

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко  
03.07.2018

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.В.ДВ.06.01 Обобщенные собственные функции краевых задач на геометрическом графе

*Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом*

**1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:**

01.04.01 Математика

**2. Профиль подготовки / специализация/магистерская программа:**

Дифференциальные уравнения, Динамические системы и оптимальное управление

**3. Квалификация (степень) выпускника:** Магистр

**4. Форма обучения:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

**6. Составители программы:** Провоторов Вячеслав Васильевич доктор физико-математических наук, доцент кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, kuchp@math.vsu.ru

*(ФИО, ученая степень, ученое звание)*

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-07 от 03.07.18

*(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола,*

*отметки о продлении вносятся вручную)*

**8. Учебный год:** 2019/2020

**Семестры** 4

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** Целью освоения курса «Обобщенные собственные функции краевых задач на геометрическом графе» является изложение метода перехода от классических постановок краевых задач к обобщенным. Для обобщенных решений, принадлежащих соболевскому пространству, получено энергетическое неравенство, используемое при доказательстве теоремы единственности для обобщенной краевой задачи, из которой следует теорема существования решения ее для любой правой части -- первая теорема Фредгольма. Теорема единственности нарушается только для некоторого не более чем счетного множества значений спектрального параметра (собственные значения задачи), для которых исследуется вопрос их кратности -- вторая теорема Фредгольма. Анализируются необходимые и достаточные условия разрешимости краевой задачи для собственных значений -- третья теорема Фредгольма, установлены условия разложения по обобщенным собственным функциям.

Полученные знания позволят студентам широко и полно применять математические методы при изучении реальных процессов и объектов, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных.

Задачами изучения дисциплины выступает приобретение в рамках освоения теоретического и практического материала по дисциплине

**Знаний:**

- основных методов получения разложений решений обыкновенных дифференциальных уравнений по ортонормированной системе функций краевых задач для уравнений математической физики, описывающих различные процессы механической природы

**Умений:**

- использовать методы математического и алгоритмического моделирования при изучении реальных процессов и объектов с целью нахождения эффективных решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля;

**Навыков:**

- основ применения фундаментальных математических знаний и творческих навыков для быстрой адаптации к новым задачам, возникающим в процессе развития вычислительной техники и математических методов.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** (цикл, к которому относится дисциплина, требования к входным знаниям, умениям и компетенциям, дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей)

Дисциплина входит в модуль (Б1), вариативной его части, обязательные дисциплины (Б1. В.ОД).

Приступая к изучению данной дисциплины, студент должен иметь теоретическую и практическую подготовку по

- математическому анализу;
- функциональному анализу;
- качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений;
- уравнениям с частными производными;
- уравнениям математической физики

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	Способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	Знать: современную проблематику выбранного научного направления, комплекс научно-исследовательских работ Уметь: определять тематику научного исследования Владеть: методами научного исследования
ПК-1	способность к интенсивной научно-исследовательской работе	Знать: основные задачи в области обыкновенных дифференциальных уравнений, используемые при анализе задач, описывающих различные процессы физической природы

	<p>Уметь: использовать фундаментальные знания в построении и исследовании обобщенных собственных функций решений (слабых решений) краевых задач.</p> <p>Владеть: методами математического моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего применения Владеть: методами управления научным коллективом</p>
--	---

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 3 / 108**

**Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) экзамен**

### 13. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость				
	Всего	По семестрам			
		1	2	3	4
Аудиторные занятия	30			30	
В том числе: лекции	12			12	
практические	18			18	
лабораторные					
Самостоятельная работа	42			42	
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – <u>36</u> час.)	экзамен			36	
Итого:	108			108	

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Основные понятия и определения	<p>Связный компактный геометрический граф <math>\Gamma</math>: узлы графа (граничные и внутренние), ориентация на графе, параметризация ребер графа.</p> <hr/> <p>Аналог леммы Дю-Буа-Реймонда на графе..</p> <hr/> <p>Пространства <math>W_2^1(a, \Gamma), W_{2,0}^1(a, \Gamma)</math>, свойства.</p>
1.2	Обобщенные решения класса $W_2^1(\Gamma)$ . Фредгольмова разрешимость в пространстве $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ . класса $W_2^1(\Gamma)$ . Фредгольмова разрешимость	<p>Обобщенные решения задачи Дирихле, общих краевых задач.</p> <p>Аналог леммы Пуанкаре-Фридрихса на графе,</p>

