

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
\_\_\_\_\_ системного анализа и управления \_\_\_\_\_  
наименование кафедры, отвечающей за реализацию дисциплины  
  
\_\_\_\_\_  
Задорожний В.Г.  
подпись, расшифровка подписи  
29.05.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.19 Дифференциальные уравнения**

*Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом*

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

01.03.03 Механика и математическое моделирование \_\_\_\_\_

**2. Профиль подготовки/специализация:** \_\_\_\_\_

Компьютерный инжиниринг в механике сплошных сред

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр \_\_\_\_\_

**4. Форма обучения:** очная \_\_\_\_\_

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

кафедра системного анализа и управления

**6. Составители программы:** Кабанцова Лариса Юрьевна, к.ф.-м.н., \_\_\_\_\_

(ФИО, ученая степень, ученое звание)

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом факультета прикладной математики, информатики и механики (протокол протокол №7 от 26.05.2023)

(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола,

отметки о продлении вносятся вручную)

**8. Учебный год:** 2023/2024 \_\_\_\_\_

**Семестр(ы):** 3,4 \_\_\_\_\_

## **9. Цели и задачи учебной дисциплины**

*Целями освоения учебной дисциплины являются:*

- сформировать у студентов современные теоретические знания в области обыкновенных дифференциальных уравнений и практические навыки в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений, познакомить студентов с начальными навыками математического моделирования для формирования умений и навыков по использованию фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности.

*Задачи учебной дисциплины:*

- обучение студентов применению на практике методов построения математических моделей в виде дифференциальных уравнений;
- освоение основных методов решения дифференциальных уравнений;
- обучение основным положениям теории: устойчивость, существование решений, качественные свойства решений;
- сформировать базовые знания и навыки решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук;
- обучение применению системного подхода и математическим методам в формализации решения прикладных задач;
- формирование практических навыков выбора современных математических инструментальных средств, для обработки изучаемых данных, в соответствии с поставленной задачей, анализа результатов расчетов и обоснования полученных результатов.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Учебная дисциплина относится к обязательной части блока 1. От студентов требуется знание производных, умение вычислять элементарные интегралы, знакомство с основными положениями линейной алгебры. Данная дисциплина является предшествующей для таких курсов как уравнения математической физики, методы оптимизации.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук.	<p><b>Знать:</b> основные понятия теории дифференциальных уравнений, типы и стандартные формы записи основных дифференциальных уравнений, методы решения основных дифференциальных уравнений.</p> <p><b>Уметь:</b> интегрировать дифференциальные уравнения первого и высших порядков; исследовать на устойчивость решения дифференциальных уравнений;</p> <p><b>Владеть:</b> методами решения обыкновенные дифференциальные уравнений; математическим аппаратом, необходимым для изучения других фундаментальных дисциплин, а также для работы с современной научно-технической литературой;</p>

	ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы для формализации решения прикладных задач.	<p><b>Знать:</b> области применения дифференциальных уравнений как инструмента математического описания естественно-научной картины мира; математические модели дифференциальных уравнений, используемые для решения задач в области профессиональной деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> применять дифференциальные уравнения для моделирования физических процессов, использовать средства дифференциальных уравнений для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования и пользоваться при необходимости математической литературой.</p> <p><b>Владеть:</b> методами построения математической модели типовых профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.</p>
	ОПК-1.3	Осуществляет выбор современных математических инструментальных средств для обработки исследуемых явлений в соответствии с поставленной задачей, анализирует результаты расчетов и интерпретирует полученные результаты.	<p><b>Знать:</b> современные математические инструментальные средства для обработки исследуемых явлений</p> <p><b>Уметь:</b> осуществлять правильный выбор математических инструментальных средств и осуществлять анализ полученных результатов расчета</p> <p><b>Владеть:</b> методами построения математической модели типовых профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.</p>

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) —**  
**8 / 288 .**

**Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен)** экзамен

### **13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		3 семестра	4 семестра	...
Аудиторные занятия	128	64	64	
в том числе:	лекции	64	32	32
	практические	64	32	32
	лабораторные			
Самостоятельная работа	88	44	44	
в том числе: курсовая работа (проект)				
Форма промежуточной аттестации (экзамен — час.)	72	36	36	
Итого:	288	144	144	

