лекционная аудитория, оснащённая мультимедийным проектором.

19. Фонд оценочных средств:

19.1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС (средства оценивания)
ОПК-1	Знать: основные понятия и теоремы теории дифференциальных уравнений, язык предметной области.	Разделы 1-11	Письменный опрос по темам разделов 1-6
	Уметь: классифицировать ОДУ, составлять простейшие математические модели с использованием ОДУ, исследовать решения ОДУ и систем ОДУ.	Разделы 1-11	Контрольные работы 1-6
	Владеть: техникой интегрирования известных типов дифференциальных уравнений, навыками исследования решений дифференциальных уравнений на устойчивость.	Разделы 1-11	Контрольные работы 1-6
ПК-2	Знать: постановки классических задач теории дифференциальных уравнений.	Разделы 1-11	Письменный опрос по темам разделов 1-6
	Уметь: применять полученные знания для математически корректной постановки новых задач в различных областях.	Разделы 1-11	Контрольные работы 1-6
	Владеть: навыками использования методов решения классических задач теории дифференциальных уравнений для решения различных естественнонаучных задач.	Разделы 1-11	Контрольные работы 1-6
ПК-3	Знать: методы формулировки и доказательства математических утверждений.	Разделы 1-11	Письменный опрос по темам разделов 1-6
	Уметь: применять аппарат теории дифференциальных уравнений для доказательства утверждений и теорем.	Разделы 1-11	Контрольные работы 1-6
	Владеть: навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.	Разделы 1-11	Контрольные работы 1-6
Промежуточная аттестация			КИМ

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание основных понятий и теорем теории дифференциальных уравнений, языка предметной области;
- 2) знание постановок классических задач теории дифференциальных уравнений;
- 3) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;
- 4) умение классифицировать ОДУ, составлять простейшие математические модели с использованием ОДУ, исследовать решения ОДУ и систем ОДУ;
- 5) умение применять полученные знания для математически корректной постановки новых задач в различных областях;
- 6) умение применять аппарат теории дифференциальных уравнений для доказательства утверждений и теорем;
- 7) владение техникой интегрирования известных типов дифференциальных уравнений, навыками исследования решений дифференциальных уравнений на устойчивость;
- 8) владение навыками использования методов решения классических задач теории дифференциальных уравнений для решения различных естественнонаучных задач;
- 9) владение навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	–	Неудовлетворительно

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзамену

1. Функциональная независимость первых интегралов. Общее решение линейного уравнения в частных производных.
2. Геометрический смысл уравнения в частных производных. Решение задачи Коши.
3. Квазилинейные уравнения в частных производных.
4. Некоторые модели, связанные с ОДУ: тепловые процессы.
5. Глобальные свойства решений ОДУ. Теорема о выходе решения на границу области.
6. Дифференциальные неравенства. Теорема Чаплыгина.
7. Первые интегралы системы ОДУ. Связь с уравнениями в частных производных.
8. Производная в силу системы ОДУ. Определение устойчивости с помощью функций Ляпунова.
9. Положительно определенные функции и их свойства.
10. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами. Спектральный критерий устойчивости.
11. Устойчивость решений линейных систем.
12. Различные определения устойчивости для решений ОДУ и систем ОДУ.

13. Непрерывная зависимость решения ОДУ от начальных данных и параметров.
14. Понятие и примеры задач вариационного исчисления.
15. Некоторые модели, связанные с ОДУ: механические движения.
16. Вывод уравнения Эйлера-Лагранжа для задач ВИ с закрепленными концами.
17. Некоторые модели, связанные с ОДУ: геометрические задачи.
18. Специальные случаи интегральных функционалов в задачах ВИ. Решение задачи о брахистохроне.
19. Некоторые модели, связанные с ОДУ: уравнения химической кинетики.
20. Уравнения в частных производных первого порядка. Основные понятия.
21. Некоторые модели, связанные с ОДУ: динамика популяций.
22. Определение устойчивости стационарных решений автономных систем ОДУ по первому приближению.

19.3.2 Перечень заданий для контрольных работ

Контрольная работа № 1

Задание 1 (6 баллов). Методом изоклин построить интегральные кривые дифференциального уравнения $y' = x + y - 5$.

Задание 2 (6 баллов). Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными $y' = 3x^2 y$.

