

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
цифровых технологий



С.Д.Кургалин  
30.06.2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В.02 ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО**

- 1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**  
09.03.02 Информационные системы и технологии
- 2. Профиль подготовки/специализации:** для всех профилей
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр
- 4. Форма образования:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра цифровых технологий
- 6. Составители программы:** Сирота Екатерина Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим советом факультета компьютерных наук, протокол №6 от 25.06.18
- 8. Учебный год:** 2018-2019, 2019-2020 **Семестр(-ы):** 2,3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

целью курса является изучение основ теории функций комплексного переменного. Основными задачами курса являются:

- знакомство с комплексными числами и основными операциями над ними;
- освоение понятия функции комплексной переменной, а также понятия односвязной (многосвязной) области, внутренней (внешней, удаленной) точки.
- освоение операций дифференцирования и интегрирования функции комплексного переменного;
- знакомство с понятием вычетов.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** (блок Б1, базовая или вариативная часть, к которой относится дисциплина; требования к входным знаниям, умениям и навыкам; дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей))

ТФКП входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части. Для успешного изучения данного курса необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения школьного курса математики.

ТФКП относится к числу фундаментальных разделов современной математики. Знание основ ТФКП является важной составляющей общей математической культуры выпускника.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-2	способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	знать: методы теории функций комплексного переменного, применяемые для моделирования систем уметь: использовать методы теории функций комплексного переменного для решения практических задач владеть (иметь навык(и)): навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) — 8/288.**

**Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен) экзамен .**

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	В том	По семестрам

		числе в интерактив ной форме	2 сем.	3 сем.	.....
Аудиторные занятия	128		68	60	
в том числе:					
лекции	74		34	40	
практические	54		34	20	
лабораторные					
Самостоятельная работа	88		40	48	
3 рубежные аттестации					
Итого:	288	10	180	144	
Экзамен	72		36	36	

### 13.1. Содержание дисциплины

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Комплексные числа и действия над ними	Основные определения и факты, относящиеся к понятию комплексных чисел; арифметические действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа, их геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Понятия последовательности комплексных чисел, предела последовательности комплексных чисел, ограниченной, неограниченной, сходящейся последовательности комплексных чисел. Основные теоремы теории пределов. Критерии Коши для сходящейся последовательности. Бесконечно удаленная точка.
2	Функции комплексной переменной	Понятие функции комплексной переменной. Понятия односвязной (многосвязной) области, внутренней (внешней, удаленной) точки. Предел функции комплексной переменной. Непрерывность функции комплексной переменной. Линии на комплексной плоскости.
3	Дифференцирование функций комплексной переменной	Производная функции комплексной переменной. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Условия Коши-Римана дифференцируемости функции. Конформные отображения (первого и второго рода). Аналитические и гармонические функции. Связь между аналитическими и гармоническими функциями. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Дифференцирование функций комплексной переменной.
4	Элементарные функции	Явные формулы для функций: $\text{Exp}(z)$ , $\text{Sin}(z)$ , $\text{Cos}(z)$ , $\text{Ln}(z)$ . Алгоритм вычисления функций $\text{Arcsin}(z)$ , $\text{Arccos}(z)$ , $\text{Arctg}(z)$ , $\text{Arcctg}(z)$ . Отображение плоскости, заданные формулами $f(z)=z^2$ , $f(z)=1/z$ .
5	Интегрирование функций комплексной переменной	Определения и свойства интеграла по комплексной переменной. Понятие первообразной функции, контура, контурного интеграла. Вычисление. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Вывод формулы Коши. Интеграл Коши. Следствия из