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1.	Элементарная теория интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка	ДУ, задача Коши, общее и частное решение. Примеры математических моделей, описываемых ДУ. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения, уравнения Бернулли, уравнение Риккати, уравнения в полных дифференциалах	Дифференциальные уравнения_01.03.03 <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270</a>
1.2.	Качественная теория ДУ	Теорема существования и единственности. Продолжимость решения.	Дифференциальные уравнения_01.03.03 <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270</a>
1.3.	Линейные уравнения n-го порядка	Теорема об общем решении однородного уравнения. Построение частного решения неоднородного уравнения со специальной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных. Фундаментальная система решений (ФСР), определитель Вронского. Формула Остроградского-Лиувилля. Краевая задача для линейного дифференциального второго порядка. Задача Штурма-Лиувилля	Дифференциальные уравнения_01.03.03 <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270</a>
1.4.	Линейные системы	Теорема существования и единственности. Следствие для линейных уравнений. Свойства решений. Фундаментальная система решений(ФСР). Теорема об общем решении однородной системы. Построение ФСР в случае простых и кратных корней. Теорема об общем решении. Построение частного решения системы со специальной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных	Дифференциальные уравнения_01.03.03 <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270</a>
1.5.	Теория устойчивости	Основные определения. Устойчивость линейных систем. Устойчивость по первому приближению. Особые точки	Дифференциальные уравнения_01.03.03 <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Элементарные методы интегрирования	Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения, уравнения Бернулли, уравнения Риккати , уравнения в полных дифференциалах, уравнения не разрешенные относительно производной	Дифференциальные уравнения_01.03.03 <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270</a>
2.3	Линейные уравнения n-го порядка	Построение ФСР в случае простых, комплексных, кратных корней характеристического уравнения. Построение частного решения неоднородного уравнения со специальной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных. Уравнение Эйлера. Линейные однородные уравнения n-го по-	Дифференциальные уравнения_01.03.03 <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270</a>

		рядка с переменными коэффициентами. Функция Грина. Задача Штурма-Лиувилля	w.php?id=7270
2.4	Линейные системы	Построение ФСР в случае простых и кратных корней. Построение частного решения системы со специальной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных	Дифференциальные уравнения_01.03.03 <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270</a>
2.5	Теория устойчивости	Устойчивость линейных систем. Устойчивость по первому приближению. Критерий Рауса-Гурвица. Особые точки и фазовые траектории	Дифференциальные уравнения_01.03.03 <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Элементарная теория интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка	10	16	0	18	44
2	Качественная теория ДУ	4	0	0	8	12
3	Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка	18	16	0	22	56
4	Линейные системы	15	18	0	18	51
5	Устойчивость	17	14	0	22	53
	Итого:	64	64	0	88	216

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Текущая СРС направлена на углубление и закрепление знаний студента, развитие практических умений и включает:

- работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий;
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- опережающая самостоятельная работа;
- подготовка к контрольной работе, к экзамену.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Жабко, А. П. Дифференциальные уравнения и устойчивость : учебник / А. П. Жабко, Е. Д. Котина, О. Н. Чижова. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1759-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/211928">https://e.lanbook.com/book/211928</a> (дата обращения: 11.06.2023). — Режим доступа: для

	авториз. пользователей.
2	Трухан, А. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления : учебное пособие для вузов / А. А. Трухан, Т. В. Огородникова. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 268 с. — ISBN 978-5-8114-6421-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/147233">https://e.lanbook.com/book/147233</a> (дата обращения: 11.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов .— Изд. 5-е .— Москва : Либроком : URSS, 2013.— 235 с.
4	Боровских А.В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата : [для студ. вузов, обуч. по естественнонауч. направлениям] : в 2 ч. / А.В. Боровских, А.И. Перов .— Ч. 1 .— 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2017.— 326 с.
5	Боровских А.В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата : [для студ. вузов, обуч. по естественнонауч. направлениям] : в 2 ч. / А.В. Боровских, А.И. Перов .— Ч. 2 .— 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2017.— 274 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
6	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. — Режим доступа: <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>
7	Жабко, А. П. Дифференциальные уравнения и устойчивость : учебник / А. П. Жабко, Е. Д. Котина, О. Н. Чижова. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1759-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/211928">https://e.lanbook.com/book/211928</a> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
8	Трухан, А. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления : учебное пособие для вузов / А. А. Трухан, Т. В. Огородникова. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 268 с. — ISBN 978-5-8114-6421-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/147233">https://e.lanbook.com/book/147233</a> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
9	Дифференциальные уравнения_01.03.03 / Л.Ю. Кабанцова. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7270</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Белоусова Е.П. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : методические указания для вузов : [для студ. 2-го курса специальностей "Механика и математическое моделирование" и "Фундаментальная информатика и информационные технологии" факультета ПММ] / Е.П. Белоусова, Т.И. Смагина ; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-30.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-30.pdf</a> >.
2	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. — Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a>
3	Олешкевич, А. А. Дифференциальные уравнения в физике, биофизике и биологии : учебное пособие / А. А. Олешкевич, О. А. Кишкинова, Ю. Л. Гордеева. — Москва : МГАВМиБ им. К.И. Скрябина, 2022. — 164 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/256550">https://e.lanbook.com/book/256550</a> (дата обращения: 11.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4	Практикум по дисциплине «Дифференциальные уравнения» : учебное пособие / А. Д. Мижидон, В. Д. Гармаев, С. С. Гармаева, В. В. Чимитова. — Улан-Удэ : ВСГУТУ, 2022. — 152 с. — ISBN 978-5-907599-57-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/333008">https://e.lanbook.com/book/333008</a> (дата обращения: 11.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
5.	Дифференциальные уравнения_01.03.03 / Л.Ю. Кабанцова. — Образовательный портал

