

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Воронежский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А. В. Глушко

03.07.2018

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.В.ДВ.06.01 Граничное управление дифференциальными системами на графе  
*Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом*

1. **Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**  
01.03.01 Математика
2. **Профиль подготовки/специализации:** Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
3. **Квалификация (степень) выпускника:** Бакалавр
4. **Форма образования:** Очная
5. **Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
6. **Составители программы** Провоторов Вячеслав Васильевич доктор физико-математических наук, доцент кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, kuchp@math.vsu.ru  
*(ФИО, ученая степень, ученое звание)*
7. **Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета. протокол № 0500-07 от 03.07.2018  
*(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола)*

8. **Учебный год:** 2021/ 2022

**Семестр(-ы):** 8

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** Цель курса – является изучение вопросов граничного управления дифференциальными системами на геометрическом графе, описываемыми начально-краевыми задачами для линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с распределенными параметрами на геометрическом графе, играющих важную роль в математической физике при описании процессов теплопереноса и процессов колебаний, наблюдаемых в сетеподобных промышленных конструкциях и устройствах.

Задачами изучения дисциплины выступает приобретение в рамках освоения теоретического и практического материала по дисциплине

**Знаний:**

- особенностей построения (синтеза) граничного управления дифференциальными системами с распределенными параметрами на геометрическом графе, описываемыми начально-краевыми задачами для линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с распределенными параметрами на геометрическом графе;

- критериев качества математических исследований, принципы построения и анализа оптимального граничного управления,

- тенденций и перспектив развития теории оптимального граничного управления.

**Умений:**

- реализовывать основные методы оптимального управления в терминах, необходимых для применения в практических ситуациях;

- пользоваться построением (синтезом) оптимального управления в интегральной форме при решении практических проблем;

- применять полученные знания при решении конкретных задач математического моделирования.

**Навыков:**

- основ применения методов построения оптимального граничного управления для дифференциальных уравнений в частных производных с распределенными параметрами на геометрическом графе, описывающих реальные процессы и объекты с целью нахождения решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** (цикл, к которому относится дисциплина, требования к входным знаниям, умениям и компетенциям, дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей)

Дисциплина входит в цикл профессиональных дисциплин, модуль (Б1) профильной (вариативной) части обучения курсов по выбору.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам:

- математический анализ,
- комплексный анализ,
- функциональный анализ,
- обыкновенные дифференциальные уравнения.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	способность использовать современные методы теории оптимального управления для дифференциальных уравнений с частными производными на уровне, необходимом для приобретения новых знаний с их использованием и решения задач, возникающих при выполнении профессиональных	Знать: основные понятия и методы анализа задач оптимального управления для дифференциальных уравнений с частными производными, подходы к решению задач управления для дифференциальных систем и прикладных задач базовых курсов  Уметь: применять на практике основные методы анализа задач оптимального

	функций и имеющих естественнонаучное содержание	управления для дифференциальных уравнений с частными производными, в общем виде выполнять математическую постановку прикладных задач, производить выбор направления решения задач  Владеть: навыками практического использования математических инструментов при анализе математических моделей физических процессов и явлений, описываемых формализмами дифференциальных уравнений с частными производными
ОПК-2	способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с повышением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Знать: классические задачи математики, основные математические принципы, используемые при моделировании физических процессов и явлений, описываемых формализмами интегральных уравнений  Уметь: самостоятельно математически корректно анализировать естественно научные задачи на основе информационной и библиографической культуры, определять стратегию и тактику в отыскании решения этих задач  Владеть: способностью математически анализировать естественно-научные задачи в терминах дифференциальных уравнений с частными производными
ПК-2	способность математически корректно ставить естественно научные задачи, знания постановок классических задач математики	Знать: классические задачи математики, используемые дифференциальные уравнения с частными производными при моделировании естественно-научных процессов и явлений  Уметь: самостоятельно математически корректно ставить естественно-научные задачи, используя основные закономерности физических процессов и явлений  Владеть: способностью математически корректно ставить естественно-научные задачи с помощью формализмов дифференциальных уравнений с частными производными

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 2 / 72.**

**Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) зачет**

**13. Виды учебной работы**

Виды учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам



1.4	Задача граничного управления параболической и гиперболической системами	Задача граничного управления параболической системой Уравнение энергетического баланса Общие задачи граничного управления эволюционными системами
-----	---	---

