

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
цифровых технологий



С.Д.Кургалин  
30.06.2018 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Б1.В.16 КОМБИНАТОРНЫЕ АЛГОРИТМЫ**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

02.03.01 Математика и компьютерные науки

**2. Профиль подготовки/специализация:** для всех профилей

**3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** цифровых технологий

**6. Составители программы:** Родин Владимир Александрович, доктор физико-математических наук, профессор

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом факультета компьютерных наук (протокол № 6 от 25.06.2018)

**8. Учебный год:** 2021-2022

**Семестр(ы):** 7

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** освоить современные алгоритмы дискретной математики, связанные с комбинаторным анализом и итерационными системами, включая фракталы и хаос.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина относится к базовой части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины необходимо предварительное изучение курсов «Фундаментальная и компьютерная алгебра», «Математический анализ».

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.	<p>знать: основные схемы и методы построения комбинаторных алгоритмов и их применение в различных разделах современной математики;</p> <p>уметь: реализовывать численные методы построения комбинаторных алгоритмов на ЭВМ;</p> <p>владеть: навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов построения комбинаторных алгоритмов, и разработки прикладных программ для их реализации.</p>
ПК-3	Способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.	<p>знать: методы формулировки и доказательства математических утверждений;</p> <p>уметь: применять аппарат комбинаторики для доказательства утверждений и теорем;</p> <p>владеть: навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.</p>

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 5/180.**

**Форма промежуточной аттестации:** 7 семестр – экзамен.

**13. Виды учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		7 сем.
Аудиторные занятия	66	66
в том числе:		
лекции	34	34
практические	16	16
лабораторные	16	16
Самостоятельная работа	78	78
Экзамен	36	36
Итого:	180	180

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Действия с подмножествами	Порождение: подмножеств, перестановок, сочетаний, композиций, разбиений, сортировка,
1.2	Оптимизация на графах	Определение наилучшего пути
1.3	Теория расписаний	Транспортные задачи с разными целевыми функциями
1.4	Задача коммивояжера	Задача коммивояжера
1.5	Задачи логистики	Задачи логистики
<b>2. Лабораторные занятия</b>		
2.1	Действия с подмножествами	Порождение: подмножеств, перестановок, сочетаний, композиций, разбиений, сортировка,
2.2	Оптимизация на графах	Определение наилучшего пути
2.3	Теория расписаний	Транспортные задачи с разными целевыми функциями
2.4	Задача коммивояжера	Решение задачи в упрощенном варианте
2.5	Задачи логистики	Решение задачи в упрощенном варианте

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Действия с подмножествами	6	2	2	14	24
2	Оптимизация на графах	8	4	4	16	32
3	Теория расписаний	8	4	4	16	32
4	Задача коммивояжера	6	4	4	16	30

5	Задачи логистики	6	2	2	16	26
	Итого:	34	16	16	78	144

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Окулов, С.М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике / С.М. Окулов. — 2-е изд. (эл.). — Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. — 427 с. — (Педагогическое образование). — <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=222848">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=222848</a> >.
2	Ржевский, С.В. Исследование операций [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2013. — 476 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=32821">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=32821</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Виленкин, Н.Я. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин. — М. : ФИМА : МЦНМО, 2006. — 399, [1] с.
4	Таха Х. А. Введение в исследование операций : пер. с англ. / Хемди А. Таха .— 7-е изд. — М. [и др.] : Вильямс, 2005 .— 901 с.
5	Григорьев М. Н. Логистика. Базовый курс : учебник : [по направлению "Менеджмент"] / М.Н. Григорьев, С.А. Уваров .— М. : Юрайт, 2011 .— 782 с.
6	Фляйшнер Г. Эйлеровы графы и смежные вопросы / Г. Фляйшнер ; пер. с англ. В. А. Евстигнеева и др. под ред. Л. С. Мельникова .— М. : Мир, 2002 .— 334, [1] с

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
7	<a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> –ЗНБ ВГУ
8	<a href="http://www.ieee.org">IEEE CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY ISSN 1063-6536</a> ; <a href="http://www.ieee.org">IEEE CONTROL THEORY @ APPLICATIONS. ISSN 1751-8644</a> .

#### 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Окулов, С.М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике / С.М. Окулов. — 2-е изд. (эл.). — Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. — 427 с. — (Педагогическое образование). — <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=222848">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=222848</a> >.

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости) — программное обеспечение компьютерных классов.**

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:** лекционная аудитория, оборудованная мультимедийным проектором, компьютерный класс.

