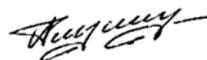


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.В. Глушко
03.07.2018.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.06 Применение вариационного исчисления к исследованию решений
дифференциальных уравнений

Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:

01.04.01 Математика

2. Профиль подготовки / специализация/магистерская программа:

Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление

3. Квалификация (степень) выпускника: Магистр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в
частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Провоторов Вячеслав Васильевич доктор физико-
математических наук, доцент кафедры уравнений в частных производных и теории
вероятностей, kuchp@math.vsu.ru

(ФИО, ученая степень, ученое звание)

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета,
протокол № 0500-07 от 03.07.18

(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола,

отметки о продлении вносятся вручную)

8. Учебный год: 2018/2019

Семестры 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Целью освоения курса «Применение вариационного исчисления к исследованию решений дифференциальных уравнений» является изложение методов вариационного исчисления применительно к исследованию решений (слабых решений) дифференциальных уравнений. Рассматривается задача Дирихле с однородным краевым условием, строится энергетическое пространство задачи Дирихле, показывается, что слабое решение задачи Дирихле является обобщенным решением в смысле теории обобщенных функций. Приведены условия дифференцируемости в обобщенном смысле слабого решения уравнения Лапласа. Аналогичное исследование проводится для задачи Неймана с однородным и неоднородными краевыми условиями.

Полученные знания позволят студентам широко и полно применять математические методы при изучении реальных процессов и объектов, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных.

Задачами изучения дисциплины выступает приобретение в рамках освоения теоретического и практического материала по дисциплине

Знаний:

- основных методов вариационного исчисления применительно к исследованию решений (слабых решений) задач математической физики, описывающих различные процессы механической природы

Умений:

- использовать методы построения слабых решений дифференциальных уравнений в частных производных и результаты из различных областей анализа при исследовании решения задач математической физики

Навыков:

- основ применения методов построения слабых решений дифференциальных уравнений в частных производных в изучении реальных процессов и объектов с целью нахождения решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: (цикл, к которому относится дисциплина, требования к входным знаниям, умениям и компетенциям, дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей)

Дисциплина входит в модуль (Б1), вариативной его части, обязательные дисциплины (Б1. В.ОД).

Приступая к изучению данной дисциплины, студент должен иметь теоретическую и практическую подготовку по

- математическому анализу;
- функциональному анализу;
- дифференциальным уравнениям;
- уравнениям с частными производными;
- уравнениям математической физики

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

| Компетенция | | Планируемые результаты обучения |
|-------------|---|--|
| Код | Название | |
| ОК-1 | способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу | Знать: основные задачи в области нелинейных уравнений с частными производными. Уметь: анализировать методы построения и исследования решений нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными Владеть: методами математического и |

| | | |
|-------|--|--|
| | | моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего применения |
| ОК-3 | готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала | Знать: основные задачи в области нелинейных уравнений с частными производными. Уметь: самостоятельно анализировать методы построения и исследования решений нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными Владеть: методами математического и моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего применения |
| ОПК-1 | Способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики | Знать: современную проблематику выбранного научного направления, комплекс научно-исследовательских работ Уметь: определять тематику научного исследования Владеть: методами научного исследования |
| ОПК-2 | Способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках | Знать: основные методы и подходы при проведении научно-исследовательских работ Уметь: точно определять тематику научного исследования Владеть: методами научного исследования |
| ОПК-3 | Готовность самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов | Знать: основные методы формирования прикладных программных средств для математического моделирования физических и механических задач Уметь: реализовать собственные новые научные результаты Владеть: различными способами представления своих научных результатов |
| ПК-1 | Способность к интенсивной научно-исследовательской работе | Знать: основные методы математического анализа математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего исследования Уметь: применять полученные знания в анализе математических моделей Владеть: различными способами представления своих научных результатов (доклад, презентация, научная статья) |

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 3 / 108

Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) зачет

13. Виды учебной работы

| Виды учебной работы | Трудоемкость | | | | |
|---------------------|--------------|--------------|------------|------------|------------|
| | Всего | По семестрам | | | |
| | | № семестра | № семестра | № семестра | № семестра |
| Аудиторные занятия | 44 | 44 | | | |
| В том числе: лекции | 18 | 18 | | | |
| практические | - | - | | | |

| | | | | | |
|--|-------|-------|--|--|--|
| лабораторные | 26 | 26 | | | |
| Самостоятельная работа | 64 | 64 | | | |
| Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – ____ час.) | зачет | зачет | | | |
| Итого: | 108 | 108 | | | |