	в пространстве $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ .	вспомогательные леммы, Теорема Реллиха Энергетическое неравенство, теорема единственности Теоремы Фредгольма.
1.3	Разложение по обобщенным функциям краевых задач	Условие однозначной разрешимости краевой задачи в обобщенном смысле. Обобщенные собственные функции. Ортогональность обобщенных собственных функций в пространстве $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ . Ортонормированный базис в пространстве $L_2(\Gamma)$ . Частный случай.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Основные понятия и определения	Свойства пространств $C(\Gamma), C(\bar{\Gamma}_0), C^m(\bar{\Gamma}_0), C_0^\infty(\Gamma_0), L_2(\Gamma)$ , плотность. Понятие обобщенной производной функций из $L_2(\Gamma)$ . Пространство $W_2^1(\Gamma)$ . Доказательство леммы Дю-Буа-Реймонда на графе. Теорема о непрерывности сужений $(a(x) \frac{du(x)}{dx})_{\gamma_k}$ в концевых точках ребер графа. Пространства $W_2^1(a, \Gamma), W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ , свойства
2.2	Обобщенные решения класса $W_2^1(\Gamma)$ . Фредгольмова разрешимость в пространстве $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ . класса $W_2^1(\Gamma)$ . Фредгольмова разрешимость в пространстве $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ .	Обобщенные решения задачи Дирихле, Лемма Пуанкаре-Фридрихса на графе, лемма Пуанкаре и лемма об эквивалентности норм, Теорема Реллиха (доказательство). Вывод энергетического неравенства,
2.3	Разложение по обобщенным функциям краевых задач	Альтернатива Фредгольма. Обобщенные собственные функции. Условия разложимости Ортогональность обобщенных собственных функций в пространстве $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ . Ортонормированный базис в пространстве $L_2(\Gamma)$ . Частный случай. <b>Контрольная работа</b>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные понятия и определения	4	6		14	24
2	Обобщенные решения класса $W_2^1(\Gamma)$ . Фредгольмова разрешимость в пространстве $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ . класс $W_2^1(\Gamma)$ . Фредгольмова разрешимость в пространстве $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ .	4	6		14	24
3	Разложение по обобщенным функциям краевых задач	4	6		14	24
	Контроль					36
	Итого:	12	18		78	108

**14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины** (рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. Лабораторные занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении дисциплины.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных аттестационных испытаний студенту рекомендуется:

- выполнять все виды работ, предусмотренных рабочим учебным планом по дисциплине;
- посещать аудиторские лабораторные занятия;
- сдать реферат по одной из выбранных тем.

При подготовке к лабораторным работам рекомендуется использование учебной литературы, дополнительных файлов с теоретическим материалом по изучаемым темам, выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке и самостоятельной работе в аудитории.

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины** (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
-------	----------

01	<i>Провоторов В.В. Начально-краевые задачи с распределенными параметрами на графе / В.В. Провоторов, А.С. Волкова. – Воронеж. Изд-во «Научная книга». 2014. 188 с.</i>
----	--

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
03	<i>Провоторов В.В. Собственные функции задачи Штурма-Лиувилля на графе-звезде // Математический сборник. 2008. Т. 199. № 10. – С.105-126.</i>
04	<i>Провоторов В.В. Обобщенные решения и обобщенные собственные функции краевых задач на геометрическом графе / В.В. Провоторов., А.С. Волкова. – Известия высших учебных заведений. Математика. 2014. № 3. С. 3-18.</i>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
05	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
06	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ
07	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Самостоятельная работа с учебниками, учебно-методическими материалами, научной, справочной литературой, ресурсами сети Internet является наиболее эффективным методом получения знаний.