		<p>формулы Коши. Интегралы, зависящие от параметра.</p> <p>Доказательство существования производных всех порядков у аналитических функций. Теорема Лиувилля.</p>
6	Ряды аналитических функций	<p>Числовые ряды на комплексной области. Сходимость и абсолютная сходимость числовых рядов с комплексными членами. Сумма ряда, остаток ряда. Ряды функций комплексной переменной. Сходящиеся и равномерно сходящиеся функциональные ряды. Признак Вейерштрасса. Критерий Коши для равномерно сходящихся функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся рядов. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Радиус сходимости и его вычисление. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора. Единственность определения аналитической функции. Нули аналитической функции. Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек аналитической функции. Теоремы о предельных значениях аналитических функций в устранимой особой точке и в полюсе <math>m</math>-го порядка. Теорема Сохатского –Вейерштрасса. Нули аналитической функции. Теорема единственности. Разложение функции в ряд Лорана. Изолированные особые точки.</p>
7	Конформные отображения. Дробно-линейная функция	<p>Понятие конформного отображения. Простейшие примеры конформного отображения. Основные принципы конформного отображения. Свойства дробно-линейного отображения: конформность, круговое свойство, свойство симметрии. Представления дробно-линейной функции как совокупности простейших отображений. Условия однозначно определяющие дробно-линейную функцию.</p>
8	Вычеты и их применение	<p>Классификация особых точек однозначной функции. Поведение функции в окрестности бесконечно удаленной точки. Вычеты и их приложения. Вычисление вычетов. Основная теорема о вычетах. Вычисление определенных и несобственных интегралов с помощью вычетов. Понятие логарифмического вычета. Подсчет нулей аналитической функции.</p>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Комплексные числа и действия над ними	8	8		10	26

2	Функции комплексной переменной	8	8		10	26
3	Дифференцирование функций комплексной переменной	6	6		10	22
4	Элементарные функции	4	4		10	18
5	Интегрирование функций комплексной переменной	12	12		10	34
6	Ряды аналитических функций	18	18		10	46
7	Конформные отображения. Дробно-линейная функция	12	12		20	44
8	Вычеты и их применение	6	6		8	20
	ИТОГО	74	74		88	236

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т. д.)

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

новная литература:

№ п/п	Источник
1	Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной: учебное пособие / под ред. И. М. Петрушко .— Москва : Лань, 2010 .— 368 с.
2	Будаев, Виктор Дмитриевич. Математический анализ : учебник / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон ; В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон .— Москва : Лань, 2017 .— 544 с. : ил. ; 22 см. — Библиогр.: с. 531 .— Имен. указ.: с. 537 .— Предм. указ.: с. 532-536 .— ISBN 978-5-8114-2595-2 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/96244>.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	<a href="#">Свешников А.Г.</a> Теория функций комплексной переменной : учебник для студ. физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— Изд. 6-е, стер. — М. : Физматлит, 2004.— 335 с.
4	<a href="#">Волковыский Л.И.</a> Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие для студ. вузов / Л.И. Волковыский, Г.Л. Луниц, И.Г. Араманович. — Изд. 4-е, перераб. — М. : Физматлит, 2004 .— 312 с.
5	<a href="#">Луниц, Г.Л.</a> Функции комплексного переменного: учебник для вузов/ Г.Л.

Луниц, Л.Э. Эльсгольц. - М.: Наука, 2002. – 296 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
11	<a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> – ЗНБ ВГУ

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Будаев, Виктор Дмитриевич. Математический анализ : : учебник / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон ; В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон .— Москва : Лань, 2017 .— 544 с. : ил. ; 22 см. — Библиогр.: с. 531 .— Имен. указ.: с. 537 .— Предм. указ.: с. 532-536 .— ISBN 978-5-8114-2595-2 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/96244>.

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

программное обеспечение компьютерных классов (Microsoft Visual Studio).

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)

лекционная аудитория, оснащенная мультимедийным проектором.

