

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
цифровых технологий



С.Д.Кургалин  
30.06.2018 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.В.06.Уравнения математической физики и специальные функции

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

09.03.02 Информационные системы и технологии

2. Профиль подготовки/специализация: для всех профилей

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: кафедра цифровых технологий

6. Составители программы: Крыловецкий Александр Абрамович, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим советом факультета компьютерных наук Воронежского госуниверситета, протокол №6 от 25.06.18

8. Учебный год: 2019-2020

Семестр(ы): 4

### 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

фундаментальная подготовка в области уравнений в частных производных; овладение аналитическими методами математической физики; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

### 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Для успешного освоения необходимо предварительное изучение следующих дисциплин: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения».

### 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотношенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-2	способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы теории уравнений математической физики и специальных функций и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	знать: методы теории уравнений математической физики и специальных функций, применяемые для моделирования систем  уметь: использовать методы теории уравнений математической физики и специальных функций для решения практических задач  владеть (иметь навык(и)): навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач

### 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) — 4/144.

### Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен) экзамен .

#### 13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		4 семестр	№ семестра	...
Аудиторные занятия				
в том числе: лекции	34	34		
практические	16	16		
лабораторные	16	16		
Самостоятельная работа	42	42		
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час. / экзамен – ___ час.)	36	36		
Итого:	144	144		

#### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Введение	Введение.
2	Классификация дифференциальных уравнений с частными производными	Классификация дифференциальных уравнений с частными производными
3	Уравнения гиперболического типа	Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Метод распространяющихся волн. Метод разделения переменных. Задачи с данными на характеристиках. Решение общих линейных уравнений гиперболического типа
4	Уравнения параболического типа	Простейшие задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Метод разделения переменных. Задачи на бесконечной прямой. Задачи без начальных условий. Свойства дельта-функции
5	Уравнения эллиптического типа	Задачи, приводящие к уравнению Лапласа. Общие свойства гармонических функций. Решение краевых задач для простейших областей методом разделения переменных. Функция источника. Теория потенциала. Функции влияния точечных источников. Задачи математической теории дифракции
6	Специальные функции	Цилиндрические функции. Краевая задача для уравнения Бесселя. Различные типы цилиндрических функций. Сферические функции. Полиномы Лежандра. Присоединенные функции Лежандра. Гармонические полиномы и сферические функции. Полиномы Чебышева-Эрмита. Полиномы Чебышева-Лагерра

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Лабораторные	Практические	Самостоятельная работа	Всего
4 семестр						
1	Введение	6	3	3	7	19
2	Классификация дифференциальных уравнений с частными производными	6	3	3	7	19
3	Уравнения гиперболического типа	6	3	3	7	19
4	Уравнения параболического типа	6	3	3	7	19
5	Уравнения эллиптического типа	6	3	3	7	19

6	Специальные функции	4	2	2	7	15
Итого		34	16	16	42	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
  - методические указания и пособия;
  - контрольные задания для закрепления теоретического материала;
  - электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.
- Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Владимиров, В.С. Уравнения математической физики: учебник для студ. вузов / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. — Изд. 2-е, стер. — М.: Физматлит, 2008. — 398 с.
2	Емельянов, В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.М. Емельянов, Е.А. Рыбакина. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2008. — 214 с. — Режим доступа: <a href="http://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=140">http://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=140</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Крыловецкий, А.А. Компьютерный практикум по уравнениям математической физики : учебное пособие для вузов / А.А. Крыловецкий, А.В. Флегель ; Воронеж. гос. ун-т. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2009. — 62 с.
4	Конспект лекций по уравнениям математической физики для студентов IT-направлений [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. фак. компьютер. наук 2 и 3 к. днев. отд-ния, обуч. по направлениям: 010200 "Математика и компьютерные науки", 230400 "Информ. системы и технологии, 231000 "Програм. инженерия"] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: А.А. Крыловецкий, Т.А. Крыловецкая. — Электрон. текстовые. дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. — URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m14-72.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m14-72.pdf</a>
5	Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики : учебник для студ. физ.-мат. специальностей ун-тов / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. — 7-е изд. — М.: Изд-во Моск. ун-та : Наука, 2004. — 798 с.
6	Бицадзе, А.В. Сборник задач по уравнениям математической физики : учебное пособие для студ. мех.-мат. и физ. спец. вузов. — М.: Наука, 1977. — 222 с.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

№ п/п	Источник
7	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> — ЗНБ ВГУ

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

#### 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Математический анализ: интегральное исчисление : практикум. — Ставрополь : СКФУ,

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

нет

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)

Лекционная аудитория

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-2	знать: методы теории уравнений математической физики и специальных функций, применяемые для моделирования систем	Разделы 1-11	Письменный опрос, КИМ
	уметь: использовать методы теории уравнений математической физики и специальных функций для решения практических задач	Разделы 1-11	Письменный опрос, КИМ
	владеть (иметь навык(и)): навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач	Разделы 1-11	Письменный опрос, КИМ
<b>Промежуточная аттестация</b>			КИМ

\* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

### 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

#### Пример:

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание основных понятий теории уравнений математической физики и специальных функций и его методов, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач;
- 2) знание постановки классических задач;
- 3) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;
- 4) умение применять методы теории уравнений математической физики и специальных функций для решения задач профессиональной деятельности;

- 5) умение применять аппарат теории уравнений математической физики и специальных функций для доказательства утверждений и теорем;
- 6) владение навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач решения различных задач;
- 7) владение навыками использования методов решения классических задач теории уравнений математической физики и специальных функций для решения различных естественнонаучных задач.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	–	<i>Неудовлетворительно</i>

