

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
цифровых технологий



С.Д.Кургалин
30.06.2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.15 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация: для всех профилей

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: цифровых технологий

6. Составители программы: Клинских Александр Федотович, доктор физико-математических наук, профессор

7. Рекомендована: Научно-методическим советом факультета компьютерных наук (протокол № 6 от 25.06.2018)

8. Учебный год: 2019-2020

Семестр(ы): 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины: обучение студентов построению математических моделей случайных явлений, изучаемых естественными науками, анализу этих моделей, развитие у студентов навыков интерпретации теоретико-вероятностных конструкций.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к базовой части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины требуется предварительное изучение математического анализа.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.	<p>знать: математический аппарат современной теории вероятностей; принципы построения и анализа математических моделей случайных явлений;</p> <p>уметь: доказывать основные теоремы элементарной теории вероятностей; решать стандартные теоретико-вероятностные задачи;</p> <p>владеть: навыками интерпретации теоретико-вероятностных конструкций и решения проблемных вероятностных задач.</p>
ПК-3	Способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.	<p>знать: методы формулировки и доказательства математических утверждений;</p> <p>уметь: применять аппарат теории вероятностей для доказательства утверждений и теорем;</p> <p>владеть: навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 4/144.

Форма промежуточной аттестации: 3 семестр – экзамен.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		3 сем.
Аудиторные занятия	68	68
в том числе: лекции	34	34
практические	34	34
лабораторные		
Самостоятельная работа	40	40
Экзамен	36	36
Итого:	144	144

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Основные понятия теории вероятностей	Предмет и задачи курса. Основные понятия теории вероятностей
1.2	Классическое определение вероятностей	Классическое определение вероятности. Применение классического определения вероятности
1.3	Условные вероятности	Условные вероятности. Формулы полной вероятности и Байеса
1.4	Вероятностная схема Бернулли	Вероятностная схема Бернулли. Статистические распределения. Метод производящих функций
1.5	Случайные величины	Случайные величины
1.6	Характеристики случайных величин	Математическое ожидание. Дисперсия
1.7	Предельные теоремы	Предельные теоремы
1.8	Цепи Маркова	Цепи Маркова
2. Практические занятия		
2.1	Основные понятия теории вероятностей	Предмет и задачи курса. Основные понятия теории вероятностей
2.2	Классическое определение вероятностей	Классическое определение вероятности. Применение классического определения вероятности
2.3	Условные вероятности	Условные вероятности. Формулы полной вероятности и Байеса
2.4	Вероятностная схема Бернулли	Вероятностная схема Бернулли. Статистические распределения. Метод производящих функций
2.5	Случайные величины	Случайные величины
2.6	Характеристики случайных величин	Математическое ожидание. Дисперсия

2.7	Предельные теоремы	Предельные теоремы
2.8	Цепи Маркова	Цепи Маркова

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Основные понятия теории вероятностей	4	4		4	12
2	Классическое определение вероятностей	4	4		4	12
3	Условные вероятности	6	6		4	16
4	Вероятностная схема Бернулли	4	4		4	12
5	Случайные величины	4	4		6	14
6	Характеристики случайных величин	4	4		6	14
7	Предельные теоремы	4	4		6	14
8	Цепи Маркова	4	4		6	14
	Итого:	34	34		40	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика : / Горлач Б.А. — Москва : Лань, 2013. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=4864
2	Мишулина, О. А. Основы теории вероятностей / О. А. Мишулина. — Москва : МИФИ, 2011. — 196 с. . — <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232425 >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Чистяков В.П. Курс теории вероятностей / В.П. Чистяков. - СПб. : Лань, 2003. - 253 с.
4	Вентцель Е.С. Теория вероятностей и её инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. - М. : Высш. шк., 2007. - 492 с.
5	Вентцель Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. - М. : Высш. шк., 2003. - 439 с.
6	Грэхем Р. Конкретная математика. Основание информатики / Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник. - М. : Мир, 1998. - 704 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
7	www.lib.vsu.ru –ЗНБ ВГУ

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Флегель, А. В. Пособие по решению задач по теории вероятностей и математической статистике / Е.А. Сирота, А.В. Флегель, А.Ф. Клиньских ; А.В. Флегель, Е.А. Сирота, А.Ф. Клиньских. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. — Ч. 1 : Теория вероятностей. — 34 с.
2	Вентцель Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. - М. : Высш. шк., 2003. - 439 с.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости) — нет

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: лекционная аудитория.