№ п/п	Источник
1	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
2	htth://mschool.kubsu.ru – библиотека электронных учебных пособий. ( <a href="http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm">http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm</a> )
3	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http:// www.lib.vsu.ru/</a> )

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование учебной аудитории.
2. Зональная научная библиотека.

## 19. Фонд оценочных средств

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	<p>Знать: основные задачи в области дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих различные процессы физической природы</p> <p>Уметь: использовать фундаментальные знания (вариационные методы) в построения и исследования слабых решений дифференциальных уравнений в частных производных.</p> <p>Владеть: необходимыми методами математического моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего применения</p>	Темы 1-3	Реферат, тестовые задания. Контрольная работа
ПК-2: способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом	<p>Знать: структуру научно-исследовательских работ, основы организации научных семинаров</p> <p>Уметь: определять тематику научного исследования</p> <p>Владеть: методами научного исследования</p>	Тема 3	Реферат, тестовые задания. Контрольная работа
ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты.	<p>Знать: методы математического и моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего исследования</p> <p>Уметь: публично представить собственные новые научные результаты</p>	Тема 3	Реферат, тестовые задания. Контрольная работа

	Владеть: различными способами визуализации своих научных результатов (доклад, презентация, научная статья)		
<b>Промежуточная аттестация: экзамен</b>			Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации

\* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Самостоятельная работа студентов по учебной дисциплине «Асимптотики решений дифференциальных уравнений» предполагает изучение и конспектирование рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам семинарских и практических занятий, а также самостоятельное освоение понятийного аппарата и выполнение ряда практических заданий, выдаваемых студентам преподавателем на семинарских занятиях

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем для получения допуска к зачету и экзамену.

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Самостоятельная работа студентов по учебной дисциплине «Асимптотики решений дифференциальных уравнений» предполагает изучение и конспектирование рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам семинарских и практических занятий, а также самостоятельное освоение понятийного аппарата и выполнение ряда практических заданий, выдаваемых студентам преподавателем на семинарских занятиях

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем для получения допуска к зачету и экзамену.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Оценка <b>«отлично»</b> выставляется в любом из трех случаев: 1. Выполнение пяти требований к ответу на каждый вопрос экзаменационного билета: 1) правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, законов, закономерностей, принципов; опора при ответе на исходные методологические положения; анализ основных теоретических материалов, описанных в различных источниках, связь теории с практикой; иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах); 2) логическая последовательность изложения материала в процессе ответа; 3) грамотное изложение материала на	Базовый	«отлично»

<p>высоком научном уровне, высокая культура речи;</p> <p>4) наличие полных и обоснованных выводов;</p> <p>5) демонстрация собственной профессиональной позиции (творческое применение знаний в практических ситуациях, демонстрация убежденности, а не безразличия; демонстрация умения сравнивать, классифицировать, обобщать).</p> <p>2. Невыполнение одного из перечисленных требований (к одному из вопросов экзаменационного билета) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>3. Невыполнение двух из перечисленных требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p>		
<p>Оценка <b>«хорошо»</b> выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Невыполнение одного из требований к ответу (к одному из вопросов экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>2. Невыполнение двух требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>3. <i>Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильные ответы не менее, чем на два дополнительных вопроса в пределах программы.</i></p>	Базовый	«хорошо»
<p>Оценка <b>«удовлетворительно»</b> выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Невыполнение двух требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p> <p>2. Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>3. <i>Невыполнение четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета),</i></p>	Базовый	«удовлетворительно»

<i>предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильные ответы не менее, чем на два дополнительных вопроса в пределах программы.</i>		
<p>Оценка <b>«неудовлетворительно»</b> выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Невыполнение более четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1).</p> <p>2. Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p> <p>3. Невыполнение четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один из не менее двух дополнительных вопросов в пределах программы.</p>	-	«неудовлетворительно»