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение:

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Дифференциальные уравнения\_01.03.03», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Аудитории, позволяющие проводить лекционные и практические занятия, оснащенные учебной мебелью, доской меловой.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Раздел 1. Элементарная теория интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка Раздел 2. Качественная теория ДУ Раздел 3. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка Раздел 4. Линейные системы Раздел 5. Устойчивость	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Собеседования по темам, контрольная 1, контрольная 2, контрольная 3, контрольная 4
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				Перечень вопросов см. ниже.

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### №1: Перечень вопросов для собеседования по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

##### Раздел 1. Элементарная теория интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка

1. Дать определение обыкновенного дифференциального уравнения.
2. Какие ещё дифференциальные уравнения, кроме обыкновенного, вы знаете?
3. Что такое дифференциальное уравнение, разрешённое относительно старшей производной?
4. Что такое порядок дифференциального уравнения?
5. Дать определение решения дифференциального уравнения.

6. Дать определение интегральной кривой.
7. Что такое поле направлений?
8. В чём заключается геометрический смысл дифференциального уравнения первого порядка?
9. Дать определение линейного дифференциального уравнение первого порядка.
10. Что такое однородное линейное уравнение?
11. Какое уравнение называется неоднородным линейным уравнением?
12. Как решается линейное уравнение первого порядка?  
Дать определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
13. Привести метод решения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
14. Сформулировать задачу Коши для уравнения с разделяющимися переменными.
15. Дайте определение уравнения в полных дифференциалах.
16. Дать определение решения уравнения в полных дифференциалах.
17. Что такое интегрирующий множитель?
18. Вывести уравнение для нахождения интегрирующего множителя.
19. Выписать уравнения для интегрирующего множителя, зависящего от  $x$ ; только от  $y$ .

## **Раздел 2. Качественная теория ДУ**

1. Сформулировать и доказать теорему существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения первого порядка. Почему эту теорему называют глобальной?
2. Привести пример не единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

## **Раздел 3. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка**

1. Дать определение линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
2. Сформулировать задачу Коши для линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами
3. Записать линейное однородное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами в операторной форме.
4. Что такое характеристическое уравнение?
5. Сформулировать теорему об общем решении в случае простых корней характеристического уравнения.
6. Сформулировать теорему об общем вещественном решении линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными вещественными коэффициентами.
7. Сформулировать и доказать теорему об общем решении в случае кратных корней характеристического уравнения.
8. Дать определение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
9. Дать определение квазимногочлена.
10. Показать, что общее решение неоднородного линейного уравнения есть сумма общего решения однородного линейного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.
11. Сформулировать теорему о виде частного решения в случае, когда правая часть - квазимногочлен.
12. Описать метод комплексных амплитуд для решения линейных дифференциальных уравнений с вещественными коэффициентами.
13. Что такое явление резонанса? Дать математическое определение резонанса.
14. Дать определение уравнения Эйлера.
15. С помощью какой замены уравнение Эйлера сводится к уравнению с постоянными коэффициентами?
16. Сформулировать краевую задачу для линейного дифференциального уравнения 2-го порядка.
17. Дать определение функции Грина и сформулировать её свойства.
18. Сформулируйте и докажите критерий разрешимости неоднородной краевой задачи для уравнения 2-го порядка.

