

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
цифровых технологий



С.Д.Кургалин  
30.06.2018 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.Б.16 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

02.03.01 Математика и компьютерные науки

**2. Профиль подготовки/специализация:** для всех профилей

**3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** цифровых технологий

**6. Составители программы:** Клиских Александр Федотович, доктор физико-математических наук, профессор

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом факультета компьютерных наук (протокол № 6 от 25.06.2018)

**8. Учебный год:** 2019-2020

**Семестр(ы):** 4

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** обучение студентов построению статистических моделей случайных явлений, изучаемых естественными науками, анализу этих моделей, развитие у студентов навыков интерпретации результатов статистического анализа.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина относится к базовой части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины необходимо предварительное изучение математического анализа и теории вероятностей. Дисциплина является предшествующей для курсов «Теория информации», «Распознавание образов».

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.	<p>знать: принципы построения и анализа статистических моделей случайных явлений;</p> <p>уметь: решать стандартные задачи обработки данных;</p> <p>владеть: навыками самостоятельного выбора методов статистики для решения различных задач.</p>
ПК-3	Способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.	<p>знать: методы формулировки и доказательства математических утверждений;</p> <p>уметь: доказывать основные соотношения статистики;</p> <p>владеть: навыками интерпретации вероятностных конструкций, применяемых в статистике.</p>

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 3/108.**

**Форма промежуточной аттестации:** 4 семестр – зачёт с оценкой.

### 13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		4 сем.
Аудиторные занятия	50	50
в том числе: лекции	34	34
практические	16	16
лабораторные		
Самостоятельная работа	58	58
Экзамен		
Итого:	108	108

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Элементы математической статистики	Основные понятия математической статистики.
1.2	Вероятностные распределения, применяемые в статистике; точечные и интервальные оценки	Распределение Гаусса, гамма-распределение, распределение Стьюдента, распределение хи-квадрат. Метод максимального правдоподобия, доверительный интервал.
1.3	Проверка статистических гипотез; критерии согласия	Критерии согласия, критерий хи-квадрат.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Элементы математической статистики	Основные понятия математической статистики.
2.2	Вероятностные распределения, применяемые в статистике; точечные и интервальные оценки	Распределение Гаусса, гамма-распределение, распределение Стьюдента, распределение хи-квадрат. Метод максимального правдоподобия, доверительный интервал.
2.3	Проверка статистических гипотез; критерии согласия	Критерии согласия, критерий хи-квадрат.

#### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Элементы математической статистики	4	4		18	26
2	Вероятностные распределения, применяемые в статистике; точечные и интервальные оценки	16	6		20	42
3	Проверка статистических гипотез; критерии согласия	14	6		20	40
	Итого:	34	16		58	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Боровков А. А. Математическая статистика [Текст] : учеб. / А. А. Боровков. — Москва : Лань, 2010. — 704 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3810">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3810</a>
2	Кельберт, М. Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах / М.Я. Кельберт, Ю. М. Сухов — Москва : МЦНМО, 2010. — 560 с. — <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63156">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63156</a> >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Матальцкий, М. А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы / М. А. Матальцкий, Г. А. Хацкевич — Минск : Вышэйшая школа, 2012. — 720 с. — <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=136001">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=136001</a> >.
4	Колесникова, И. И. Статистика. Практикум / И.И. Колесникова, Г. В. Круглякова — Минск : Вышэйшая школа, 2011. — 288 с. — <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=109954">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=109954</a> >.
5	Грэхем Р. Конкретная математика. Основание информатики / Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник. - М. : Мир, 1998. - 704 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
6	<a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> –ЗНБ ВГУ

#### 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Сирота, Е. А. Пособие по решению задач по теории вероятностей и математической статистике / Е.А. Сирота, А.В. Флегель, А.Ф. Клиных. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. — Ч. 2 : Математическая статистика. – 32 с.
2	Кельберт, М. Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах / М.Я. Кельберт, Ю. М. Сухов — Москва : МЦНМО, 2010. — 560 с. — <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63156">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63156</a> >.

#### 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости) — нет

#### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: лекционная аудитория.

