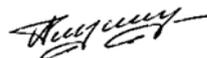


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко  
03.07.2018

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.В.ДВ.06.02 Применение методов ТФКП в уравнениях с частными производными

*Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом*

**1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:**

01.04.01 Математика

**2. Профиль подготовки / специализация/магистерская программа:**

Дифференциальные уравнения, Динамические системы и оптимальное управление

**3. Квалификация (степень) выпускника:** Магистр

**4. Форма обучения:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

**6. Составители программы:** Провоторов Вячеслав Васильевич доктор физико-математических наук, доцент кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, kuchp@math.vsu.ru

*(ФИО, ученая степень, ученое звание)*

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета. протокол № 0500-07 от 03.07.18

*(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола,*

---

*отметки о продлении вносятся вручную)*

---

**8. Учебный год:** 2019/2020

**Семестры** 4

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** Цели и задачи курса – дать основные теоретические положения курса; научить активно использовать современный математический аппарат (теорию функций комплексной переменной, теорию аналитических функций) для построения математических моделей ряда физических задач гидродинамики и теории упругости. Освоить методы теории функций комплексной переменной для решения сформулированных задач. Основные знания, умения и навыки, которыми студент должен овладеть в результате изучения дисциплины: Знать теоретические положения курса; основные понятия, определения, формулировки по указанным в программе темам; уметь применить теорию при формулировке и решении конкретных задач гидродинамики и теории упругости.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** (цикл, к которому относится дисциплина, требования к входным знаниям, умениям и компетенциям, дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей)

Дисциплина входит в модуль (Б1), вариативной его части, обязательные дисциплины (Б1. В.ОД).

Приступая к изучению данной дисциплины, студент должен иметь теоретическую и практическую подготовку по

- математическому анализу;
- функциональному анализу;
- качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений;
- уравнениям с частными производными;
- уравнениям математической физики

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

| Компетенция |   | Планируемые результаты обучения  |
|-------------|---|--|
| Код         | Название  |  |
| ОПК-1       | Способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики | Знать: современную проблематику выбранного научного направления, комплекс научно-исследовательских работ<br>Уметь: определять тематику научного исследования<br>Владеть: методами научного исследования  |
| ПК-1        | способность к интенсивной научно-исследовательской работе   | Знать: основные задачи в области обыкновенных дифференциальных уравнений, используемые при анализе задач, описывающих различные процессы физической природы<br>Уметь: использовать фундаментальные знания в построении и исследовании обобщенных собственных функций решений (слабых решений) краевых задач.<br>Владеть: методами математического моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего применения<br>Владеть: методами управления научным коллективом |

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 3 / 108**

## Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) экзамен

### 13. Виды учебной работы

| Виды учебной работы  | Трудоемкость |              |   |   |     |
|--|--------------|--------------|---|---|-----|
|  | Всего        | По семестрам |   |   |     |
|  |              | 1            | 2 | 3 | 4   |
| Аудиторные занятия   | 30           |              |   |   | 30  |
| В том числе: лекции  | 12           |              |   |   | 12  |
| практические   | 18           |              |   |   | 18  |
| лабораторные   |              |              |   |   |     |
| Самостоятельная работа   | 42           |              |   |   | 42  |
| Форма промежуточной аттестации<br>(зачет – 0 час./экзамен – <u>36</u><br>час.) | экзамен      |              |   |   |     |
| Итого:   | 108          |              |   |   | 108 |

#### 13.1. Содержание дисциплины

| п/п                            | Наименование раздела дисциплины  | Содержание раздела дисциплины   |
|--------------------------------|--|---|
| <b>1. Лекции</b>               |  |   |
| 1.1                            | Аналитические функции, основные понятия.                                   | Аналитические функции, основные понятия. Плоское поле и комплексный потенциал   |
| 1.2                            | Физический и геометрический смысл аналитичности.                           | Физический и геометрический смысл аналитичности. Свойства аналитических функций, их физическая интерпретация                    |
| 1.3                            | Гармонические функции. их связь с аналитическими функциями.                | Гармонические функции. их связь с аналитическими функциями. Задача Дирихле, интеграл Пуассона, интеграл Шварца. Задача Неймана. |
| 1.4                            | Конформные отображения. Некоторые примеры                                  | Конформные отображения. Некоторые примеры   |
| 1.5                            | Постановки краевых задач.  | Постановки краевых задач. Примеры. Некоторые задачи гидродинамики, задача обтекания тонкого крыла                               |
| <b>2. Практические занятия</b> |  |   |
| 2.1                            | Плоская задача теории упругости.   | Плоская задача теории упругости. Постановка краевых задач.  |
| 2.2                            | Применение конформного отображения.  | Применение конформного отображения. Преобразование основных формул при конформном отображении                                   |
| 2.3                            | Решение основных задач для круга (или для плоскости с круговым отверстием) | Решение основных задач для круга (или для плоскости с круговым отверстием)  |
| 2.4                            | Решение краевых задач плоской теории упругости для областей,               | Решение краевых задач плоской теории упругости для областей, отображаемых на круг   |

|     |   |   |
|-----|---|---|
|     | отображаемых на круг  |   |
| 2.5 | Некоторые уравнения с частными производными, решаемые методами ТФКП | Некоторые уравнения с частными производными, решаемые методами ТФКП |