13.1. Содержание дисциплины

| п/п | Наименование раздела дисциплины | Содержание раздела дисциплины |
|--------------------------------|--|---|
| 1. Лекции | | |
| 1.1 | Задача Дирихле с однородным краевым условием | Краевая задача для эллиптического уравнения второго порядка. Оператор краевой задачи, свойства. Функционал краевой задачи, слабые решения. Пример |
| 1.2 | Энергетическое пространство задачи Дирихле | Энергетическое пространство, структура, эквивалентность норм. Локальная суммируемость слабых решений, следствия |
| 1.3 | Задача Дирихле для однородного уравнения | Однородная задача, однородный квадратичный функционал. Следствие Эквивалентность вариационной задаче, |
| 1.4 | Вторые производные слабого решения уравнения Лапласа | Теорема о гармоничности слабого решения.. Продолжимость решения, условия продолжимости |
| 1.5 | Функция Грина | Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Основные теоремы. Свойства функции Грина (симметричность, гармоничность). |
| 1.6 | Задача Неймана с однородным краевым | Задача Неймана, оператор краевой задачи, свойства. Единственность решения задачи Неймана (неравенство Пуанкаре). Минимум функционала на слабом решении. Задача Неймана для уравнения Лапласа. |
| 1.7 | Задача Неймана с неоднородным краевым условием | Задача Неймана с неоднородными краевыми условиями, условия разрешимости. Связь с решением вариационной задачи, слабое решение Задача Неймана для произвольного уравнения, свойства |
| 3. Лабораторные занятия | | |

| | | |
|-----|--|---|
| 3.1 | Задача Дирихле с однородным краевым условием | Оператор краевой задачи, свойства. Функционал краевой задачи, слабые решения Пример задачи Дирихле для уравнения Лапласа и связь с вариационной задачей. |
| 3.2 | Энергетическое пространство задачи Дирихле | Энергетическое пространство, структура, эквивалентность норм. Неравенства и оценки слабых решений. Следствия |
| 3.3 | Задача Дирихле для однородного уравнения | Однородная задача, однородный квадратичный функционал. Следствие. Эквивалентность вариационной задаче, |
| 3.4 | Вторые производные слабого решения уравнения Лапласа | Гармоничность слабого решения. Продолжимость решения, условия продолжимости |
| 3.5 | Функция Грина | Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Основные теоремы. Свойства функции Грина |
| 3.6 | Задача Неймана с однородным краевым | Задача Неймана, оператор краевой задачи, свойства. Единственность решения задачи Неймана (неравенство Пуанкаре). Минимум функционала на слабом решении. Задача Неймана для уравнения Лапласа. Задача Неймана с неоднородными краевыми условиями, условия разрешимости. |
| 3.7 | Задача Неймана с неоднородным краевым условием | Связь с решением вариационной задачи, слабое решение Задача Неймана для произвольного уравнения, свойства Контрольная работа |

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины | Виды занятий (часов) | | | | |
|-------|--|----------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
| | | Лекции | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа | Всего |
| 1 | Задача Дирихле с однородным краевым условием | 2 | | 4 | 8 | 14 |
| 2 | Энергетическое пространство | 2 | | 5 | 10 | 17 |

| | | | | | | |
|---|--|----|--|----|----|-----|
| | задачи Дирихле | | | | | |
| 3 | Задача Дирихле для однородного уравнения | 2 | | 5 | 10 | 17 |
| 4 | Вторые производные слабого решения уравнения Лапласа | 2 | | 2 | 10 | 14 |
| 5 | Функция Грина | 3 | | 3 | 10 | 16 |
| 6 | Задача Неймана с однородным краевым условием | 4 | | 4 | 10 | 18 |
| 7 | Задача Неймана с неоднородным краевым условием | 3 | | 3 | 10 | 16 |
| | Итого: | 18 | | 26 | 68 | 108 |

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. Лабораторные занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении дисциплины.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных аттестационных испытаний студенту рекомендуется:

- выполнять все виды работ, предусмотренных рабочим учебным планом по дисциплине;
- посещать аудиторные лабораторные занятия;
- сдать реферат по одной из выбранных тем.