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС (средства оценивания)
ОПК-1	Знать: принципы построения и анализа статистических моделей случайных явлений.	Разделы 1-3	Письменный опрос
	Уметь: решать стандартные задачи обработки данных.	Разделы 1-3	Контрольная работа
	Владеть: навыками самостоятельного выбора методов статистики для решения различных задач.	Разделы 1-3	Контрольная работа
ПК-3	Знать: методы формулировки и доказательства математических утверждений.	Разделы 1-3	Письменный опрос
	Уметь: доказывать основные соотношения статистики.	Разделы 1-3	Контрольная работа
	Владеть: навыками интерпретации вероятностных конструкций, применяемых в статистике.	Разделы 1-3	Контрольная работа
<b>Промежуточная аттестация</b>			По результатам текущих аттестаций

### 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание принципов построения и анализа статистических моделей случайных явлений;
- 2) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;
- 3) умение решать стандартные задачи обработки данных;
- 4) умение доказывать основные соотношения статистики;
- 5) владение навыками самостоятельного выбора методов статистики для решения различных задач;
- 6) владение навыками интерпретации вероятностных конструкций, применяемых в статистике.

Для оценивания результатов обучения на зачёте с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает	Пороговый уровень	Удовлетворительно

неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.		
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	–	Неудовлетворительно

### 19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Перечень вопросов для письменного опроса

1. Основные понятия математической статистики.
2. Распределение Гаусса.
3. Гамма-распределение.
4. Распределение Стьюдента.
5. Распределение хи-квадрат.
6. Метод максимального правдоподобия.
7. Доверительный интервал.
8. Критерии согласия.
9. Критерий хи-квадрат.

#### 19.3.2 Комплект задач для контрольных работ

1. (производящая функция гамма-распределения) Даны случайные непрерывные величины  $U$  и  $X$  с плотностями распределения вероятностей

$$f_U(u) = \begin{cases} \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \cdot u^{\alpha-1} \cdot e^{-\lambda u}, & u \geq 0; \\ 0 & , u < 0 \end{cases} \quad f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x^2/2}$$

Найти: а) производящую функцию  $g_U(\theta) = M[e^{\theta U}]$ , б) производящую функцию

$g_{X^2}(\theta) = M[e^{\theta X^2}]$ , в) плотность распределения вероятностей  $f_{X^2}(x)$ .

2. (распределение  $\chi^2$ ) Даны  $X_1, X_2, \dots, X_n$  независимые, одинаково распределённые случайные величины с плотностью распределения вероятностей

$$f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x_i^2/2}.$$

Рассмотрим случайную величину  $\chi_n^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$ . Найти: а) производящую функцию

$g_{X_i}(\theta) = M[e^{\theta X_i}]$ , б) производящую функцию  $g_{\chi_n^2}(\theta) = M[e^{\theta \chi_n^2}]$ , в) плотность рас-

пределения вероятностей  $f_{\chi_n^2}(x)$ .

3. (повторяем важную задачу статистики) Даны  $X_1, X_2, \dots, X_n$  независимые, одинаково распределённые случайные величины с плотностью распределения вероятностей

$$f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-x_i - \mu^2 / 2\sigma^2}.$$

Рассмотрим случайные величины  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i; S = \sum_{i=1}^n X_i - \bar{X}^2$ .

Доказать следующие равенства: а)  $M[X_i] = \mu$ ; б)  $D[X_i] = \sigma^2$ ; в)  $M[\bar{X}] = \mu$ ;

г)  $D[\bar{X}] = \frac{\sigma^2}{n}$ ; д)  $M[S] = \sigma^2 \cdot n - 1$ .

4. (распределение  $\chi^2$ ) Даны  $X_1, X_2, \dots, X_n$  независимые, одинаково распределённые случайные величины с плотностью распределения вероятностей

$$f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x_i^2/2}.$$

Рассмотрим случайную величину  $\chi_n^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$ . Найти: а) производящую функцию

$g_{X_i}(\theta) = M[e^{\theta X_i}]$ , б) производящую функцию  $g_{\chi_n^2}(\theta) = M[e^{\theta \chi_n^2}]$ ,

в) плотность распределения вероятностей  $f_{\chi_n^2}(x)$ .

5. (метод максимального правдоподобия) Сформулировать алгоритм метода максимального правдоподобия.

6. (распределение  $\chi^2$ ) Даны  $X_1, X_2, \dots, X_n$  независимые, одинаково распределённые случайные величины с плотностью распределения вероятностей

$$f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x_i^2/2}.$$

Рассмотрим случайную величину  $\chi_n^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$ . Найти: а) производящую функцию

$$g_{X_i}(\theta) = M[e^{\theta X_i}], \text{ б) производящую функцию } g_{\chi_n^2}(\theta) = M[e^{\theta \chi_n^2}],$$

в) плотность распределения вероятностей  $f_{\chi_n^2}(x)$ .

7. (критерий согласия  $\chi^2$ ) Сформулировать алгоритм проверки гипотез на основе критерия согласия  $\chi^2$ .

#### 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: письменного опроса и контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования, а также в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе контроля знаний на факультете компьютерных наук ВГУ.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.