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины                                     | Виды занятий (часов) |             |             |                       |       |
|-------|--|----------------------|-------------|-------------|-----------------------|-------|
|       |  | Лекции               | Практически | Лабораторны | Самостоятельна работа | Всего |
| 1.1   | Аналитические функции, основные понятия.                                   | 2                    |             |             | 4                     | 6     |
| 1.2   | Физический и геометрический смысл аналитичности.                           | 2                    |             |             | 4                     | 6     |
| 1.3   | Гармонические функции. их связь с аналитическим и функциями.               | 4                    |             |             | 4                     | 8     |
| 1.4   | Конформные отображения. Некоторые примеры                                  | 2                    |             |             | 4                     | 6     |
| 1.5   | Постановки краевых задач.  | 2                    |             |             | 4                     | 6     |
| 2.1   | Плоская задача теории упругости.   |                      | 2           |             | 4                     | 6     |
| 2.2   | Применение конформного отображения.  |                      | 2           |             | 4                     | 6     |
| 2.3   | Решение основных задач для круга (или для плоскости с круговым отверстием) |                      | 4           |             | 4                     | 8     |
| 2.4   | Решение краевых задач плоской теории упругости для                         |                      | 4           | 5           |                       | 9     |

|     |   |    |    |  |    |     |
|-----|---|----|----|--|----|-----|
|     | областей, отображаемых на круг                                      |    |    |  |    |     |
| 2.5 | Некоторые уравнения с частными производными, решаемые методами ТФКП |    | 6  |  | 5  | 11  |
|     | Контроль  |    |    |  |    | 36  |
|     | Итого:  | 12 | 18 |  | 42 | 108 |

**14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)**

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. Практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении дисциплины.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных аттестационных испытаний студенту рекомендуется:

- выполнять все виды работ, предусмотренных рабочим учебным планом по дисциплине;
- посещать аудиторские практические занятия;
- сдать реферат по одной из выбранных тем.

При подготовке к лабораторным работам рекомендуется использование учебной литературы, дополнительных файлов с теоретическим материалом по изучаемым темам, выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке и самостоятельной работе в аудитории.

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)**

а) основная литература:

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 01    | Лаврентьев М.А. Методы теории функций комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат . – М. : Лань, 2002 . – 688 с. |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 03    | Лаврентьев, М.А. Проблемы гидродинамики и их математические модели / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат . – М. : Наука, 1977 . – 407 с.              |
| 04    | Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости : Основные уравнения, плоская теория упругости, кручение и изгиб / |

|  |  |
|--|--|
|  | Н.И. Мусхелишвили. – М. : Наука, 1966 . – 708 с. |
|--|--|

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 05    | <a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений  |
| 06    | <a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ   |
| 07    | <a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания |

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Самостоятельная работа с учебниками, учебно-методическими материалами, научной, справочной литературой, ресурсами сети Internet является наиболее эффективным методом получения знаний.

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 1     | <a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания           |
| 2     | <a href="http://mschool.kubsu.ru">http://mschool.kubsu.ru</a> – библиотека электронных учебных пособий. ( <a href="http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm">http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm</a> ) |
| 3     | Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http://www.lib.vsu.ru/</a> )  |

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование учебной аудитории.
2. Зональная научная библиотека.

## 19. Фонд оценочных средств

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

| Код и содержание компетенции (или | Планируемые результаты обучения | Этапы формирования | ФОС* (средства |
|-----------------------------------|---------------------------------|--------------------|----------------|
|-----------------------------------|---------------------------------|--------------------|----------------|

| ее части)   | (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)   | компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование) | оценивания)   |
|---|--|--|---|
| ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе  | Знать: основные задачи в области дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих различные процессы физической природы<br>Уметь: использовать фундаментальные знания (вариационные методы) в построения и исследования слабых решений дифференциальных уравнений в частных производных.<br>Владеть: необходимыми методами математического моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего применения | Темы 1-10  | Реферат, тестовые задания. Контрольная работа               |
| ПК-2: способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом | Знать: структуру научно-исследовательских работ, основы организации научных семинаров<br>Уметь: определять тематику научного исследования<br>Владеть: методами научного исследования   | Тема 1-10  | Реферат, тестовые задания. Контрольная работа               |
| ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты.   | Знать: методы математического и моделирования при анализе математических моделей физических и механических задач для их дальнейшего исследования<br>Уметь: публично представить собственные новые научные результаты<br>Владеть: различными способами визуализации своих научных результатов (доклад, презентация, научная статья)   | Тема 1-10  | Контрольная работа.   |
| <b>Промежуточная аттестация: экзамен</b>  |  |  | Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации |

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Самостоятельная работа студентов по учебной дисциплине «Асимптотики решений дифференциальных уравнений» предполагает изучение и конспектирование рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам семинарских и практических занятий, а также самостоятельное освоение понятийного аппарата и выполнение ряда практических заданий, выдаваемых студентам преподавателем на семинарских занятиях

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем для получения допуска к зачету и экзамену.

