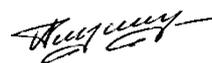


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.В. Глушко
03.07.2018

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.04 Асимптотики решений дифференциальных уравнений

Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:

01.04.01 Математика

2. Профиль подготовки /специализация/ магистерская программа:

Дифференциальные уравнения, Динамические системы и оптимальное управление

3. Квалификация (степень) выпускника: Магистр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Провоторов Вячеслав Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор по кафедре уравнений в частных производных и теории вероятностей, доцент

(ФИО, ученая степень, ученое звание)

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-07 от 03.07.18

(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола,

отметки о продлении вносятся вручную)

8. Учебный год: 2018/2019

Семестры 1

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Целью освоения курса «Асимптотики решений дифференциальных уравнений» является изложение ряда методов построения асимптотических решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассмотрены метод ВКБ (Г.Вентцель, Г.Крамер, Л.Бриллюэнт), метод Линдштедта-Пуанкаре, метод Крылова-Боголюбова, метод усреднения. Рассмотрена задача на собственные значения для уравнения без точек поворота. Особое внимание уделено методу ВКБ.

Полученные знания позволят студентам широко и полно применять математические методы при изучении реальных процессов и объектов, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных.

Задачами изучения дисциплины выступает приобретение в рамках освоения теоретического и практического материала по дисциплине

Знаний:

- основных методов построения асимптотических решений обыкновенных дифференциальных уравнений при решения задач математической физики, описывающих различные процессы механической природы

Умений:

- использовать методы построения асимптотических решений обыкновенных дифференциальных уравнений и результаты из различных областей анализа при исследовании решения задач математической физики

Навыков:

- основ применения методов построения асимптотических решений обыкновенных дифференциальных уравнений в изучении реальных процессов и объектов с целью нахождения решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: (цикл, к которому относится дисциплина, требования к входным знаниям, умениям и компетенциям, дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей)

Дисциплина входит в модуль (Б1), вариативной его части, обязательные дисциплины (Б1. В.ОД).

Приступая к изучению данной дисциплины, студент должен иметь теоретическую и практическую подготовку по

- математическому анализу;
- функциональному анализу;
- дифференциальным уравнениям;
- уравнениям с частными производными;
- уравнениям математической физики

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	ПК-1: способность к интенсивной научно-исследовательской работе,	Знать: основные задачи в области обыкновенных дифференциальных уравнений, используемые при анализе задач для уравнений с частными производными, описывающих различные процессы физической природы Уметь: использовать фундаментальные знания в построении и исследовании решений обыкновенных дифференциальных уравнений . Владеть: методами математического моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего применения

ПК-2	способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом;	Знать: структуру научно-исследовательских работ, основы организации научных семинаров Уметь: определять тематику научного исследования Владеть: методами научного исследования
ПК-3	способность публично представить собственные новые научные результаты.	Знать: методы математического моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего исследования Уметь: публично представить собственные новые научные результаты Владеть: различными способами визуализации своих научных результатов (доклад, презентация, научная статья)

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 4 / 144.

Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) экзамен

13. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость				
	Всего	По семестрам			
		1	2	3	4
Аудиторные занятия	44	44			
В том числе: лекции	16	16			
практические	32	32			
лабораторные	-				
Самостоятельная работа	60	60			
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – <u>36</u> час.)		Экзамен - 36			
Итого:	144	144			

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Асимптотическое поведение решений линейных дифференциальных уравнений второго порядка	Эвристические соображения. Основные оценки метода ВКБ. Асимптотика решений при больших значениях параметра Осциллирующие решения, теорема об асимптотиках линейно независимых решений. Неосциллирующие решения, теорема об асимптотиках линейно независимых решений. Осциллирующие и неосциллирующие решения в частном случае вида коэффициента при искомой функции.