**19. Фонд оценочных средств:**

**19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-2	знать: основные понятия теории функций комплексного переменного и методы теории функций комплексного переменного, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач;	Разделы 1-9	Письменный опрос

	уметь: реализовывать методы теории функций комплексного переменного на ЭВМ;	Разделы 1-9	Письменный опрос
	владеть: навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач.	Разделы 1-9	Письменный опрос
<b>Промежуточная аттестация</b>			<b>КИМ</b>

\* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

### **19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации**

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание основных понятий теории функций комплексного переменного и методов теории функций комплексного переменного, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач;
- 2) знание постановки классических задач;
- 3) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;
- 4) умение применять методы теории функций комплексного переменного для решения задач профессиональной деятельности;
- 5) умение применять аппарат теории функций комплексного переменного для доказательства утверждений и теорем;
- 6) владение навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач решения различных задач;
- 7) владение навыками использования методов решения классических задач теории функций комплексного переменного для решения различных естественнонаучных задач.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся	Базовый уровень	Хорошо

дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.		
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	–	Неудовлетворительно

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**19.3.1 Перечень вопросов к экзамену :**

Основные определения и факты, относящиеся к понятию комплексных чисел; арифметические действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа, их геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Понятия последовательности комплексных чисел, предела последовательности комплексных чисел, ограниченной, неограниченной, сходящейся последовательности комплексных чисел. Основные теоремы теории пределов. Критерии Коши для сходящейся последовательности. Бесконечно удаленная точка. Понятие функции комплексной переменной. Понятия односвязной (многосвязной) области, внутренней (внешней, удаленной) точки. Предел функции комплексной переменной. Непрерывность функции комплексной переменной. Линии на комплексной плоскости. Производная функции комплексной переменной. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Условия Коши-Римана дифференцируемости функции. Конформные отображения (первого и второго рода). Аналитические и гармонические функции. Связь между аналитическими и гармоническими функциями. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Дифференцирование функций комплексной переменной. Явные формулы для функций:  $\text{Exp}(z)$ ,  $\text{Sin}(z)$ ,  $\text{Cos}(z)$ ,  $\text{Ln}(z)$ . Алгоритм вычисления функций  $\text{Arcsin}(z)$ ,  $\text{Arccos}(z)$ ,  $\text{Arctg}(z)$ ,  $\text{Arcctg}(z)$ . Отображение плоскости, заданные формулами  $f(z)=z^2$ ,  $f(z)=1/z$ . Определения и свойства интеграла по комплексной переменной. Понятие первообразной функции, контура, контурного интеграла.

Вычисление. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Вывод формулы Коши. Интеграл Коши. Следствия из формулы Коши. Интегралы, зависящие от параметра. Доказательство существования производных всех порядков у аналитических функций. Теорема Лиувилля.

Числовые ряды на комплексной области. Сходимость и абсолютная сходимость числовых рядов с комплексными членами. Сумма ряда, остаток ряда. Ряды функций комплексной переменной.

Сходящиеся и равномерно сходящиеся функциональные ряды. Признак Вейерштрасса. Критерий Коши для равномерно сходящихся функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся рядов. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Радиус сходимости и его вычисление. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора. Единственность определения аналитической функции. Нули аналитической функции.

Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек аналитической функции. Теоремы о предельных значениях аналитических функций в устранимой особой точке и в полюсе  $m$ -го порядка. Теорема Сохатского – Вейерштрасса. Нули аналитической функции. Теорема единственности. Разложение функции в ряд Лорана. Изолированные особые точки.

Понятие конформного отображения. Простейшие примеры конформного отображения. Основные принципы конформного отображения. Свойства дробно-линейного отображения: конформность, круговое свойство, свойство симметрии. Представления дробно-линейной функции как совокупности простейших отображений. Условия однозначно определяющие дробно-линейную функцию. Классификация особых точек однозначной функции. Поведение функции в окрестности бесконечно удаленной точки. Вычеты и их приложения. Вычисление вычетов. Основная теорема о вычетах. Вычисление определенных и несобственных интегралов с помощью вычетов. Понятие логарифмического вычета. Подсчет нулей аналитической функции.

### **19.3.2 Перечень практических заданий**

#### **Комплект заданий для контрольной работы**

##### **Контрольная работа № 1**

Задание 1 (10 баллов). Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

Задание 2 (20 баллов). Бесконечно удаленная точка.

Задание 3 (20 баллов). Следствия из формулы Коши.

### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского

государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: письменного опроса и контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования, а также в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе контроля знаний на факультете компьютерных наук ВГУ.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.