Задание 3 (8 баллов). Решить однородное дифференциальное уравнение

$$y' = \frac{3y^2 + xy}{x^2}.$$

Задание 4 (9 баллов). Решить линейное дифференциальное уравнение

$$y' - y = 2x^2 e^x.$$

Задание 5 (10 баллов). Решить уравнение в полных дифференциалах

$$(2xy^2 + x)dx + (2x^2 y + y^2)dy = 0.$$

Задание 6 (11 баллов). Решить задачу Коши для уравнения Бернулли

$$\begin{cases} y' y + 2xy^2 = x e^{-2x^2}, \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

Контрольная работа № 2

Задание 1 (8 баллов). Решить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами

$$y'''' + 2y'' + 10y' = 0.$$

Задание 2 (10 баллов). Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение со специальной правой частью

$$y'' + 4y' + 3y = 10 \cos x.$$

Задание 3 (10 баллов). Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение методом вариации произвольных постоянных

$$y'' - 4y' - 5y = 30e^{10x}.$$

Задание 4 (10 баллов). Решить систему линейных дифференциальных уравнений с помощью характеристического уравнения

$$\begin{cases} x' = 2x + 2y, \\ y' = x + 3y. \end{cases}$$

Задание 5 (12 баллов). Решить дифференциальное уравнение с помощью определителя Вронского

$$(x+1)y'' + xy' - y = 0, \quad x > 0.$$

Контрольная работа № 3

Задание 1 (15 баллов). Решить систему дифференциальных уравнений $X' = AX$ методом матричной экспоненты.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

Задание 2 (15 баллов). Решить краевую задачу, используя функцию Грина

$$y'' = \cos x, \quad y(0) = 0, \quad y'(2) = 0.$$

Задание 3 (20 баллов). Решить дифференциальное уравнение

$$y' = \frac{y - x - 1}{4y - x + 2}.$$

Контрольная работа № 4

Задание 1 (25 баллов). Исследовать решение систему ОДУ на устойчивость по первому приближению.

$$\begin{cases} x' = e^{2x+y} + \sin(2y) - 1, \\ y' = \sqrt{x+1} + \ln(y+1) - 1. \end{cases}$$

Задание 2 (25 баллов). В некоторый момент времени $t=0$ население города составляло P_0 человек. Известно, что за следующие 5 лет число жителей выросло вдвое. Через сколько лет численность населения города возрастёт в 4 раза (по сравнению с начальной), если скорость роста населения пропорциональна количеству населения?

Контрольная работа №5

Задание 1 (20 баллов). Исследовать устойчивость решения системы дифференциальных уравнений с помощью спектрального признака

$$\begin{cases} x' = -4x - 2y - 6z, \\ y' = x + 2z, \\ z' = 2x + y + 3z. \end{cases}$$

Задание 2 (15 баллов). Исследовать на устойчивость точку покоя системы, построив функцию Ляпунова

$$\begin{cases} x' = -x + 2y^3, \\ y' = -x - y. \end{cases}$$

Задание 3 (15 баллов). Найти экстремаль функционала

$$J[y(x)] = \int_0^{\pi/4} (y'^2 - 4y^2 + y) dx, \quad y(0) = \frac{9}{8}, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{17}{8}.$$

Контрольная работа №6

Задание 1 (25 баллов). Найти решение уравнения

$$x^2 \frac{\partial u}{\partial x} - 2z \frac{\partial u}{\partial y} + (x-1) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

Задание 2 (25 баллов). Решить задачу Коши

$$\begin{cases} 2y \frac{\partial u}{\partial x} + x^2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \\ u(x,1) = x^9. \end{cases}$$

19.3.3 Перечень вопросов для письменного опроса

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ): порядок, решение, общее решение, задача Коши, краевая задача.
2. Простейшие типы дифференциальных уравнений 1-го порядка.
3. Линейные уравнения высоких порядков: общие свойства решений.
4. Определитель Вронского, его свойства и использование.
5. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (на примере уравнений 2-го порядка).
6. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения со специальной правой частью.
7. Дифференциальные уравнения колебаний. Понятие о резонансе.
8. Системы линейных ОДУ.
9. Понятие об интегральном уравнении. Связь интегральных и дифференциальных уравнений.
10. Доказательство теоремы Коши о существовании и единственности решения ОДУ.
11. Функция Грина для ОДУ 2-го порядка.
12. Решение краевых задач с помощью функции Грина.
13. Описание семейств кривых на плоскости дифференциальными уравнениями.
14. Специальные уравнения 1-го порядка: уравнения Бернулли, Лагранжа, Клеро, Риккати.

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: письменного опроса и контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования, а также в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе контроля знаний на факультете компьютерных наук ВГУ.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний.

При оценивании используются качественные шкалы оценок . Критерии оценивания приведены выше.