1.2	Теория возмущений. Некоторые методы построения локальных асимптотических разложений	<p>Регулярная теория возмущений. Точное решение уравнения Дюффинга. Метод Линдштедта-Пуанкаре, пример решения автономного уравнения второго порядка со слабой нелинейностью общего вида.</p> <hr/> <p>Метод Крылова-Боголюбова, изучение колебаний, амплитуда которых меняется со временем. Метод усреднения. Поведение решения задачи Коши для неавтономного уравнения со слабой нелинейностью при $\varepsilon \rightarrow 0$ на большом интервале времени порядка ε^{-1}...</p>
1.3	Применение и трактовка метода ВКБ	<p>Постановка задачи для дифференциального уравнения второго порядка с малым параметром при старшей производной, $\varepsilon d^2 y / dx^2 + V(x)y = 0$. Примеры моделей математической физики, которые приводят такому типу уравнений. Схема метода ВКБ, два случая: $V(x) > 0$ и $V(x) < 0$. Задача на собственные значения для уравнения без точек поворота.</p> <hr/> <p>Асимптотическое решение краевой задачи для уравнения без точек поворота с граничными условиями $y(0, \varepsilon) = A, y(1, \varepsilon) = B$.</p> <hr/> <p>Задача рассеяния</p>
2. Практические занятия		
2.1	Асимптотическое поведение решений линейных дифференциальных уравнений второго порядка	<p>Основные оценки метода ВКБ. Асимптотика решений при больших значениях параметра.</p> <hr/> <p>Осциллирующие решения, теорема об асимптотиках линейно независимых решений. Неосциллирующие решения, теорема об асимптотиках линейно независимых решений.</p> <hr/> <p>Осциллирующие и неосциллирующие решения в частном случае вида коэффициента при искомой функции.</p> <p>Контрольная работа № 1</p>
2.2	Теория возмущений. Некоторые методы построения локальных асимптотических разложений	<p>Задача Коши для уравнения Дюффинга. Точное решение уравнения Дюффинга. Метод Линдштедта-Пуанкаре, пример решения автономного уравнения второго порядка со слабой нелинейностью общего вида, пример решения задачи Коши для уравнения Дюффинга.</p> <hr/> <p>Метод Крылова-Боголюбова, изучение колебаний, амплитуда которых меняется со временем. Пример уравнения Ван-дер-Поля со слабой нелинейностью. Метод усреднения, поведение решения задачи Коши для неавтономного уравнения со слабой нелинейностью при $\varepsilon \rightarrow 0$ на большом интервале времени порядка ε^{-1}, пример. Построение асимптотики с помощью метода усреднения уравнения Ван-дер-Поля, записанного в виде системы уравнений</p> <p>Контрольная работа № 2</p>
2.3	Применение и трактовка метода ВКБ.	Примеры построения асимптотических решений для дифференциального уравнения второго порядка с малым параметром при старшей

	производной, $\varepsilon d^2 y / dx^2 + V(x)y = 0$.
	Применение схемы метода ВКБ для двух случаев: $V(x) > 0$ и $V(x) < 0$. Задача на собственные значения для уравнения без точек поворота.
	Асимптотическое решение краевой задачи для уравнения без точек поворота с граничными условиями $y(0, \varepsilon) = A, y(1, \varepsilon) = B$. Задача рассеяния

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практически	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Асимптотическое поведение решений линейных дифференциальных уравнений второго порядка.	6	8		20	34
2	Теория возмущений. Некоторые методы построения локальных асимптотических разложений	4	14		20	38
3	Применение и трактовка метода ВКБ.	6	10		20	36
	Контроль					36
	Итого:	16	32		60	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. Практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении дисциплины.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных аттестационных испытаний студенту рекомендуется:

- выполнять все виды работ, предусмотренных рабочим учебным планом по дисциплине;
- посещать аудиторные лабораторные занятия;
- сдать реферат по одной из выбранных тем.

