

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
\_\_\_\_\_ системного анализа и управления  
наименование кафедры, отвечающей за реализацию дисциплины

*Курбатов*

\_\_\_\_\_ Курбатов В.Г.  
подпись, расшифровка подписи  
23.03.2024г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.03 Проекционно-вариационные методы в прикладных  
задачах

*Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом*

1. Код и наименование направления подготовки/специальности: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

2. Профиль подготовки/специализация: Компьютерные технологии в задачах математической физики, оптимизации и управления \_\_\_\_\_

3. Квалификация выпускника: магистр \_\_\_\_\_

4. Форма обучения: очная \_\_\_\_\_

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: системного анализа и управления  
\_\_\_\_\_

6. Составители программы: Белоусова Е.П., к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_  
(ФИО, ученая степень, ученое звание)

7. Рекомендована: НМС протокол № 5 от 22.03.2024

\_\_\_\_\_  
(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола)

8. Учебный год: 2024/2025 \_\_\_\_\_

Семестр(ы)/Триместр(ы): \_\_\_\_\_ 3 \_\_\_\_\_

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- освоение проекционно-вариационных методов исследования различных математических моделей прикладных задач для формирования умений и навыков проводить работу по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований; использования современных математических и компьютерных методов в задачах математической физики, оптимизации и оптимального управления.

**Задачи учебной дисциплины:**

- научить применять метод Галёркина, метод наименьших квадратов и метод Рунге к решению краевых задач для линейных дифференциальных уравнений,
- исследовать сходимость и вычислительную устойчивость этих методов,
- сформировать практические навыки анализа и обработки информации по тематике исследований;
- получить навыки использования современных наукоемких технологий и пакетов прикладных программ для решения задач анализа динамических систем, задач математической физики, оптимизации и оптимального управления;
- обучить правильному выбору алгоритмов и средств их реализации при решении задач управления и оптимизации.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Практика относится к вариативной части блока Б1. Для её проведения требуется знание основных разделов прикладной математики, информатики и информационных технологий. В случае успешного ее завершения студент готов к осуществлению своей профессиональной деятельности.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен проводить работы по обработке и анализу научно-технической информации, результатов исследований	ПК-1.2	Анализирует и обрабатывает информацию по тематике исследований	Знать: научно-техническую информацию Уметь: анализировать и обрабатывать информацию Владеть: способами обработки результатов исследований
ПК-4	Способен использовать современные математические и компьютерные методы в задачах математической физики, оптимизации и оптимального управления	ПК-4.1	Использует современные наукоемкие технологии и пакеты прикладных программ для решения задач анализа динамических систем, задач математической физики, оптимизации и оптимального управления	Знать: современные наукоемкие технологии и пакеты прикладных программ Уметь: использовать современные наукоемкие технологии и пакеты прикладных программ для решения задач анализа динамических систем Владеть: навыками оптимизации и оптимального управления

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) — 4 / 144.

Форма промежуточной аттестации экзамен

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость
--------------------	--------------

		Всего	По семестрам		
			3 семестра	№ семестра	...
Аудиторные занятия		48	48		
в том числе:	лекции	32	32		
	практические	16	16		
	лабораторные				
Самостоятельная работа		60	60		
в том числе: курсовая работа (проект)					
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)					
Итого:		144	144		

### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Прямые вариационного исчисления. методы	Основная идея прямых методов.	Проекционно-вариационные методы в прикладных задачах 01.04.02
1.2	Метод Галеркина.	Метод Галеркина. Сходимость метода Галеркина. Устойчивость вычислительной схемы метода Галеркина. Примеры.	Проекционно-вариационные методы в прикладных задачах 01.04.02
1.3	Метод Ритца.	Метод Ритца. Сходимость метода Ритца. Устойчивость вычислительной схемы метода Ритца. Примеры.	Проекционно-вариационные методы в прикладных задачах 01.04.02
1.4	Метод наименьших квадратов.	Метод наименьших квадратов. Сходимость метода Ритца. Устойчивость вычислительной схемы метода Ритца. Примеры.	Проекционно-вариационные методы в прикладных задачах 01.04.02
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Прямые вариационного исчисления. методы	Основная идея прямых методов.	Проекционно-вариационные методы в прикладных задачах 01.04.02
2.2	Метод Галеркина.	Метод Галеркина. Сходимость метода Галеркина. Устойчивость вычислительной схемы метода Галеркина. Примеры.	Проекционно-вариационные методы в прикладных задачах 01.04.02