### 3. Лабораторные занятия

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
3.1	Основные понятия и предложения. Пространства суммируемых на графе функций. Коэрцитивные и некоэрцитивные формы	Основные понятия и предложения Общие сведения о нормированных и гильбертовых пространствах. Примеры Общие сведения о линейных функционалах и линейных операторах Пространства $L_2(\Gamma_T)$ , $L_{2,1}(\Gamma_T)$ , $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ , $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ Минимизация коэрцитивных форм. Некоэрцитивные формы
3.2	Задача оптимального управления параболической системой. Соотношения, определяющие оптимальное управление	Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ Соотношения, определяющие оптимальное управление
3.3	Задача оптимального управления гиперболической системой. Соотношения, определяющие оптимальное управление	Задача оптимального управления гиперболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ Уравнение энергетического баланса Соотношения, определяющие оптимальное управление Задача оптимального управления гиперболической (общий случай)
3.4	Задача граничного управления параболической и гиперболической системами	Задача граничного управления параболической системой Уравнение энергетического баланса Общие задачи граничного управления эволюционными системами

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)			
		Лекции	Практические	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные понятия и предложения. Пространства суммируемых на графе функций. Коэрцитивные и некоэрцитивные формы	8	8	6	22
2	Задача оптимального	4	4	6	14

	управления параболической системой Соотношения, определяющие оптимальное управление				
3	Задача оптимального управления гиперболической системой. Соотношения, определяющие оптимальное управление	6	6	6	18
4	Задача граничного управления параболической и гиперболической системами	6	6	6	18
Итого:		24	24	24	72

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции и практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. Лекции и практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении дисциплины.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешному прохождению текущих и промежуточных аттестационных испытаний студенту рекомендуется:

- выполнять все виды работ, предусмотренных рабочим учебным планом по дисциплине;
- выполнять домашние задания. Выполнение домашних заданий направлено на отработку навыков использования средств и возможностей изучаемых компьютерных программ. При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения выполнения задания, проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю и разрешить возникшие трудности.

- посещать аудиторные занятия;
- сдать практические работы по изученным темам.

При подготовке к лекциям и практическим работам рекомендуется использование учебной литературы, дополнительных файлов с теоретическим материалом по изучаемым темам (файлы и распечатки передаются студентам). По всем темам представляются распечатанные материалы, которые используются в работе, как в аудитории, так и при выполнении домашних заданий. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины: (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
01	Провоторов В.В., Начально-краевые задачи с распределенными параметрами на графе / В.В. Провоторов, А.С. Волкова . – Воронеж: Научная книга, 2014. – 188 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
02	Владимиров В.С. Уравнения математической физики : учебник для студ. вузов / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов.— Изд. 2-е, стер. — М. : Физматлит, 2008 .— 398 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
07	<a href="http://egworld.ipmnet.ru">http://egworld.ipmnet.ru</a> – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений

08	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ
09	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Самостоятельная работа с учебниками, учебно-методическими материалами, научной, справочной литературой, ресурсами сети Internet является наиболее эффективным методом получения знаний.

№ п/п	Источник
07	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – интернет-портал, посвященный обыкновенным дифференциальным уравнениям
08	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ
09	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

№ п/п	Источник
1	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
2	<a href="http://mschool.kubsu.ru">http://mschool.kubsu.ru</a> – библиотека электронных учебных пособий. ( <a href="http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm">http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm</a> )
3	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http://www.lib.vsu.ru/</a> )

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование учебной аудитории
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ (<http://www.lib.vsu.ru>)

## 19. Фонд оценочных средств

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
<p>ОПК-1: способность использовать современные методы теории оптимального управления для дифференциальных уравнений с частными производными на уровне, необходимом для приобретения новых знаний с их использованием и решения задач, возникающих при выполнении профессиональных функций и имеющих естественнонаучное содержание</p>	<p>Знать: основные понятия и методы анализа задач оптимального управления для дифференциальных уравнений с частными производными, подходы к решению задач управления для дифференциальных систем и прикладных задач базовых курсов  Уметь: применять на практике основные методы анализа задач оптимального управления для дифференциальных уравнений с частными производными, в общем виде выполнять математическую постановку прикладных задач, производить выбор направления решения задач  Владеть: навыками практического использования математических инструментов при анализе математических моделей физических процессов и явлений, описываемых формализмами дифференциальных уравнений с частными производными</p>	<p>Темы 1-3</p>	<p>Тестовые задания. Контрольно-измерительные материалы</p>
<p>ОПК-2: способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с повышением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p>Знать: классические задачи математики, основные математические принципы, используемые при моделировании физических процессов и явлений, описываемых формализмами интегральных уравнений  Уметь: самостоятельно математически корректно анализировать естественно научные задачи на основе информационной и</p>	<p>Темы 1-3</p>	<p>Тестовые задания. Контрольно-измерительные материалы</p>