### 19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

1	Свойства пространств $C(\Gamma), C(\bar{\Gamma}_0), C^n(\bar{\Gamma}_0), C_0^\infty(\Gamma_0), L_2(\Gamma)$
2	Понятие обобщенной производной функций из $L_2(\Gamma)$ .
3	Пространство $W_2^1(\Gamma)$ .
4	Доказательство леммы Дю-Буа-Реймонда на графе...
5	Теорема о непрерывность сужений $(a(x) \frac{du(x)}{dx})_{\gamma_k}$ в концевых точках ребер графа. Пространства $W_2^1(a, \Gamma), W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ ,
6	Обобщенные решения задачи Дирихле,.
7	Лемма Пуанкаре-Фридрихса на графе, лемма Пуанкаре и лемма об эквивалентности норм,
8	Теорема Реллиха (доказательство).
9	Вывод энергетического неравенства,
10	Альтернатива Фредгольма.
11	Обобщенные собственные функции. Условия разложимости
12	Ортогональность обобщенных собственных функций в пространстве $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ .
13	Ортонормированный базис в пространстве $L_2(\Gamma)$ .
14	Частный случай.

### 19.3.2 Перечень практических заданий

#### 19.3.3 Тестовые задания

1. Норма в пространстве  $W_2^1(\Gamma)$  определяется скалярным произведением. Выбрать ответ.

**Варианты ответов**

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	$(u, v) = \int_{\Gamma} (uv + u_x v_x) dx$	$(u, v) = \int_{\Gamma} u_x v_x dx$	$(u, v) = \int_{\Gamma} uv dx$	нет правильного ответа

2. Верно ли утверждение: если задача  $(Lu)(x) = f(x)$ ,  $u|_{\partial\Gamma} = 0$  не может иметь более одного обобщенного решения из  $W_{2,0}^1(a, \Gamma, J(\Gamma))$ , то она разрешима в  $W_{2,0}^1(a, \Gamma, J(\Gamma))$  для любой  $f \in L_2(\Gamma)$ .

**Варианты ответов**

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	верно	неверно	верно, если $f \in W_{2,0}^1(a, \Gamma, J(\Gamma))$	нет правильного ответа

3. Верно ли утверждение: для разрешимости задача  $(Lu)(x) = \lambda u + f(x)$ ,  $u|_{\partial\Gamma} = 0$  ( $\lambda$  – собственное значение) необходимо и достаточно, чтобы функция  $f$  была ортогональна в пространстве  $L_2(\Gamma)$  (продолжить, выбрав правильный ответ).

**Варианты ответов**

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	единичной функции на $\Gamma$	хотя бы одной из обобщенных собственных функций этой задачи	всем обобщенным собственным функциям этой задачи	нет правильного ответа

#### Контрольно-измерительный материал № 3

1. Написать неравенство Пуанкаре-Фридрихса (выбрать вид неравенства)

**Варианты ответов**

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	$\int_{\Gamma} u^2 dx \geq C_{\Gamma} \int_{\Gamma} u_x^2 dx$	$\int_{\Gamma} u^2 dx \leq C_{\Gamma} \int_{\Gamma} u_x^2 dx$	$\int_{\Gamma} u^2 dx \leq C_{\Gamma} \int_{\partial\Gamma} u_x^2 dx$	нет правильного ответа

2. Верно ли утверждение: если задача  $(Lu)(x) = \lambda u + f(x)$ ,  $u|_{\partial\Gamma} = 0$  ( $\lambda$  – собственное значение) имеет обобщенное решение, то оно является суммой (выбрать правильный ответ) и линейной комбинацией всех обобщенных собственных функций этой задачи.

**Варианты ответов**

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	какого-либо частного решения этой задачи	функции $f(x)$	функции $\lambda f(x)$	нет правильного ответа

### 19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ

**19.3.5. Темы курсовых работ****19.3.6 Темы рефератов**

1	Понятие обобщенной производной функций из $L_2(\Gamma)$ .
2	Пространство $W_2^1(\Gamma)$ .
3	Обобщенные решения задачи Дирихле,.
4	Альтернатива Фредгольма.
5	Ортонормированный базис в пространстве $L_2(\Gamma)$ .

**19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующих формирование компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Текущая аттестация проводится в форме выполнения тестовых заданий и написания реферата на одну из предложенных тем.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков. Критерии оценивания приведены выше.