### **19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:**

Классификация дифференциальных уравнений с частными производными

Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Метод распространяющихся волн. Метод разделения переменных. Задачи с данными на характеристиках. Решение общих линейных уравнений гиперболического типа

Простейшие задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Метод разделения переменных. Задачи на бесконечной прямой. Задачи без начальных условий. Свойства дельта-функции

Задачи, приводящие к уравнению Лапласа. Общие свойства гармонических функций. Решение краевых задач для простейших областей методом разделения переменных. Функция источника. Теория потенциала. Функции влияния точечных источников. Задачи математической теории дифракции

Цилиндрические функции. Краевая задача для уравнения Бесселя. Различные типы цилиндрических функций. Сферические функции. Полиномы Лежандра. Присоединенные функции Лежандра. Гармонические полиномы и сферические функции. Полиномы Чебышева-Эрмита. Полиномы Чебышева-Лагерра

## 19.3.2 Перечень практических заданий

### Комплект заданий для контрольной работы

по дисциплине Уравнения математической физики и специальные функции  
(наименование дисциплины)

#### Контрольная работа № 1

##### Вариант 1.

**Задание 1 (3 балла).** Определите тип уравнения

$$27u_{xx} - 18u_{xy} + 3u_{yy} + 5u_y - 9 = 0.$$

**Задание 2 (4 балла).** Определите тип уравнения

$$35u_y - 48u_{yy} - 11u_{xx} + \sin(x) = 0.$$

**Задание 3 (5 баллов).** Определите тип уравнения при  $x > 1$

$$2 \cos(y)u_{xx} - 2xu_{xy} + \sin(y)u_{yy} + \sin(x)u_x + 7 = 0.$$

**Задание 4 (8 баллов).** Найдите общее решение уравнения

$$u_{xx} = xy.$$

**Задание 5 (10 баллов).** Найдите общее решение уравнения

$$u_{xy} = \sin(x) + \sin(y).$$

**Задание 6 (20 баллов).** Приведите уравнение к каноническому виду

$$u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} - u_x + 9 = 0.$$

##### Вариант 2.

**Задание 1 (3 балла).** Определите тип уравнения

$$-9u_{xx} + 20u_{xy} - 12u_{yy} - 11u_x + 2u = 0.$$

**Задание 2 (4 балла).** Определите тип уравнения

$$2u_x + 5u_{yy} - 18u_{xy} + 3e^{-x}u = 0.$$

**Задание 3 (5 баллов).** Определите тип уравнения при  $y > 0$

$$y^2 \sin^2(x)u_{xx} + 4y \cos(x)u_{xy} - 4u_{yy} + 2yu_x = 5.$$

**Задание 4 (8 баллов).** Найдите общее решение уравнения

$$u_{xy} = x + y^2.$$

**Задание 5 (10 баллов).** Найдите общее решение уравнения

$$u_{yy} = 2 \sin(x) + e^{-y}.$$

**Задание 6 (20 баллов).** Приведите уравнение к каноническому виду

$$u_{xx} + 6u_{xy} + 8u_{yy} + u_y - u = 0.$$

#### Контрольная работа № 2

##### Вариант 1.

**Задание 1 (20 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных

$$u_{xx} - 16u_{tt} = 0, x \in [0, 4],$$

$$u(0, t) = 0, u_x(4, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = \sin\left(\frac{5\pi}{8}x\right), u_t(x, 0) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{8}x\right).$$

**Задание 2 (30 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных

$$u_{xx} - 4u_{tt} = 0, x \in [0, 2],$$

$$u(0, t) = 0, u(2, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = 2x, u_t(x, 0) = 0.$$

##### Вариант 2.

**Задание 1 (20 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных

$$u_{xx} - 9u_{tt} = 0, x \in [0, 2],$$

$$u_x(0, t) = 0, u(2, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = 5 \cos\left(\frac{3\pi}{4}x\right), u_t(x, 0) = \cos\left(\frac{5\pi}{4}x\right).$$

**Задание 2 (30 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных

$$u_{xx} - 25u_{tt} = 0, x \in [0, 3],$$

$$u(0, t) = 0, u(3, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = x.$$

### Контрольная работа № 3

#### Вариант 1.

**Задание 1 (20 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных

$$u_{xx} + u_{tt} = 2xe^{-t}, x \in [0, 1],$$

$$u(0, t) = 0, u(1, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0.$$

**Задание 2 (30 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных

$$u_{xx} - 4u_t = 4x - 12t^2 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)e^{-2t}, x \in [0, 3];$$

$$u(0, t) = t^3, u_x(3, t) = 1 - t;$$

$$u(x, 0) = x.$$

#### Вариант 2.

**Задание 1 (20 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных

$$u_{xx} + 9u_{tt} = 5xt, x \in [0, 2],$$

$$u(0, t) = 0, u(2, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0.$$

**Задание 2 (30 баллов).** Решите задачу методом разделения переменных

$$u_{xx} - u_t = -2t + 2xe^{-t} + 7t \sin\left(\frac{3\pi}{10}x\right), x \in [0, 5];$$

$$u(0, t) = t^2 + 1, u_x(5, t) = 2e^{-t};$$

$$u(x, 0) = 2x + 1.$$

## 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: письменного опроса и контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования, а также в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе контроля знаний на факультете компьютерных наук ВГУ.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.