## **Раздел 4. Линейные системы**

1. Дать определение линейной нормальной однородной системы с постоянными коэффициентами.
2. Сформулировать и доказать теорему об общем решении в случае простых собственных значений.
3. Сформулировать и доказать теорему об общем решении в случае кратных собственных значений.
4. Дать определение ФСР линейной системы
5. Дать определение определителя Вронского для линейной системы дифференциальных уравнений.
6. Сформулировать и доказать формулу Лиувилля.
7. Дать определение фундаментальной матрицы.
8. Сформулировать и доказать свойства фундаментальной матрицы.
9. Сформулировать и доказать теорему о решении задачи Коши для линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений.

#### **Раздел 5. Устойчивость**

1. Дать определение устойчивости произвольного решения задачи Коши.
2. Геометрическая трактовка понятия устойчивости.
3. Дать определение асимптотической устойчивости произвольного решения задачи Коши.
4. Дать определение устойчивости нулевого решения.
5. Дать определение асимптотической устойчивости нулевого решения.
6. Сформулировать спектральный признак устойчивости линейной системы с постоянной матрицей.
7. Сформулировать спектральный признак асимптотической устойчивости линейной системы с постоянной матрицей.
8. Сформулировать спектральный признак устойчивости линейной системы с постоянной матрицей.
9. Сформулировать спектральный признак неустойчивости линейной системы с постоянной матрицей.
10. Сформулировать критерий Рауса-Гурвица.
11. Сформулировать теорему Ляпунова об исследовании по первому приближению положений равновесия нелинейной системы дифференциальных уравнений.
12. При каких значениях собственных значений линейная система с постоянной матрицей имеет особую точку узел?
13. Нарисовать фазовый портрет типа узел.
14. При каких значениях собственных значений линейная система с постоянной матрицей имеет особую точку фокус?
15. Нарисовать фазовый портрет типа фокус.
16. При каких значениях собственных значений линейная система с постоянной матрицей имеет особую точку седло?
17. Нарисовать фазовый портрет типа седло.
18. При каких значениях собственных значений линейная система с постоянной матрицей имеет особую точку центр?
19. Нарисовать фазовый портрет типа центр.

#### *Описание технологии проведения*

Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.

#### *Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)*

**Оценка «5» (отлично)** выставляется, если обучающийся показывает всесторонние и глубокие знания программного материала, знание основной и дополнительной литературы; последовательно и четко отвечает на вопросы билета и дополнительные вопросы; уверенно ориентируется в проблемных ситуациях; демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, делать правильные выводы, проявляет творческие способности в понимании, изложении и использовании программного материала; подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «4» (хорошо)** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала, основной и дополнительной литературы; дает полные ответы на теоретические вопросы, допуская некоторые неточности; правильно применяет теоретические положения к оценке практических ситуаций; демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «3» (удовлетворительно)** выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; при ответе на вопросы не допускает грубых ошибок, но испытывает затруднения в последовательности их изложения; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

**Оценка «2» (неудовлетворительно)** выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по разделу; не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускает грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на задаваемые преподавателем вопросы или затрудняется с ответом; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

---

## **№2. Контрольная работа №1(пример варианта)**

---

1.  $\dot{x}e^{-t} + x^2 - 2xe^t = 1 - e^{2t}$
2.  $(t^2 - x^2 + x)dt + t(2x - 1)dx = 0$
3.  $t\dot{x} - x = t \frac{\sin}{\cos} \left(\frac{x}{t}\right)$
4.  $x = 2t\dot{x} + x^2\dot{x}^3$

---

## **Контрольная работа №2 (пример варианта)**

---

1. Составить функцию Грина для краевой задачи  
 $t\ddot{x} - \dot{x} = f(t); \quad \dot{x}(1) = 0, x(2) = 0$ , где  $a_0(t) = t$
2. Решить дифференциальное уравнение  $t\ddot{x} - (2t + 1)\dot{x} + 2x = 0$ ,  
частное решение имеет вид  $x_1(t) = e^{2t}$
3. Решить линейную неоднородную систему методом вариации произвольных постоянных  
 $\ddot{x} - 2\dot{x} + x = e^t t^{-1} + te^{-t}$ .
4. Методом неопределенных коэффициентов найти решение уравнения  
 $\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = te^{2t}$ .