При подготовке к практическим работам рекомендуется использование учебной литературы, дополнительных файлов с теоретическим материалом по изучаемым темам, выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке и самостоятельной работе в аудитории.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
01	Сабитов К.Б. Уравнения математической физики. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 352 с. // «Универсальная библиотека online: Электронно-библиотечная система. – URL: http://biblioclub.ru
02	Ильин А.М. Асимптотические методы в анализе / А.М. Ильин, А.Р. Данилин. – М. : Физматлит, 2009. – 248 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
03	Глушко А.В. Асимптотики решений дифференциальных уравнений / А.В. Глушко, В.П. Глушко. – Воронеж, 2002. – № 185. – 44 с.
04	Найфэ А. Введение в методы возмущений / А. Найфэ. – М. : Мир, 1984. – 535 с.
05	Вайнберг Б.Р. Асимптотические методы в уравнениях математической физики / Б.Р.Вайнберг. – М. : МГУ, 1982. – 296 с.
06	Глушко, А.В. Асимптотические методы в задачах гидродинамики / А.В.Глушко .— Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2003 .— 300 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
07	http://eqworld.ipmnet.ru – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
08	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
09	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Самостоятельная работа с учебниками, учебно-методическими материалами, научной, справочной литературой, ресурсами сети Internet является наиболее эффективным методом получения знаний.

№ п/п	Источник
1	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
2	http://mschool.kubsu.ru – библиотека электронных учебных пособий.(http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm)
3	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – (http:// www.lib.vsu.ru/)

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование учебной аудитории.
2. Зональная научная библиотека.

19. Фонд оценочных средств**19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	Знает: основные задачи в области обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих различные процессы физической природы Умеет: использовать фундаментальные знания (асимптотические методы) в построения и исследования решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Владеет: необходимыми методами математического моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего применения	Темы 1-3	Реферат, тестовые задания. Контрольные работы
ПК-2: способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом	Знает: структуру научно-исследовательских работ, основы организации научных семинаров Умеет: определять тематику научного исследования Владеет: методами научного исследования	Темы 1-3	Реферат, тестовые задания. Контрольные работы
ПК-3: способностью публично представить собственные новые	Знает: методы математического и моделирования при	Темы 1-3	Реферат, тестовые задания.

научные результаты.	анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего исследования Умеет: публично представить собственные новые научные результаты Владеет: различными способами визуализации своих научных результатов (доклад, презентация, научная статья)		
Промежуточная аттестация: экзамен			Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации

* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Самостоятельная работа студентов по учебной дисциплине «Асимптотики решений дифференциальных уравнений» предполагает изучение и конспектирование рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам семинарских и практических занятий, а также самостоятельное освоение понятийного аппарата и выполнение ряда практических заданий, выдаваемых студентам преподавателем на семинарских занятиях

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем для получения допуска к зачету и экзамену.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Оценка «отлично» выставляется в любом из трех случаев: 1. Выполнение пяти требований к ответу на каждый вопрос экзаменационного билета: 1) правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, законов, закономерностей, принципов; опора при ответе на исходные методологические положения; анализ основных теоретических материалов, описанных в различных источниках, связь теории с практикой; иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах); 2) логическая последовательность изложения материала в процессе ответа; 3) грамотное изложение материала на высоком научном уровне, высокая культура речи; 4) наличие полных и обоснованных выводов; 5) демонстрация собственной профессиональной позиции (творческое применение знаний в практических ситуациях, демонстрация убежденности, а не безразличия; демонстрация умения	Базовый	«отлично»

<p>сравнивать, классифицировать, обобщать).</p> <p>2. Невыполнение одного из перечисленных требований (к одному из вопросов экзаменационного билета) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>3. Невыполнение двух из перечисленных требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p>		
<p>Оценка «хорошо» выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Невыполнение одного из требований к ответу (к одному из вопросов экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>2. Невыполнение двух требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>3. <i>Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильные ответы не менее, чем на два дополнительных вопроса в пределах программы.</i></p>	Базовый	«хорошо»
<p>Оценка «удовлетворительно» выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Невыполнение двух требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p> <p>2. Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>3. <i>Невыполнение четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильные ответы не менее, чем на два дополнительных вопроса в пределах программы.</i></p>	Базовый	«удовлетворительно»
<p>Оценка «неудовлетворительно» выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Невыполнение более четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного</p>	-	«неудовлетворительно»

<p>билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1).</p> <p>2. Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p> <p>3. <i>Невыполнение четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один из не менее двух дополнительных вопросов в пределах программы.</i></p>		
--	--	--