При подготовке к лабораторным работам рекомендуется использование учебной литературы, дополнительных файлов с теоретическим материалом по изучаемым темам, выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке и самостоятельной работе в аудитории.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|--|
| 01 | Сабитов К.Б. Уравнения математической физики. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 352 с. // «Универсальная библиотека online: Электронно-библиотечная система. – URL: http://biblioclub.ru |
| 02 | Владимиров В.С. Уравнения математической физики : учебник для студ. вузов / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов.— Изд. 2-е, стер. — М. : Физматлит, 2008 .— 398 с. |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 03 | Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. : М. Высшая школа. 1977. – 423 с. |

| | |
|----|---|
| 04 | Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.4 / В.И. Смирнов. – М.: Наука, 1974. -- 336 с. |
|----|---|

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 07 | http://eqworld.ipmnet.ru – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений |
| 08 | http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ |
| 09 | http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания |

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Самостоятельная работа с учебниками, учебно-методическими материалами, научной, справочной литературой, ресурсами сети Internet является наиболее эффективным методом получения знаний.

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 1 | http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания |
| 2 | http://mschool.kubsu.ru – библиотека электронных учебных пособий. (http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm) |
| 3 | Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – (http:// www.lib.vsu.ru/) |

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование учебной аудитории.
2. Зональная научная библиотека.

19. Фонд оценочных средств

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

| Код и содержание компетенции (или ее части) | Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков) | Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование) | ФОС* (средства оценивания) |
|---|---|---|--|
| ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе | <p>Знать: основные задачи в области дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих различные процессы физической природы</p> <p>Уметь: использовать фундаментальные знания (вариационные методы) в построения и исследования слабых решений дифференциальных уравнений в частных производных.</p> <p>Владеть: необходимыми методами математического моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего применения</p> | Темы 1-3 | Реферат, тестовые задания. |
| ПК-2: способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом | <p>Знать: структуру научно-исследовательских работ, основы организации научных семинаров</p> <p>Уметь: определять тематику научного исследования</p> <p>Владеть: методами научного исследования</p> | Темы 3-5 | Реферат, тестовые задания. |
| ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты. | <p>Знать: методы математического и моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего исследования</p> <p>Уметь: публично представить собственные новые научные результаты</p> <p>Владеть: различными способами визуализации своих научных результатов (доклад, презентация, научная статья)</p> | Темы 5-7 | Реферат, тестовые задания. Контрольная работа |
| Промежуточная аттестация: зачет | | | Контрольно-измерительные материалы промежуточной |

* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Самостоятельная работа студентов по учебной дисциплине «Асимптотики решений дифференциальных уравнений» предполагает изучение и конспектирование рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам семинарских и практических занятий, а также самостоятельное освоение понятийного аппарата и выполнение ряда практических заданий, выдаваемых студентам преподавателем на семинарских занятиях

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем для получения допуска к зачету и экзамену.

19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

| Критерии оценивания компетенций | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок |
|--|--------------------------------------|------------------|
| <p>Оценка «зачтено» выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Выполнение трех из пяти требований к ответу на каждый вопрос КИМ:</p> <p>1) правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, законов, закономерностей, принципов; опора при ответе на исходные методологические положения; анализ основных теоретических материалов, описанных в различных источниках, связь теории с практикой; иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах);</p> <p>2) логическая последовательность изложения материала в процессе ответа;</p> <p>3) грамотное изложение материала на высоком научном уровне, высокая культура речи;</p> <p>4) наличие полных и обоснованных выводов;</p> <p>5) демонстрация собственной профессиональной позиции (творческое применение знаний в практических ситуациях, демонстрация убежденности, а не безразличия; демонстрация умения сравнивать, классифицировать, обобщать).</p> <p>2. Невыполнение более трех из перечисленных требований (к одному из вопросов КИМ) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>3. Невыполнение трех из перечисленных требований (либо трех к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу КИМ) и правильные ответы на два дополнительных</p> | Базовый | «зачтено» |

| | | |
|--|---|--------------|
| вопроса в пределах программы. | | |
| Оценка «незачтено» выставляется в любом из трех случаев: 1. Невыполнение более трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «зачтено» (п.1). 2. Невыполнение более трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «зачтено» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы. 3. <i>Невыполнение более трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «зачтено» (п.1), и правильный ответ только на один из не менее двух дополнительных вопросов в пределах программы.</i> | - | «не зачтено» |

19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к зачету:

| | |
|----|---|
| 1 | Оператор краевой задачи, свойства. |
| 2 | Функционал краевой задачи, слабые решения. |
| 3 | Пример задачи Дирихле для уравнения Лапласа и связь с вариационной задачей. |
| 4 | Энергетическое пространство, структура, эквивалентность норм.. |
| 5 | Неравенства и оценки слабых решений. Следствия |
| 6 | Однородная задача, однородный квадратичный функционал. Следствие. |
| 7 | Эквивалентность вариационной задаче, |
| 8 | Гармоничность слабого решения. |
| 9 | Продолжимость решения, условия продолжимости. |
| 10 | Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. |
| 11 | Основные теоремы. Свойства функции Грина ... |
| 12 | Задача Неймана, оператор краевой задачи, свойства. |
| 13 | Единственность решения задачи Неймана (неравенство Пуанкаре). |
| 14 | Минимум функционала на слабом решении. Задача Неймана для уравнения Лапласа |
| 15 | Задача Неймана с неоднородными краевыми условиями, условия разрешимости. |