---

## **Контрольная работа №3 (пример варианта)**

---

1. Решить линейную неоднородную систему методом вариации произвольных постоянных

$$\begin{cases} \dot{x} = y + \operatorname{tg}^2 t - 1, \\ \dot{y} = -x + \operatorname{tg} t. \end{cases}$$

2. Решить линейную неоднородную систему методом неопределенных коэффициентов

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - 2z - t + 2, \\ \dot{y} = -x + 1, \\ \dot{z} = x + y - z - t + 1. \end{cases}$$

3. Вычислить  $e^A$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

#### **Контрольная работа №4 (пример варианта)**

---

1. Исходя из определения устойчивости по Ляпунову исследовать на устойчивость решение уравнения

$$\dot{x} = t(x - 1), \quad x(1) = 2.$$

2. Исследовать на устойчивость по первому приближению все положения равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y - 1 \\ \dot{y} = \ln(x^2 - y) \end{cases}$$

3. При каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  будет асимптотически устойчиво нулевое решение уравнения

$$y''' + 3y'' + \alpha y' + \beta y = 0$$

4. Определить характер особой точки и исследовать поведение фазовых траекторий

$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases}$$

*Описание технологии проведения:*

Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по дисциплине

*Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)*

**Оценка «отлично»** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, делать правильные выводы; выполнил все задания и задачи полностью без ошибок и недочетов; строго соблюдает требования при оформлении работы; подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «хорошо»** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; правильно применяет теоретические положения к оценке практических ситуаций; выполнил все задания и задачи полностью, но при наличии в их решении не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов; строго соблюдает требования при оформлении работы.

лении работы; демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций; выполнил не менее 2/3 всех предложенных заданий и задач или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов; допускает незначительные ошибки при оформлении работы; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется, если обучающийся имеет существенные проблемы в знаниях основного учебного материала по дисциплине; если число ошибок и недочетов в работе превысило норму для оценки 3 или обучающийся выполнил правильно менее 2/3 всех заданий и задач; допускает грубые ошибки при оформлении работы; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

### *Собеседование по экзаменационным билетам*

---

#### **Перечень вопросов к экзамену 3 семестр.**

1. Основные понятия (диф. уравнение, решение диф. уравнения, общее решение, общий интеграл).
2. Геометрическое представление скалярного диф. Уравнения
3. Однородные уравнения.
4. Уравнения с разделяющимися переменными.
5. Линейные уравнения.
6. Линейные неоднородные уравнения. Формула для решения задачи Коши.
7. Уравнение Бернулли.
8. Уравнение Риккати.
9. Уравнения в полных дифференциалах, общий интеграл.
10. Критерий для уравнений в полных дифференциалах.
11. Интегрирующий множитель.
12. Условие Липшица.
13. Теорема существования и единственности Коши-Липшица.
14. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения n-го порядка (без доказательства).
15. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Многочлен символа p и его свойства.
16. Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами (случай простых корней).
17. Формула смещения.
18. Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами (случай кратных корней) (без док-ва).
19. Выделение вещественных решений.
20. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью в виде квазимногочленов.
21. Правило нахождения частного решения в нерезонансном случае (без док-ва).
22. Правило нахождения частного решения в резонансном случае (без док-ва).
23. Метод вариации произвольных постоянных.
24. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами.
25. Линейно независимые системы функций. Определитель Вронского и его свойства.
26. Фундаментальная система решений. Теорема об общем решении.
27. Теорема о существовании фундаментальной системы решений.
28. Восстановление дифференциального уравнения по известной фундаментальной системе решений.
29. Формула Остроградского-Лиувилля

30. Понижение порядка линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
31. Краевая задача для линейного дифференциального уравнения второго порядка.
32. Теорема о выражении решения неоднородной краевой задачи через функцию Грина.
33. Свойства функции Грина.
34. Теорема о разрешимости неоднородной краевой задачи.