	библиографической культуры, определять стратегию и тактику в отыскании решения этих задач Владеть: способностью математически анализировать естественно-научные задачи в терминах дифференциальных уравнений с частными производными		
ПК-2: способность математически корректно ставить естественно научные задачи, знания постановок классических задач математики	Знать: классические задачи математики, используемые дифференциальные уравнения с частными производными при моделировании естественно-научных процессов и явлений Уметь: самостоятельно математически корректно ставить естественно-научные задачи, используя основные закономерности физических процессов и явлений Владеть: способностью математически корректно ставить естественно-научные задачи с помощью формализмов дифференциальных уравнений с частными производными	Тема 4	Тестовые задания. Контрольно-измерительные материалы
<b>Промежуточная аттестация Зачет</b>			Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации

## 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Оценка «зачтено» выставляется в любом из трех случаев: 1. Выполнение трех из пяти требований к ответу на каждый вопрос КИМ: 1) правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, законов, закономерностей, принципов; опора при ответе на исходные методологические положения; анализ основных теоретических материалов, описанных в различных источниках, связь теории с практикой; иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в	Базовый	Зачтено

<p>уточняющих вопросах);</p> <p>2) логическая последовательность изложения материала в процессе ответа;</p> <p>3) грамотное изложение материала на высоком научном уровне, высокая культура речи;</p> <p>4) наличие полных и обоснованных выводов;</p> <p>5) демонстрация собственной профессиональной позиции (творческое применение знаний в практических ситуациях, демонстрация убежденности, а не безразличия; демонстрация умения сравнивать, классифицировать, обобщать).</p> <p>2. Невыполнение более трех из перечисленных требований (к одному из вопросов КИМ) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>3. Невыполнение трех из перечисленных требований (либо трех к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу КИМ) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p>		
<p>Оценка «не зачтено» выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Невыполнение более трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «зачтено» (п.1).</p> <p>2. Невыполнение более трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «зачтено» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p> <p>3. <i>Невыполнение более трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «зачтено» (п.1), и правильный ответ только на один из не менее двух дополнительных вопросов в пределах программы.</i></p>	-	Не зачтено

**19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**19.3.1 Перечень вопросов к зачету:**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины
1	Основные понятия и предложения. Пространства суммируемых на графе функций,
2	Общие утверждения. Козэрцитивные и некоэрцитивные формы
3	Задача оптимального управления параболической системой.
4	Соотношения, определяющие оптимальное управление
5	Задача оптимального управления гиперболической системой.
6	Соотношения, определяющие оптимальное управление
7	Задача граничного управления параболической и гиперболической системами

8	Уравнение энергетического баланса
9	Общие задачи граничного управления эволюционными системами

### 19.3.2 Перечень практических заданий

### 19.3.3 Тестовые задания

№ п/п	Наименование раздела дисциплины
1	Основные понятия и предложения.
2	Пространства суммируемых на графе функций,
3	Общие утверждения.
4	Коэрцитивные и некоэрцитивные формы
5	Задача оптимального управления параболической системой.
6	Задача оптимального управления гиперболической системой.

### Контрольно-измерительный материал № 4

1. Пространство  $W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$  плотно в пространстве (продолжить, выбрав правильный ответ).

#### Варианты ответов

Номер ответа	1	2
Ответ	$W_2^1(\Gamma_T)$	$L_2(\Gamma_T)$

2. Начально-краевая задача корректна по Адамару, т.е. (продолжить, выбрав правильный ответ).

#### Варианты ответов

Номер ответа	1	2
Ответ	она однозначно разрешима.	она однозначно разрешима и решение ее непрерывно зависит от исходных данных

### 19.3.4. Перечень заданий для контрольных работ

### 19.3.5. Темы курсовых работ

### 19.3.6 Темы рефератов

## 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующих формирование компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Текущая аттестация проводится в форме выполнения лабораторных работ и написания реферата на одну из предложенных тем.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков. Критерии оценивания приведены выше.