19.3.2 Перечень практических заданий

19.3.3 Тестовые задания

1. Рассматривается краевая задача Дирихле для уравнения Лапласа

$$-\Delta u = f(x), \quad u|_{\partial\Pi} = 0 \text{ в параллелепипеде } \Pi = \{x = (x_1, x_2) : 0 \leq x_1 \leq a, 0 \leq x_2 \leq b\}.$$

- 1). В энергетическом пространстве оператора L , порожденного задачей Дирихле, построить полную и ортонормированную систему функций.
 2). Дать определение слабого решения задачи Дирихле и построить его.

2. Знак всех собственных чисел матрицы старших коэффициентов эллиптического дифференциального выражения. Выбрать ответ.

Варианты ответов:

| | | | | |
|--------------|---|---|--------------|------------------------|
| Номер ответа | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Ответ | + | - | Одного знака | нет правильного ответа |

3. Слабое решение задачи Неймана $-\frac{\partial}{\partial x_j} \left(A_{jk}(x) \frac{\partial u}{\partial x_k} \right) = 0$, $A_{jk} \frac{\partial u}{\partial x_k} \cos(\nu, x_j)|_{\partial\Omega} = h(x)$ определяется как функция из пространства (выбрать правильный ответ), удовлетворяющая интегральному тождеству

$$\int_{\Omega} \left(A_{jk} \frac{\partial u}{\partial x_k} \frac{\partial \eta}{\partial x_j} + C u \eta \right) dx - \int_{\Omega} h \eta dx = 0 \quad \text{для любого } \eta \in W_2^1(\Omega).$$

Варианты ответов:

| | | | | |
|--------------|-----------------|---------------|---------------|------------------------|
| Номер ответа | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Ответ | $W_2^1(\Omega)$ | $C^1(\Omega)$ | $L_2(\Omega)$ | нет правильного ответа |

Контрольно-измерительный материал № 2

1. В определении положительной определенности оператора A присутствует неравенство $(Au, u) \geq \gamma^2 \|u\|^2$ (выбрать правильный ответ).

Варианты ответов

| | | | | |
|--------------|----|-----|---------------------------------|------------------------|
| Номер ответа | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Ответ | да | нет | $(Au, u) \leq \gamma^2 \ u\ ^2$ | нет правильного ответа |

2. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в области Ω имеет представление $G(x, s) = \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i(x) \omega_i(s)$, где $\{\omega_i(x)\}$ – полная и ортонормированная система в (продолжить, выбрав правильный ответ).

Варианты ответов

| | | | | |
|--------------|------------------------------|--|----------------------------------|------------------------|
| Номер ответа | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Ответ | пространстве $L_2(\Omega)$. | энергетическом пространстве оператора задачи | пространстве $W_{2,0}^2(\Omega)$ | нет правильного ответа |

3. Задача Неймана $-\frac{\partial}{\partial x_j} \left(A_{jk}(x) \frac{\partial u}{\partial x_k} \right) = f(x)$, $A_{jk} \frac{\partial u}{\partial x_k} \cos(\nu, x_j)|_{\partial\Omega} = 0$ разрешима тогда и только тогда, когда (выбрать правильный ответ).

Варианты ответов

| | | | | |
|--------------|-------------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|------------------------|
| Номер ответа | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Ответ | $\int_{\partial\Omega} f(x) dx = 0$ | $\int_{\Omega} f(x) dx = 0$ | $\int_{\Omega} f(x) u(x) dx = 0$ | нет правильного ответа |

19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ

19.3.5. Темы курсовых работ

19.3.6 Темы рефератов

1. Функционал краевой задачи, слабые решения.
2. Энергетическое пространство, структура, эквивалентность норм
3. Однородная задача, однородный квадратичный функционал..
4. Продолжимость решения, условия продолжимости
5. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
6. Задачи Дирихле для уравнения Лапласа, вариационная задача, построение слабого решения
7. Задача Неймана для уравнения Лапласа.
8. Задача Неймана с неоднородными краевыми условиями, условия разрешимости

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующих формирование компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Текущая аттестация проводится в форме выполнения тестовых заданий и написания реферата на одну из предложенных тем.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков. Критерии оценивания приведены выше.