**19. Фонд оценочных средств:**

**19.1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС (средства оценивания)
ОПК-1	Знать: основные схемы и методы построения комбинаторных алгоритмов и их применение в различных разделах современной математики.	Разделы 1-5	КИМ
	Уметь: реализовывать численные методы построения комбинаторных алгоритмов на ЭВМ.	Разделы 1-5	Лабораторные работы 1-6
	Владеть: навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов построения комбинаторных алгоритмов, и разработки прикладных программ для их реализации.	Разделы 1-5	Лабораторные работы 1-6
ПК-3	Знать: методы формулировки и доказательства математических утверждений.	Разделы 1-5	КИМ
	Уметь: применять аппарат комбинаторики для доказательства утверждений и теорем.	Разделы 1-5	Лабораторные работы 1-6
	Владеть: навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.	Разделы 1-5	Лабораторные работы 1-6
<b>Промежуточная аттестация</b>			КИМ

**19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации**

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание основных схем и методов построения комбинаторных алгоритмов и их применение в различных разделах современной математики;
- 2) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;
- 3) умение реализовывать численные методы построения комбинаторных алгоритмов на ЭВМ;
- 4) умение применять аппарат комбинаторики для доказательства утверждений и теорем;
- 5) владение навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов построения комбинаторных алгоритмов, и разработки прикладных программ для их реализации.

6) владение навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	–	Неудовлетворительно

### **19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **19.3.1 Перечень вопросов к экзамену**

1. Основные понятия комбинаторики и теории конечномерных банаховых пространств: сочетания, перестановки, размещения, метрика, аффинные преобразования
2. Алгоритм с возвращением, шахматные этюды, выход из лабиринта, понятие о методах ветвей и границ
3. Аффинные преобразования в  $R^n$ , сжимающие отображения.
4. Уравнение Ферхюльста-Пирла, переход через удвоение к хаосу.
5. Шахматные этюды, алгоритм и граф схемы выхода из лабиринта.
6. Понятие о хаосе (не стохастическом).
7. Операции над множествами, геометрия Эйлера, мощность.
8. Аттрактор Лоренца.
9. Ковер Серпинского, алгоритмы построения.
10. Универсальность Фейгенбаума.
11. Алгоритмы логистики, размещение.

12. Теоремы о сжимающем преобразовании.
13. Алгоритмы логистики, оптимальные размеры партий.
14. Уравнение Ферхюльста-Пирла.
15. Пространства Хаусдорфа, их свойства.
16. Дерево Фейгенбаума.
17. Классические фракталы, звезда Коха.
18. Итерационные системы, построение фракталов.
19. Метод Хаффмена построения оптимального кода.
20. Выполнимые и равносильные формулы в ИП. Отрицание формулы с кванторами.
21. Множество Кантора с различным алгоритмом построения.
22. Хаос и фракталы.
23. L-системы, примеры алгоритмов.
24. Существенная зависимость в динамике развития.
25. Расстояние (метрика) на множестве  $R^n$ , комплексные числа.
26. Символическая динамика.
27. Отображения с помощью комплексных чисел.
28. Алгоритм рандомизированной СИФ.
29. Кривая Пиано, предельная теорема о свойствах этой кривой.
30. Периодичность Шарковского.
31. Мера различных модификаций множества Кантора.
32. Множества Жюлиа.
33. Системы итерированных функций.
34. Быстрое преобразование Фурье.
35. Транспортные задачи.
36. Случайные возмущения.
37. Оптимизация движения по орграфу.
38. Частичная рекурсивность вычислимых функций. Формула Клини.
39. Задача коммивояжера.

40. Броуновское движение, алгоритм построения.
41. Полнота и непротиворечивость формальных теорий. Непротиворечивость исчисления высказываний (ИВ).
42. Фрактальное броуновское движение.
43. Точка Ферма-Торричели-Штейнера.
44. Полнота и компактность.
45. Алгоритмы нахождения всех перестановок.
46. Компактные, совершенные и вполне разрывное множество. Примеры с разной фрактальной размерностью.

### 19.3.2 Перечень лабораторных работ

1. Перестановки и алгоритмы их порождения.
2. Поиск в графе. Поиск в ширину и глубину.
3. Метод ветвей и границ.
4. Задача о назначениях.
5. Задача коммивояжера. Алгоритм Литтла.
6. Транспортная задача. Алгоритм нахождения максимального потока минимальной стоимости.

#### Типовое задание для лабораторной работы

#### Лабораторная работа № 2 «Поиск в графе. Поиск в ширину и глубину».

**Цель работы:** сформировать представление о методе и алгоритмах поиска в ширину и глубину на графе и их применении при решении задач.

**Отчёт о работе** проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

**Критерии оценки:** для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

**Задание:** Напишите программу нахождения кратчайшего пути в графе из вершины  $v$  в  $w$  с использованием процесса поиска в ширину. Дерево поиска BFS представлено в виде родительских связей (массив, индексированный номерами вершин и содержащий элементы – родительскую вершину). Программа распечатывает кратчайший путь (в виде последовательности вершин найденного пути) из заданной вершины  $v$  к любой из вершин. Используйте представление графа в виде матрицы смежности.



#### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: письменного опроса и контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования, а также в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе контроля знаний на факультете компьютерных наук ВГУ.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.