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Самостоятельная работа студентов по учебной дисциплине «Асимптотики решений дифференциальных уравнений» предполагает изучение и конспектирование рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам семинарских и практических занятий, а также самостоятельное освоение понятийного аппарата и выполнение ряда практических заданий, выдаваемых студентам преподавателем на семинарских занятиях

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем для получения допуска к зачету и экзамену.

| Критерии оценивания компетенций   | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок     |
|---|--------------------------------------|------------------|
| <p>Оценка <b>«отлично»</b> выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Выполнение пяти требований к ответу на каждый вопрос экзаменационного билета:</p> <p>1) правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, законов, закономерностей, принципов; опора при ответе на исходные методологические положения; анализ основных теоретических материалов, описанных в различных источниках, связь теории с практикой; иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах);</p> <p>2) логическая последовательность изложения материала в процессе ответа;</p> <p>3) грамотное изложение материала на высоком научном уровне, высокая культура речи;</p> <p>4) наличие полных и обоснованных выводов;</p> <p>5) демонстрация собственной профессиональной позиции (творческое применение знаний в практических ситуациях, демонстрация убежденности, а не безразличия; демонстрация умения сравнивать, классифицировать, обобщать).</p> <p>2. Невыполнение одного из перечисленных требований (к одному из вопросов экзаменационного билета) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</p> | <p>Базовый</p>                       | <p>«отлично»</p> |

|   |                |                              |
|---|----------------|------------------------------|
| <p>3. Невыполнение двух из перечисленных требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p>  |                |                              |
| <p>Оценка <b>«хорошо»</b> выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Невыполнение одного из требований к ответу (к одному из вопросов экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>2. Невыполнение двух требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>3. <i>Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильные ответы не менее, чем на два дополнительных вопроса в пределах программы.</i></p>                                  | <p>Базовый</p> | <p>«хорошо»</p>              |
| <p>Оценка <b>«удовлетворительно»</b> выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Невыполнение двух требований (либо двух к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p> <p>2. Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>3. <i>Невыполнение четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильные ответы не менее, чем на два дополнительных вопроса в пределах программы.</i></p> | <p>Базовый</p> | <p>«удовлетворительно»</p>   |
| <p>Оценка <b>«неудовлетворительно»</b> выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Невыполнение более четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1).</p> <p>2. Невыполнение трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и</p>   | <p>-</p>       | <p>«неудовлетворительно»</p> |

|   |  |  |
|---|--|--|
| <p>неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p> <p><i>3. Невыполнение четырех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «отлично» (п.1), и правильный ответ только на один из не менее двух дополнительных вопросов в пределах программы.</i></p> |  |  |
|---|--|--|

**19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:**

#### **1. Перечень вопросов**

|    |  |
|----|--|
| 01 | Аналитические функции, основанные понятия.   |
| 02 | Плоское поле и комплексный потенциал.  |
| 03 | Физический и геометрический смысл аналитичности.   |
| 04 | Свойства аналитических функций, их физическая интерпретация.                                   |
| 05 | Гармонические функции их связь с аналитическими функциями.                                     |
| 06 | Задача Дирихле, интеграл Пуассона, интеграл Шварца.  |
| 07 | Задача Неймана.  |
| 08 | Конформные отображения. Некоторые примеры.   |
| 09 | Постановки краевых задач гидродинамики, теплопроводности. Примеры.                             |
| 10 | Некоторые задачи гидродинамики, задача обтекания тонкого крыла.                                |
| 11 | Плоская задача теории упругости. Постановка краевых задач.                                     |
| 12 | Применение конформного отображения. Преобразование основных формул при конформном отображении. |
| 13 | Решение основных задач для круга (или для плоскости с круговым отверстием)                     |
| 14 | Некоторые уравнения с частными производными, решаемые методами ТФКП (задача Трикоми)           |

### **19.3.2 Перечень практических заданий**

### **19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ**

### **19.3.5. Темы курсовых работ**

#### **19.3.6 Темы рефератов**

1. Гармонические функции их связь с аналитическими функциями
2. Применение конформного отображения. Преобразование основных формул при конформном отображении
3. Конформные отображения. Некоторые примеры
4. Постановки краевых задач гидродинамики, теплопроводности. Примеры

### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующих формирование компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Текущая аттестация проводится в форме выполнения тестовых заданий и написания реферата на одну из предложенных тем.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков. Критерии оценивания приведены выше.