2.3	Метод Ритца.	Метод Ритца. Сходимость метода Ритца. Устойчивость вычислительной схемы метода Ритца. Примеры.	Проекционно-вариационные методы в прикладных задачах 01.04.02
2.4	Метод наименьших квадратов.	Метод наименьших квадратов. Сходимость метода Ритца. Устойчивость вычислительной схемы метода Ритца. Примеры.	Проекционно-вариационные методы в прикладных задачах 01.04.02

\* заполняется, если отдельные разделы дисциплины изучаются с помощью онлайн-курса. В колонке Примечание необходимо указать название онлайн-курса или ЭУМК. В других случаях в ячейки ставятся прочерки.

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Прямые методы вариационного исчисления.	8	4		15	27
2.	Метод Галеркина.	8	4		15	27
3.	Метод Ритца.	8	4		15	27
4.	Метод наименьших квадратов.	8	4		15	27
	Итого:	32	16		60	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Работа с конспектами лекций и практических занятий, выполнение домашних практических заданий, выполнение заданий текущей аттестации в виде промежуточных контрольных работ.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

#### а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 512 с. — ISBN 978-5-8114-1887-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/67460">https://e.lanbook.com/book/67460</a> (дата обращения: 22.01.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	<u>Васильев, Федор Павлович</u> . Методы оптимизации : [учебник для студ. вузов, обуч. по специальности ВПО 010501 "Прикладная математика и информатика"] : [в 2 ч.] / Ф.П. Васильев. — Москва : Изд-во МЦНМО, 2011. — ISBN 978-5-94057-706-5. Ч. 1: Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование. — Изд. новое, перераб. и доп. — 2011. — 619 с. : ил. — Библиогр.: с. 570-610. — Предм. указ.: с. 611-614. — ISBN 978-5-94057-707-2.
3	<u>Васильев, Федор Павлович</u> . Методы оптимизации : [учебник для студ. вузов, обуч. по специальности ВПО 010501 "Прикладная математика и информатика"] : [в 2 ч.] / Ф.П. Васильев. — Москва : Изд-во МЦНМО, 2011. — ISBN 978-5-94057-706-5. Ч. 2: Оптимизация в функциональных пространствах. Регуляризация. Аппроксимация. — Изд. новое, перераб. и доп. — 2011. — С. [625]-1056, [3]. — Библиогр.: с. 1006-1046. — Предм. указ.: с. 1047-1051. — ISBN 978-5-94057-708-9.

#### б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
-------	----------

1	Андреева Е.А. Вариационное исчисление и методы оптимизации : учебное пособие для вузов / Е. А. Андреева, В. М. Цирулева. – Москва : Высш. шк., 2006. С. – 348.
2	Андреева Е.А., Цирулева В.М. Оптимальное управление процессом распространения эпидемии // Применение функционального анализа в теории приближений. Тверь : ТвГУ, 1997. С. 5 – 20.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – Режим доступа: <a href="https://lib.vsu.ru">https:// lib.vsu.ru</a>
2	Электронная библиотека рабочих учебных программ дисциплин. Режим доступа: <a href="http://smwww.main.vsu.ru">http://smwww.main.vsu.ru</a>
3	INTUIT.ru: Курс программирование баз данных в Delphi. – URL: <a href="http://www.intuit.ru/departments/se/dbpdelphi/15/">http://www.intuit.ru/departments/se/dbpdelphi/15/</a> (дата обращения 15.04.2020)
4	Подробнее о технологии Java. – URL: <a href="https://java.com/ru/about/">https://java.com/ru/about/</a> (дата обращения 02.04.2020)
5	Проекционно-вариационные методы в прикладных задачах» ПММ 01.04.02/ Е.П. Белоусова — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.moodle.ru">https://edu.moodle.ru</a> .