19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

1	Эвристические соображения. Основные оценки метода ВКБ.
2	Асимптотика решений при больших значениях параметра..
3	Осциллирующие решения, теорема об асимптотиках линейно независимых решений.
4	Неосциллирующие решения, теорема об асимптотиках линейно независимых решений.
5	Регулярная теория возмущений.
6	Точное решение уравнения Дюффинга.
7	Метод Линдштедта-Пуанкаре,
8	Пример решения автономного уравнения второго порядка со слабой нелинейностью общего вида.
9	Метод Крылова-Боголюбова, изучение колебаний, амплитуда которых меняется со временем.
10	Метод усреднения.
11	Поведение решения задачи Коши для неавтономного уравнения со слабой нелинейностью при $\varepsilon \rightarrow 0$ на большом интервале времени порядка ε^{-1} ...
12	Постановка задачи для дифференциального уравнения второго порядка с малым параметром при старшей производной, $\varepsilon d^2 y / dx^2 + V(x)y = 0$.
13	Примеры моделей математической физики, которые приводят такому типу уравнений.
14	Задача на собственные значения для уравнения без точек поворота.
15	Асимптотическое решение краевой задачи для уравнения без точек поворота с граничными условиями $y(0, \varepsilon) = A, y(1, \varepsilon) = B$.
16	Задача рассеяния

19.3.2 Перечень практических заданий

19.3.3 Тестовые задания

1. Асимптотические формулы решений уравнения $y'' - k^2 q(x)y = 0$ на отрезке $I = [a; b]$ при $k \rightarrow +\infty$.

Варианты ответов

Ном ер отв	1	2	3
------------------	---	---	---

эта			
Ответ	$y_{1,2} \approx$ $\approx q^{-1/4}(x) \exp[\pm k \int_c^x \sqrt{q(t)} dt]$	$y_{1,2} \approx$ $\approx q^{-1/4}(x) \exp[k \int_c^x \sqrt{q(t)} dt]$	нет правильног о ответа

2 Для уравнения второго порядка $y'' + xy' + k^2 x^2 y = 0$ выяснить поведение решений при $k \rightarrow +\infty$.

3. Сформулировать утверждение теоремы об асимптотическом представлении решений уравнения $y'' + k^2 q(x)y = 0, k \rightarrow \infty$.

Варианты ответов

Номер ответа	1	2
Ответ	$y_{1,2} = q^{-1/4}(x) \times$ $\times \exp\{\pm ik \int_{x_0}^x \sqrt{q(t)} dt\} + \frac{\varepsilon_{1,2}(x, k)}{k}$.	$y_{1,2} = q^{-1/4}(x) \times$ $\times \exp\{\pm ik \int_{x_0}^x \sqrt{q(t)} dt\} [1 + \frac{\varepsilon_{1,2}(x, k)}{k}]$.

Контрольно-измерительный материал № 1

1. (Метод ВКБ) Построить асимптотическое решение уравнения

$$y'' + xy' + k^2 x^2 y = 0 \text{ на отрезке } [0, 1].$$

2. (Метод Крылова-Боголюбова) Найти асимптотику периодических решений уравнения

$$\ddot{x} + 9x = \sin t + \varepsilon(x - x^3).$$

19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ

19.3.5. Темы курсовых работ

19.3.6 Темы рефератов

1. Теорема об асимптотиках линейно независимых осциллирующих решений
2. Теорема об асимптотиках линейно независимых неосциллирующих решений
3. Точное решение уравнения Дюффинга.
4. Решение автономного уравнения второго порядка со слабой нелинейностью общего вида.
5. Метод ВКБ для случая $V(x) > 0$
6. Метод ВКБ для случая $V(x) < 0$
7. Краевая задача для уравнения без точек поворота с граничными условиями $y(0, \varepsilon) = A, y(1, \varepsilon) = B$
8. Задача Коши для уравнения Дюффинга.

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующих формирование компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Текущая аттестация проводится в форме выполнения тестовых заданий и написания реферата на одну из предложенных тем.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков. Критерии оценивания приведены выше.