**Перечень вопросов к экзамену 4 семестр.**

1. Линейная однородная система и ее свойства.
2. Линейная зависимость векторных функций. Фундаментальная система решений.
3. Определитель Вронского. Формула Лиувилля.
4. Матричные дифференциальные уравнения. Свойства фундаментальных матриц.
5. Сопряженная система. Теорема Лагранжа.
6. Формула решения задачи Коши для линейного неоднородного уравнения.
7. Функция Коши и её свойства.
8. Сходимость матричных последовательностей и рядов.
9. Матричная функция  $e^{At}$  и ее свойства.
10. Решение линейных однородных систем с постоянными коэффициентами (случай простых характеристических чисел).
11. Решение линейных однородных систем с постоянными коэффициентами (общий случай).
12. Нахождение  $e^{At}$ . Оценка нормы матричной экспоненты.
13. Формула решения задачи Коши линейной неоднородной системы с постоянными коэффициентами.
14. Теорема Флеке-Ляпунова.
15. Мультиплекторы и их свойства. Приводимость системы с периодическими коэффициентами к системе с постоянными коэффициентами.
16. Теорема существования и единственности.
17. Продолжимость решений.
18. Теорема существования и единственности для линейных систем дифференциальных уравнений.
19. Две геометрические интерпретации систем дифференциальных уравнений.
20. Основные понятия теории устойчивости (устойчивость, асимптотическая устойчивость, неустойчивость).
21. Устойчивость линейных систем с переменными коэффициентами.
22. Необходимое и достаточное условие устойчивости линейных систем с постоянными матрицами.
23. Необходимое и достаточное условие асимптотической устойчивости линейных систем с постоянными матрицами.
24. Фазовая плоскость однородной линейной системы 2-го порядка (узел, седло, фокус, центр).
25. Фазовая плоскость однородной линейной системы 2-го порядка вырожденные случаи.
26. Фазовая плоскость дифференциального уравнения 2-го порядка.
27. Функция Ляпунова. Производная функции в силу системы дифференциальных уравнений и ее смысл.
28. Теорема Ляпунова об устойчивости.
29. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.
30. Теорема Ляпунова о неустойчивости.
31. Решение матричного дифференциального уравнения Ляпунова ( $A^*X + X^*A = -C$ ).
32. Теорема о существовании функции Ляпунова для линейных систем с постоянными коэффициентами.
33. Исследование на устойчивость по первому приближению.

*Описание технологии проведения*

Средство промежуточного контроля усвоения разделов дисциплины, организованное в виде со- беседования преподавателя и обучающегося.

#### *Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания*

**Оценка “отлично”** ставится, если студент строго обосновывает свой ответ на вопросы билета, правильно отвечает на дополнительные вопросы, умеет грамотно объяснить решение задачи, владеет методами интегрирования дифференциальных уравнений и систем, методами решения разностных уравнений, знает доказательства теорем, умеет строить математические модели с помощью дифференциальных уравнений.

**Оценка “хорошо”** ставится, если студент демонстрирует полное усвоение материала, предусмотренного программой, грамотно отвечает на вопросы билета и дополнительные вопросы. Умеет решать большую часть задач, предусмотренных программой курса. Допускаются неточности второстепенного значения при ответе на дополнительные вопросы.

**Оценка “удовлетворительно”** ставится, если студент усвоил материала, предусмотренный программой курса. На вопросы билета дает ответы в целом правильные, но они являются неполными. Умеет решать большую часть задач, предусмотренных программой курса, но допускает неточности при объяснении решения.

**Оценка “неудовлетворительно”** ставится, если студент не может ответить грамотно на вопросы билета, затрудняется при решении задач, предусмотренных программой курса. На дополнительные вопросы отказывается отвечать.

### **20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ**

#### **Вопросы с вариантами ответов**

1. Общим решением некоторого дифференциального уравнения является функция  $y = cx^3$ , тогда частным решением этого дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию  $y(1) = 3$ , является

- а)  $y = 2x$
- б)  $y = cx^3$
- в)  $y = x + c$
- г)  $y = 3x^3$
- д)  $y = x^3$

Ответ: г)

2. Укажите частное решение дифференциального уравнения  $xy' = 1$

- а)  $y = \ln|x| + c$
- б)  $y = \ln|x + c|$
- в)  $y = \ln|x|$
- г)  $y = ce^x$
- д)  $y = 2\ln|x|$
- е)  $y = \ln|x + 1|$

Ответ: в)

3. Уравнение  $\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$  является характеристическим уравнением дифференциального уравнения

- а)  $y'' - 2y' + 1 = 0$ ,

- б)  $y'' - 2y' + y = 0$ ,  
в)  $y'' - 2y' = 0$ ,  
г)  $y''' - 2y'' - y = x$ .

Ответ: б)

#### Вопросы с кратким текстовым ответом

1. При каком значении параметра  $n$  функция  $y = e^{nx}(c_1 + c_2x)$  является общим решением дифференциального уравнения  $y''' - 6y' + 9y = 0$ .

Ответ: 3

#### Описание технологии проведения:

Текущая аттестация проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ». Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только отдельные вопросы, представленные в форме эссе. Ограничение по времени на каждую попытку — 30 минут

#### Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

- 1) закрытые задания (тестовые с вариантами ответов, средний уровень сложности) :  
1 балл – указан верный ответ;  
0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).
- 2) открытые задания (тестовые с кратким текстовым ответом, повышенный уровень  
2 балла – указан верный ответ;  
0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**