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы, онлайн-курсы, ЭУМК

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)**

№ п/п	Источник
1	Белоусова Е.П. Периодические решения систем дифференциальных уравнений. Методическое пособие для студентов ф-та ПММ. Изд-во ВГУ, 2009, 38 с.

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Проекционно-вариационные методы в прикладных задачах» ПММ 01.04.02», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:** учебная аудитория для проведения лекций и практических занятий: специализированная мебель, доска (меловая или маркерная). 394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. 408п, 409п, 404п, 410п, 502п, 504п.

В случае применения электронного обучения, дистанционных образовательных технологий допускается замена специально оборудованных помещений их виртуальными аналогами, позволяющими обучающимся осваивать умения и навыки, предусмотренные профессиональной деятельностью.

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Прямые методы вариационного исчисления.	ПК-1 ПК-4	ПК-1.2 ПК-4.1	Контрольная работа
2.	Метод Галеркина.	ПК-1	ПК-1.2	Контрольная работа

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
		ПК-4	ПК-4.1	
3.	Метод Ритца.	ПК-1 ПК-4	ПК-1.2 ПК-4.1	Контрольная работа
4.	Метод наименьших квадратов.	ПК-1 ПК-4	ПК-1.2 ПК-4.1	Контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Перечень вопросов КИМ

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### П. 1 Примеры заданий для проведения контрольной работы

*(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)*

#### Примеры практических заданий

##### Контрольно-измерительные материалы № 1

1. Классическая задача вариационного исчисления. Лемма Лагранжа. Привести примеры такой задачи.
2. Классическая задача вариационного исчисления. Многомерный случай. Привести примеры такой задачи.
3. Задача вариационного исчисления. Условие Лежандра. Интегралы уравнения Эйлера. Привести примеры.
4. Задача вариационного исчисления со старшими производными. Привести примеры.
5. Метод Ритца. Основная идея.

##### Контрольно-измерительные материалы № 2 (примеры из билетов)

1. Найти экстремали в задаче

$$I(x) = \int_0^T (x + \dot{x}^2) dt \rightarrow \inf, x(0) = x_0, x(T) = x_1.$$

2. Найти экстремали в задаче

$$I(x) = \int_1^2 (\dot{x}_1^2 + 2x_1\dot{x}_2 + \dot{x}_2^2 + 2x_2\dot{x}_1) dt \rightarrow \inf, x_1(1) = 2; \quad x_2(1) = 4; x_1(2) = 5; \quad x_2(2) = 10.$$

3. Найти экстремали в задаче

$$I(x) = \int_0^1 e^{-t} \dot{x}^2 dt \rightarrow \inf; x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1, x(1) = e, \dot{x}(1) = 2e.$$

4. Решить задачу методом Ритца

$$I(x) = \int_0^1 (\dot{x}^2 - x^2 - 2tx) dt \rightarrow \inf, x(0) = 0, x(1) = 0.$$

5. Решить задачу методом Галеркина

$$I(x) = \int_{-\pi}^{\pi} \left( \frac{1}{2} \dot{x}^2 - x x \cos(t) + x \sin(t) \right) dt \rightarrow \inf, x(-\pi) = x(\pi) = 2$$

6. Найти приближенное решение задачи

$$I(x) = \int_0^1 (t^3 \dot{x}^2 + 100 t x^2 - 20 t x) dt \rightarrow \inf, x(1) = \dot{x}(1) = 0$$

Указание: Решение можно искать в виде

$$x_n(t) = (t-1)^2 (\alpha_0 + \alpha_1 t + \dots + \alpha_n t^n)$$

7. Найти приближенное решение задачи об экстремуме функционала

$$I(x) = \int_1^2 \left( \dot{x}^2 - \frac{t^2-1}{t} x^2 - 2t^2 x \right) dt \rightarrow \inf, x(1) = 0, x(2) = 0.$$

и сравнить с точным решением.