19. Фонд оценочных средств:

19.1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС (средства оценивания)
ОПК-1	Знать: математический аппарат современной теории вероятностей; принципы построения и анализа математических моделей случайных явлений.	Разделы 1-8	Контрольная работа
	Уметь: доказывать основные теоремы элементарной теории вероятностей; решать стандартные теоретико-вероятностные задачи.	Разделы 1-8	Контрольная работа
	Владеть: навыками интерпретации теоретико-вероятностных конструкций и решения проблемных вероятностных задач.	Разделы 1-8	Контрольная работа
ПК-3	Знать: методы формулировки и доказательства математических утверждений.	Разделы 1-8	Контрольная работа
	Уметь: применять аппарат теории вероятностей для доказательства утверждений и теорем.	Разделы 1-8	Контрольная работа
	Владеть: навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.	Разделы 1-8	Контрольная работа
Промежуточная аттестация			КИМ

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачёте используются следующие показатели:

- 1) знание математического аппарата современной теории вероятностей; принципов построения и анализа математических моделей случайных явлений;
- 2) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;
- 3) умение доказывать основные теоремы элементарной теории вероятностей; решать стандартные теоретико-вероятностные задачи;
- 4) умение применять аппарат теории вероятностей для доказательства утверждений и теорем;
- 5) владение навыками интерпретации теоретико-вероятностных конструкций и решения проблемных вероятностных задач;
- 6) владение навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично

Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	–	Неудовлетворительно

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзамену

1. Классическое определение вероятности. Применение классического определения вероятности.
2. Условные вероятности. Формулы полной вероятности и Байеса.
3. Вероятностная схема Бернулли.
4. Статистические распределения.
5. Метод производящих функций.
6. Случайные величины.
7. Математическое ожидание. Дисперсия.
8. Предельные теоремы.
9. Цепи Маркова.

19.3.2 Комплект задач для контрольных работ

1. Студент знает не все экзаменационные билеты. В каком случае вероятность выбрать неизвестный билет будет для него наименьшей, когда он выбирает билет первым или последним, не обладая информацией о выбранных ранее билетах? (2 балла)

Ответ: вероятность одинакова.

2. Понятие вероятности случайного события. (4 балла)

Ответ: Числовая функция P , определённая на классе событий U , называется вероятностью, если выполняются следующие условия (аксиомы):

- 1) U есть алгебра событий;
- 2) $P(A) \geq 0; \quad \forall A \in U;$
- 3) $P(\Omega) = 1.$
- 4) Если $AB = \emptyset$ (события A и B - несовместны), то

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

3. Среди 25 экзаменационных билетов, по мнению студентов, есть 5 «хороших». Двое студентов по очереди берут по одному билету. Чему равна вероятность события, что оба студента взяли «хорошие» билеты? (4 балла)

Ответ: $1/30$.

4. Брошены три монеты. Чему равна вероятность события, что выпадут два герба. (5 баллов)

Ответ: $3/8$.

5. Свойства функции распределения $F(x) = P\{U < x\}$. (4 балла)

Ответ:

- 1) $F(-\infty) = 0;$
- 2) $F(+\infty) = 1;$
- 3) При $x_2 > x_1$ справедливо $F(x_2) \geq F(x_1).$

6. Функция распределения индикатора события с вероятностью 0,3. (5 баллов)

Ответ:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 0,3, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

7. Запишите формулу полной вероятности и формулу Байеса. (4 балла)

Ответ:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|H_i) P(H_i);$$

$$P(H_k|A) = \frac{P(H_k) P(A|H_k)}{P(A)}$$

8. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли 3 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Чему равна

вероятность события, что все пассажиры выйдут одновременно на одном и том же этаже? (5 баллов)

Ответ: $1/64$.

9. Характеристики случайных величин: среднее значение и дисперсия случайной величины. (4 балла)

Ответ:
$$\bar{U} = \sum_{i=1}^{\infty} u_i p_i.$$

$$D[U] = \overline{U^2} - \bar{U}^2.$$

10. Понятие ковариации двух случайных величин, дисперсия суммы двух случайных величин. (4 балла)

Ответ:
$$\text{Cov } X, Y = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y},$$

$$D[X + Y] = D[X] + D[Y] + 2 \text{Cov } X, Y .$$

11. Трёхтомник стихотворений располагается на книжной полке в случайном порядке. Найти 1) вероятность того, что первый том будет расположен на своём порядковом месте; 2) условную вероятность того, что первый том окажется на первом месте, при условии, что вторым на полке стоит второй том. (5 баллов)

Ответ: 1) $1/3$; 2) $1/2$.

12. Бросаются 4 игральные кости. Найти вероятность события, что на них выпадет по одинаковому числу очков. (4 балла)

Ответ: $1/216$.

13. Запишите формулы распределения вероятностей: а) биномиального, б) нормального, в) Пуассона. (3 балла)

Ответ: а) $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$; б) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$; в) $\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$.

14. Запишите а) формулу Стирлинга, б) значение выражения $\ln 50!$. (3 балла)

Ответ: а) $n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot n^n \cdot e^{-n}$; б) 148,48.

15. В городе в октябре месяце в среднем бывает шесть дождливых дней. Рассматривается событие, что из случайно выбранных в этом месяце двенадцати дней четыре оказываются дождливыми. Найти вероятность этого события (3 балла)

Ответ: $\binom{12}{4} \cdot \left(\frac{6}{31}\right)^4 \cdot \left(1 - \frac{6}{31}\right)^{12-4}$.

16. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,05. Пусть сообщение содержит восемь знаков. Найти вероятность того, что сообщение содержит не более двух искажений. (5 баллов)

Ответ: $\sum_{k=0}^2 \binom{8}{k} 0,05^k (1 - 0,05)^{8-k}$

17. Свойства функции распределения для системы двух случайных величин U, V : $F(x, y) = P\{U < x; V < y\}$. (3 балла)

Ответ:

18. Найти функцию распределения индикатора события, вероятность появления которого равна 0,4. (2 балла)

Ответ:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 0,6, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

19. В одном ящике имеется 5 белых и 10 красных шаров, в другом - 5 красных и 10 белых. Из каждого ящика вынута по одному шару. Найти вероятность события $A = \{\text{вынут хотя бы один красный шар}\}$. (4 балла)

Ответ: $7/9$.

20. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли пять человек. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная с третьего. Чему равна вероятность события, что трое из них выйдут одновременно на пятом этаже? (3 балла)

Ответ: $\binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right)^{5-3}$.

21. Определение марковского процесса. (2 балла)

Ответ:

22. Производятся тридцать независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления успеха равна 0,3. Найти среднее и дисперсию числа появления успеха в этих испытаниях. (4 балла)

Ответ: $30 \cdot 0,3$; $30 \cdot 0,3 \cdot (1 - 0,3)$.

23. Собрание сочинений из семи томов располагается на книжной полке в случайном порядке. Найти 1) вероятность того, что третий том будет расположен на своём, третьем, порядковом месте; 2) условную вероятность того, что третий том окажется на третьем месте, при условии, что седьмым на полке стоит седьмой том. (4 балла)

Ответ: 1) $1/7$; 2) $1/6$.

24. Бросаются пять «правильных» игральных костей. Найти вероятность события, что на них выпадет ровно две двойки. (4 балла)

$$\text{Ответ: } \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{5-2}.$$

25. Испытание заключается в бросании двух «правильных» игральных костей. Найти вероятность события, что в семи независимых испытаниях ровно три раза выпадет по две двойки. (4 балла)

$$\text{Ответ: } \binom{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{36}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{36}\right)^{7-3}.$$

26. (о надёжности банковской карты) Найти вероятность того, что в результате двух попыток, предоставляемых банкоматом, будет угадан неизвестный четырёхзначный код. (5 баллов)

27. (о забывчивости) Найти вероятность того, что будут угаданы две, отличные друг от друга, цифры кода банковской карты. (5 баллов)

28. (ящик и шары) В ящике имеется 4 белых и 6 красных шаров. Из ящика три раза выбирают случайным образом по одному шару. Найти вероятность того, что все три выбранных шара окажутся белыми, если выбранные из ящика шары обратно не возвращаются. (5 баллов)

29. (ящики и шары) Пусть имеется пять ящиков. В двух из них имеется по одному белому и по три красных шара, в трёх других ящиках – по два белых и два красных шара. Из произвольно выбранного ящика выбирают случайным образом один шар. Найти вероятность того, что шар окажется белым. (5 баллов)

30. (игральная кость) Игральная кость подбрасывается до тех пор, пока не выпадет 6 очков. Найти вероятность того, что кость придётся подбрасывать не менее трёх раз. (5 баллов)

31. (ошибки при передаче сообщений) При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,03. Пусть сообщение содержит десять знаков. Найти вероятность того, что сообщение содержит не более трёх искажений. (5 баллов)

32. (студент и экзамен) Из 25 вопросов, включённых в программу экзамена, студент подготовил 20. На экзамене студент случайным образом выбирает 5 вопросов из 25. Для сдачи экзамена достаточно ответить правильно хотя бы на 3 вопроса. Найти функцию распределения индикатора события, что студент сдаст экзамен. (5 баллов)

33. (карточная игра) В карточной игре, когда колода из 32 карт (без шестёрок) раздаётся трём игрокам, получающим по 10 карт, две карты откладываются в сторону. Найти вероятность того, что отложенные в сторону карты окажутся семёрками. (5 баллов)

34. (независимость событий) Игральная кость подброшена дважды. Рассматриваются два события: $A = \{\text{число очков при первом бросании равно } 5\}$; $B = \{\text{сумма очков при двух бросаниях равна } 9\}$. Являются эти события независимыми? (5 баллов)

35. (к Новому Году) По случаю праздника на столе имеется пять бокалов с минеральной водой, три бокала с соком и два бокала с шампанским. К столу подошли семь студентов факультета ФКН, для которых эти напитки одинаково привлекательны, и выбрали по одному бокалу. Найти вероятность того, что на столе осталось по одному бокалу каждого напитка. (5 баллов)

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: письменного опроса и контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования, а также в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе контроля знаний на факультете компьютерных наук ВГУ.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.