Указание: решение задачи можно искать в виде

$$x(t) = \alpha(t-1)(t-2)$$

8. Методом Ритца найти приближенное решение задачи о минимуме функционала

$$I(x) = \int_0^2 (\dot{x}^2 + x^2 + 2tx) dt \rightarrow \inf, x(0) = x(2) = 0$$

и сравнить с точным решением.

Указание: приближенное решение можно искать в виде

$$x_n(t) = t(1-t)(\alpha_0 + \alpha_1 t + \dots + \alpha_n t^n) \quad n = 0, 1$$

Описание технологии проведения

Решение заданий КИМ происходит в течение 1 часа 30 минут в учебной аудитории. Затем проходит собеседование с преподавателем.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

**Оценка «отлично»** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, делать правильные выводы; выполнил все задания и задачи полностью без ошибок и недочетов; строго соблюдает

требования при оформлении работы; подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «хорошо»** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; правильно применяет теоретические положения к оценке практических ситуаций; выполнил все задания и задачи полностью, но при наличии в их решении не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов; строго соблюдает требования при оформлении работы; демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций; выполнил не менее 2/3 всех предложенных заданий и задач или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов; допускает незначительные ошибки при оформлении работы; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине; если число ошибок и недочетов в работе превысило норму для оценки 3 или обучающийся выполнил правильно менее 2/3 всех заданий и задач; допускает грубые ошибки при оформлении работы; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

---

*(наименование оценочного средства промежуточной аттестации)*

### Вопросы к экзамену

1. Прямые методы вариационного исчисления. Основная идея.
2. Метод Галеркина.
3. Сходимость метода Галеркина.
4. Устойчивость вычислительной схемы метода Галеркина.
5. Метод Рунге.
6. Сходимость метода Рунге.
7. Устойчивость вычислительной схемы метода Рунге.
8. Метод наименьших квадратов.
9. Сходимость метода наименьших квадратов.
10. Устойчивость вычислительной схемы метода наименьших квадратов.

### Описание технологии проведения

Подготовка к ответу на вопрос происходит в течение 30 минут в учебной аудитории. Затем собеседование с преподавателем.

### Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

**Оценка «отлично»** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, делать правильные выводы; выполнил все задания и задачи полностью без ошибок и недочетов; строго соблюдает



требования при оформлении работы; подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «хорошо»** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; правильно применяет теоретические положения к оценке практических ситуаций; выполнил все задания и задачи полностью, но при наличии в их решении не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов; строго соблюдает требования при оформлении работы; демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций; выполнил не менее 2/3 всех предложенных заданий и задач или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов; допускает незначительные ошибки при оформлении работы; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине; если число ошибок и недочетов в работе превысило норму для оценки 3 или обучающийся выполнил правильно менее 2/3 всех заданий и задач; допускает грубые ошибки при оформлении работы; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1. Для решения задач вариационного исчисления могут применяться следующие прямые методы:

- а) метод Рунге
- б) метод Галеркина
- в) метод конечных приращений

Ответ: а), б).

2. Оптимальное решение  $u_*(t)$  в задаче

$$I(u) = \int_1^2 t^2 \dot{u}^2 dt \rightarrow \text{extr}, u(1) = 3, u(2) = 1$$

имеет вид

- а)  $\frac{4}{t} - 1$
- б)  $t^2 + 1$
- в)  $\frac{4}{t+1}$

Ответ: а).

3. Оптимальное решение  $u_*(t)$  в задаче

$$I(u) = \int_0^1 (u - \dot{u}^2) dt \rightarrow \text{extr}, u(0) = 0, u(1) = 0$$

имеет вид

- а)  $\frac{t-t^2}{4}$

б)  $t^2 + 1$

в)  $\frac{4}{t+1}$

Ответ: а).

4. Оптимальное решение  $u_*(t)$  в задаче

$$I(u) = \int_0^1 (1+t) \dot{u}^2 dt \rightarrow \text{extr}, u(0) = 0, u(1) = 1$$

имеет вид

а)  $\frac{\ln(t+1)}{\ln 2}$

б)  $t^2 - 1$

в)  $\frac{4t}{t+1}$

Ответ: а).

5. Оптимальное решение  $u_*(t)$  в задаче

$$I(u) = \int_0^1 (\ddot{u}^2 - 48u) dt \rightarrow \text{extr}, u(0) = 1, u(1) = \dot{u}(1) = 0, \dot{u}(0) = -4$$

имеет вид

а)  $t^4 - 4t^3 + 6t^2 - 4t + 1$

б)  $t^2 + 1$

в)  $\frac{4}{t+1}$

Ответ: а).

6. Оптимальное решение  $u_*(t)$  в задаче

$$I(u) = \int_0^1 (24tu - \ddot{u}^2) dt \rightarrow \text{extr}, u(0) = \dot{u}(0) = u(1) = 0, \dot{u}(1) = 1/10 \text{ имеет вид}$$

а)  $(t^5 - 2t^3 + t^2)/10$

б)  $2t^2 + 1$

в)  $\frac{4t^2}{t+1}$

Ответ: а).

7. Оптимальное решение  $u_*(t)$  в задаче

$$I(u) = \int_0^{\pi/2} (\ddot{u}^2 - \dot{u}^2) dt \rightarrow \text{extr}, u(0) = \dot{u}(0) = 1, u(\pi/2) = \frac{\pi}{2}, \dot{u}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ имеет вид}$$

а)  $t + \cos t$

б)  $2 \sin t$

в)  $\frac{4}{t+1}$

Ответ: а).

8. Оптимальное решение  $u_*(t)$  в задаче

$$I(u) = \int_1^2 \ddot{u}^2 dt \rightarrow \text{extr}, u(0) = \dot{u}(0) = \ddot{u}(0) = 0, u(1) = 1, \dot{u}(1) = 3, \ddot{u}(1) = 6$$

имеет вид

а)  $\frac{4}{t} - 1$

б)  $t^3$

в)  $\frac{4}{t+1}$

Ответ: б).

9. Оптимальное решение  $u_*(t)$  в задаче

$$I(u) = \int_1^e 2\dot{u}(tu + u)dt + 3u^2(1) - u^2(e) - 4u(e) \rightarrow \inf$$

имеет вид

а)  $\ln t + 1$

б)  $\ln t$

в)  $\ln t - 1$

Ответ: а).

10. Оптимальное решение  $u_*(t)$  в задаче

$$I(u) = \int_0^1 e^u \dot{u}^2 dt + 4e^{u(0)} + 32e^{-u(1)} \rightarrow \inf$$

имеет вид

а)  $2\ln(t+1)$

б)  $\ln t$

в)  $\ln t - 1$

Ответ: а).

11. Оптимальное решение  $u_*(t)$  в задаче

$$I(u) = \int_0^{\pi/2} (\dot{u}^2 - u^2) dt + u^2(0) - u^2\left(\frac{\pi}{2}\right) + 4u\left(\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \inf$$

имеет вид

а)  $\cos t$

б)  $\sin t$

в)  $\cos t + \sin t$

Ответ: в).

12. Оптимальное решение  $u_*(t)$  в задаче

$$I(u) = \int_0^1 \dot{u}^2 dt + 4u^2(0) - 5u^2(1) \rightarrow \inf$$

имеет вид

а)  $\ln(t + 1)$

б) 0

в)  $\ln t - 1$

Ответ: б).

Тестирование проводится одновременно во всей учебной группе в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ», адрес курса — <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12004>. Тест составляется из материалов ФОСа, формируется системой автоматически путём добавления случайных вопросов, количество которых соответствует образцу билета. Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только отдельные вопросы, представленные в форме эссе. Ограничение по времени на каждую попытку — 1 час, количество попыток — 2, выставление окончательной оценки — по высшему баллу.